Reglerteknik E/Z/TM

Kurskod: ESS017, SSY051

Tentamen 2018-10-31

Tid: 14:00-18:00 Lokal: M-huset

Lärare: Bengt Lennartson, tel: 3722

Tentamen omfattar 25 poäng, där betyg tre fordrar 10 poäng, betyg fyra 15 poäng och betyg fem 20 poäng.

Granskning av rättning sker den 15 och 16 november kl 12:30-13:00 på avdelningen.

Tillåtna hjälpmedel:

- Bodediagram (ingår längst bak i tentamenstesen).
- Matematiska och fysikaliska tabeller, t ex Beta och Physics handbook.
- Valfri kalkylator med tömt minne.
- **OBS! Tidigare formelsamling i reglerteknik är ej tillåten, endast de formelblad som ingår i tentamenstesen**.

Lycka till!

Institutionen för elektroteknik
Avdelningen för system- och reglerteknik
Chalmers tekniska högskola

1

Överföringsfunktionen för en temperaturgivare antas vara

$$G(s) = \frac{Y_m(s)}{Y(s)} = \frac{1}{1+Ts}$$

där $y(t)$ är den verkliga temperaturen medan $y_m(t)$ är den av termometern uppvisade temperaturen. Instrumentet testas på följande sätt:

a) Termometern flyttas från 20-gradigt till 40-gradigt vatten. Efter 40 sekunder visar termometern $35.6°$. Bestäm termometerns tidskonstant T.

(1 p)

b) Termometern är placerad i ett kärl med vatten som har temperaturen T_0. Temperaturen i kärlet höjs med $2°$/minut. Beräkna den kvarstående avvikelsen mellan vattnets temperatur och termometerns visning.

(2 p)

c) I det tredje försöket undersöks hur instrumentet reagerar på en oscillerande sinusformad temperaturvariation. Antag ett amplituden är $10°$. Vilka amplituder visar instrumentet då frekvensen är dels 1 Hz och dels 0.001 Hz? Kommentera instrumentets lämplighet för de båda fallen.

(2 p)

2

Dimensionera en P-regulator för processmodellen

$$G(s) = \frac{e^{-0.5s}}{s(1+2s)^3}$$

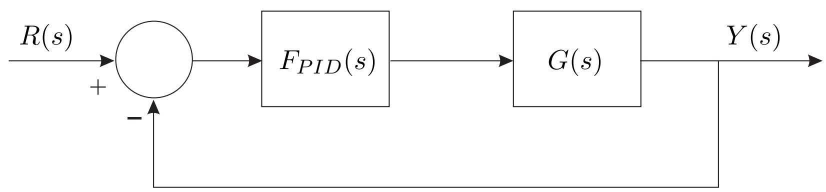
så att a) $\varphi_m = 45°$ och b) $\varphi_m = 60°$. Vad blir överkorsningsfrekvensen ω_c och hur påverkas snabbheten, exempelvis stigtiden $t_r \approx 1/\omega_c$ för det återkopplade systemet, för de båda fallen?

(4 p)

3

Betrakta det återkopplade systemet enligt figur, där

$$G(s) = \frac{1 - 0.5s}{(1+s)^2}$$



Uppgiften är att dimensionera en PID-regulator

$$F_{PID}(s) = K_i \frac{1 + 2\zeta\tau s + (\tau s)^2}{s(1 + \tau s/\beta)}$$

för denna processmodell.

a) En relativt vanlig dimensioneringsstrategi bygger på principen att processens poler kancelleras (förkortas bort) med hjälp av regulatorns nollställen. Bestäm enligt denna princip τ och ζ samt den resulterande kretsöverföringen $L(s)$.

(2 p)

b) För den erhållna kretsöverföringen $L(s)$ kan man visa att följande samband råder mellan K_i, β och det maximala värdet för motsvarande känslighetsfunktion $M_S = \max_\omega |S(j\omega)|$

$$K_i = 2\big(\alpha - \sqrt{\alpha^2 - 1 + 1/M_S^2}\,\big) \qquad \alpha = 1 + \frac{2}{\beta}\left(1 - \sqrt{1 - 1/M_S^2}\,\right)$$

Välj $M_S = 1.7$ och bestäm K_i samt $K_\infty = F_{PID}(\infty)$ för $\beta = 1$, 10 och ∞, samt kommentera relationen mellan förmågan att kompensera laststörningar och styrsignalens känslighet för mätstörningar.

(2 p)

c) Välj i stället ett konstant β, för enkelhetens skull $\beta = \infty$, och bestäm relationen mellan K_i och M_S. Ange speciellt K_i för $M_S = 1.4$, 1.7 och 2.0, samt kommentera relationen mellan förmågan att kompensera laststörningar och stabilitetsmarginaler.

(2 p)

4

Betrakta följande modell för en servomotor

$$0.2\ddot{\theta} + \dot{\theta} = 3u$$

där θ är vinkeln, $\omega = \dot{\theta}$ är vinkelhastigheten och u är styrsignalen.

a) Formulera en styrlag som gör att polerna för det återkopplade systemet placeras som en dubbelpol i $s = -\alpha$, då både vinkeln θ och vinkelhastigheten ω är mätbara. Se till att kvarstående fel från referenssignalen θ_r till utsignalen θ undviks då θ_r intar en konstant nivå. Kommentera systemets snabbhet och styrsignalaktivitet då α ökar.
(3 p)

b) Visa att systemet är observerbart från vinkeln θ, men ej observerbart då endast vinkelhastigheten ω mäts. Kommentera möjligheten att konstruera en observatör då endast θ respektive ω mäts.
(2 p)

5

En process som beskrivs av den tidskontinuerliga överföringsfunktionen

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = G(s) = \frac{5}{(s+1)(s+2)}$$

ska regleras med en dator. För att åstadkomma detta diskretiseras denna processmodell. Antag att datorn lägger ut en styckvis konstant styrsignal $u(t)$.

a) Bestäm motsvarande tidsdiskreta överföringsfunktion $G_d(z)$, och ange speciellt resultatet för samplingsintervallet $h = \ln 2$. Kommentera även de tidsdiskreta polernas placering som funktion av samplingsintervallet h speciellt för korta och långa intervall.
(3 p)

b) Bestäm den tidsdiskreta överföringsfunktionens lågfrekvensförstärkning för $\omega = 0$ och motsvarande högfrekvensförstärkning för $\omega = \omega_s/2 = \pi/h$ (Nyquist frekvensen) för ett godtyckligt samplingsintervall h. Jämför med motsvarande låg- respektive högfrekvensförstärkning för den kontinuerliga modellen $G(s)$. Kommentera jämförelsen speciellt för kortare samplingsintervall h.
(2 p)

1. a) $\Delta Y_m(s) = \frac{1}{1+Ts}\left(\frac{\Delta y}{s}\right)$ steg $\Delta y = 40^\circ - 20^\circ = 2$

$\Delta y_m(t) = y_m(t) - 20^\circ = (1 - e^{-t/T})\Delta y$

$y_m(t) = 20^\circ + (1 - e^{-t/T})20^\circ$

$y_m(40) = 40^\circ - 20^\circ e^{-40/T} = 35.6^\circ$

$e^{-40/T} = \frac{4.4}{20} = 0.22, \quad T = \frac{-40}{\ln 0.22} = \underline{\underline{26.42}}$

b) Avvikelse då $y(t) = \frac{2^\circ}{60}/\text{sek} \cdot t$

$Y(s) = \frac{1}{30s^2}$

$E(s) = Y(s) - Y_m(s) = Y(s) - \frac{1}{1+Ts}Y(s) =$

$= \frac{Ts}{1+Ts}\frac{1}{30s^2} = \frac{T/30}{(1+Ts)s}$

$e(\infty) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} \frac{T/30}{1+Ts} = \frac{26.42}{30} =$

c)

$|Y_m(j\omega)| = \left|\frac{1}{1+Tj\omega}\right| |Y(j\omega)| = \frac{10}{\sqrt{1+(26.42\omega)^2}}$

$|Y_m(j2\pi)| = \frac{10}{\sqrt{1+(26.42\cdot 2\pi)^2}} = 0.0602$

$|Y_m(j\,0.001\cdot 2\pi)| = \frac{10}{\sqrt{1+(26.42\cdot 0.001\cdot 2\pi)^2}} = 9.86$

Instrumentet är för långsamt (för stor
för att kunna mäta den snabbare
temperaturvariationen (1 Hz)

2. $$L(s) = \frac{K_p e^{-0.5s}}{s(1+2s)^3}$$

$$\angle L(j\omega_c) = -0.5\frac{180^\circ}{\pi}\omega_c - 90^\circ - 3\arctan 2\omega_c$$
$$= -180^\circ + \varphi_m$$

$$\frac{90^\circ}{\pi}\omega_c + 3\arctan 2\omega_c = 90^\circ - \varphi_m$$

$\varphi_m = 45^\circ \Rightarrow \omega_c = 0.123$ rad/s $\quad t_r \approx \frac{1}{\omega_c} = 8$ sek

$$K_p = \frac{1}{|G(j\omega_c)|} = \omega_c \sqrt{1+(2\omega_c)^2}^{\,3} \approx 0.134$$

$\varphi_m = 60^\circ \Rightarrow \omega_c = 0.0845$ rad/s $\quad t_r \approx 12$ sek

$$K_p = \frac{1}{|G(j\omega_c)|} \approx 0.0845$$

Ökad stabilitetsmarginal $\Rightarrow$ längre stigtid t_r

$\varphi_m \uparrow \Rightarrow t_r \uparrow$

3. a) $\tau = 1,\ \delta = 1 \Rightarrow L(s) = G(s)F_{PID}(s) = \dfrac{K_i(1-0.5s)}{s(1+s/\beta)}$

b) $M_s = 1.7$

β	K_i	$K_\infty = K_i\beta$
1	0.5223	0.5223
10	0.7742	7.742
∞	0.8235	∞

Minskat $J_v = 1/K_i$ (förbättrad laststörningskompensering erhålls då $J_u = K_\infty$ ökar och därmed känsligheten för mätstörningar i styrsignalen.

c)

M_s	K_i
1.4	0.5714
1.7	0.8235
2.0	1.000

Ökad stabilitetsmarginal (minskat M_s) $\Rightarrow$ ökat $J_v = 1/K_i$ och därmed försämrad laststörningskompensering

4.

a) $0.2\dot{\omega} + \omega = 3u \Rightarrow \dot{\omega} = -5\omega + 15u$

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}}_{A} \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 15 \end{bmatrix}}_{B} u \qquad \theta = \underbrace{[1 \ 0]}_{C} \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \end{bmatrix}$$

$$u = \underbrace{[\,l_\theta \ \ l_\omega\,]}_{L_u} \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \end{bmatrix} + K_r \theta_r$$

$$\det(sI - A + BL_u) = \det\left(\begin{bmatrix} s & -1 \\ 0 & s+5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 15l_\theta & 15l_\omega \end{bmatrix} \right)$$

$$= \det \begin{bmatrix} s & -1 \\ 15l_\theta & s+5+15l_\omega \end{bmatrix} = s(s+5+15l_\omega) + 15l_\theta$$

$$= s^2 + (5+15l_\omega)s + 15l_\theta = (s+\alpha)^2 = s^2 + 2\alpha s + \alpha^2$$

$$l_\theta = \alpha^2/15 \qquad l_\omega = (2\alpha - 5)/15$$

$$G_{\theta_r\theta}(s) = C\,(sI - A + BL_u)^{-1} B K_r$$

$$G_{\theta_r\theta}(0) = 1 \Rightarrow [1 \ 0] \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ \alpha^2 & 2\alpha \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 15K_r \end{bmatrix} =$$

$$= [1 \ 0] \frac{1}{\alpha^2} \begin{bmatrix} 2\alpha & 1 \\ -\alpha^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 15K_r \end{bmatrix} = \frac{15K_r}{\alpha^2} = 1 \Rightarrow K_r = \frac{\alpha^2}{15}$$

α ökar $\Rightarrow$ snabbare system, men ökad styrsignalaktivitet

b) $\det \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = 1 \Rightarrow$ observerbart från θ

$\det \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -5 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow$ ej observerbart från ω

observatör kräver observerbarhet $\Rightarrow$
mätning av endast ω ej fungerar

5 a) $$G(s) = \frac{5}{(s+1)(s+2)} = 2{,}5\left(\frac{2}{s+1} - \frac{2}{s+2}\right)$$

$$G_d(z) = 2{,}5\left(\frac{2(1-e^{-h})}{z-e^{-h}} - \frac{(1-e^{-h})(1+e^{-h})}{z-e^{-2h}}\right)$$

$$= 2{,}5(1-e^{-h})\frac{2z-2e^{-2h}-z(1+e^{-h})+e^{-h}+e^{-2h}}{(z-e^{-h})(z-e^{-2h})}$$

$$= 2{,}5(1-e^{-h})\frac{(1-e^{-h})z+e^{-h}(1-e^{-h})}{(z-e^{-h})(z-e^{-2h})} =$$

$$= \frac{2{,}5(1-e^{-h})^2(z+e^{-h})}{(z-e^{-h})(z-e^{-2h})}$$

$$h = \ln 2 \Rightarrow G_d(z) = \frac{0.625(z+0.5)}{(z-0{,}5)(z-0{,}25)}$$

polerna $\rightarrow$ $z=1$ då $h \rightarrow 0$

— " — $\rightarrow$ $z=0$ då $h \rightarrow \infty$

b) $$\omega = 0 \quad G_d(e^{j\omega h}) = G_d(1) = \frac{2.5(1-e^{-h})^2(1+e^{-h})}{(1-e^{-h})(1-e^{-h})(1+e^{-h})} = 2{,}5$$

$$G(j\omega) = G(0) = 2.5 = G_d(1)$$

$$\omega = \pi/h \quad G_d(e^{j\omega h}) = G_d(-1) = \frac{2{,}5(1-e^{-h})^2(-1+e^{-h})}{(-1-e^{-h})(-1-e^{-2h})}$$

$$= -\frac{2{,}5(1-e^{-h})^3}{(1+e^{-h})(1+e^{-2h})} \rightarrow 0 \text{ då } h \rightarrow 0$$

$$G(j\omega) = G(\infty) = 0 \text{ då } h = 0$$

$$\therefore \left|G_d(e^{j\omega h})\right|_{\omega = \frac{\pi}{h}} \rightarrow G(\infty) = 0 \text{ då } h \rightarrow 0$$