Reglerteknik Z / Kf / Bt / E

Kurskod: SSY 051, ESS 015

Tentamen 2011-05-25

Tid: 8:30-12:30, Lokal: M-huset

Lärare: Anna-Maria Carstensen, tel: 772 3697

Tentamen omfattar 25 poäng, där betyg tre fordrar 10 poäng, betyg fyra 15 poäng och betyg fem 20 poäng.

Tentamensresultat anslås senast den *9 juni* på avdelningens anslagstavla i ED-huset våning 5. *Granskning* av rättning sker den *9 och 10 juni* kl 12:30-13:00 på avdelningen.

Tillåtna hjälpmedel:

- Bodediagram (ingår längst bak i tentamenstesen).
- Matematiska och fysikaliska tabeller, t ex Beta och Physics handbook.
- Valfri kalkylator med tömt minne.
- **OBS! Tidigare formelsamling i reglerteknik är ej tillåten, endast de formelblad som ingår i tentamenstesen**.

Lycka till!

Institutionen för signaler och system
Avdelningen för reglerteknik, automation och mekatronik
Chalmers tekniska högskola

1

Betrakta överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{1 - Ts}{(1 + s)^2}$$

a) Förklara varför denna överföringsfunktion är av typen icke-minimumfas, genom att för $T = 1$ ange en annan överföringsfunktion som har samma beloppsfunktion men mindre negativ fasvridning.

(1 p)

b) Beräkna stegsvar och nollställets placering för godtyckligt värde på parametern T.

(2 p)

c) Bestäm stegsvarets minvärde för ett godtyckligt värde på T samt skissera stegsvaret för exempelvis $T = 10$.

(2 p)

d) Ange speciellt vad som händer med stegsvarets minvärde då icke-minimumfasnoll-stället närmar sig origo.

(1 p)

2

En PID-regulator ska dimensioneras för en andra ordningens process med dödtid vars överföringsfuntkion är

$$G(s) = \frac{e^{-0.3s}}{(s + 1)^2}$$

a) Dimensionera för denna process en PIPD-regulator

$$F_{PIPD}(s) = K_i \frac{(1 + sT_i)(1 + s\tau_d)}{s(1 + s\tau_d/b)}$$

med önskad fasmarginal $\varphi_m = 45^\circ$. Kancellera en av de båda tidskonstanterna i processen med PI-delens nollställe. Dimensionera därefter PD-delen så att maximalt faslyft erhålls vid önskat ω_c. I stället för att explicit välja ω_c väljs det önskade faslyftet från PD-regulatorn vid ω_c till a) $\varphi_{max} = 30^\circ$ och b) $\varphi_{max} = 45^\circ$. (Ledning: Parametern K_i är den förstärkning som till sist väljs så att $|L(j\omega_c)| = 1$ erhålls.)

(3 p)

b) Jämför med enkla mått de två alternativa PIPD-regulatorernas förmåga att hantera laststörningar och deras känslighet för högfrekventa mätstörningar.

(2 p)

3

Betrakta följande processmodell

$$Y(s) = \frac{2}{1+3s}\left(V(s) + K\frac{1-s}{(1+2s)^2}U(s)\right)$$

En PI-regulator $F_{PI}(s) = 0.1(1+3s)/s$ reglerar denna process, men eftersom laststörningen v är mätbar ska regleringen kompletteras med en framkopplingslänk.

a) Rita ett blockschema för det återkopplade systemet där även en framkopplingslänk $F_f(s)$ ingår, och välj framkopplingen så att pefekt kompensering av den uppmätta laststörnignen erhålls. Antag att $K = 1$.

(2 p)

b) Problem uppstår då denna länk ska realiseras. Förklara varför och föreslå en alternativ förenklad lösning som fortfarande bygger på att den uppmätta laststörningen kompenseras via framkoppling.

(2 p)

c) Bestäm lågfrekvensasymptoten från laststörningen till utsignalen för det återkopplade systemet, först utan framkoppling och sedan med den förenklade framkopplingen från uppgift b). Antag nu att den verkliga förstärkningen $K = 1.5$, medan framkopplingen för det nominella värdet $K = 1$ från uppgift b) utnyttjas. Kommentera framkopplingslänkens betydelse när det gäller kompensering av lågfrekventa laststörningar trots den felaktiga förstärkningen i processmodellen.

(2 p)

4

En process med dödtid ska regleras med en tidsdiskret P-regulator med förstärkningen K_r. Den tidsdiskreta processens överföringsfunktion är

$$G_d(z) = \frac{Kz^{-1}}{z-a} \qquad a = e^{-h/T}$$

där h=samplingsintervallets längd och T=motsvarande tidskontinuerliga tidskonstant.

a) Antag att $a = 0.8$ och välj det största värdet på regulatorförstärkningen K_r så att komplexkonjugerade tidsdiskreta poler undviks för det återkopplade systemet.

(1 p)

b) Bestäm det återkopplade systemets överföringsfunktion från referenssignalen r till utsignalen y då $u(kh) = K_r(r(kh) - y(kh))$ och ange speciellt lågfrekvensförstärkningen från r till y.

(1 p)

c) Föreslå en enkel åtgärd med bibehållande av P-regulatorn för att erhålla den önskade förstärkningen ett från r till y.

(1 p)

5

Betrakta ett roterande system med dämpning, vars överföringsfunktion är

$$\frac{\Theta(s)}{U(s)} = \frac{1}{s(1+s)}$$

där vinkeln θ ska styras till önskat läge med hjälp av momentet u.

a) Dimensionera en tillståndsåterkoppling då både vinkeln θ och vinkelhastigheten $\omega = \dot{\theta}$ är mätbara och därmed kan återkopplas. Välj det återkopplade systemets poler som ett komplexkonjugerat polpar med dämpning $\zeta = 0.7$ och godtycklig odämpad resonansfrekvens ω_n. Anpassa dessutom K_r så att den statiska förstärkningen för det återkopplade systemet från referenssignal till vinkeln θ blir lika med ett.

(3 p)

b) Studera styrsignalaktiviteten genom att beräkna $u(0)$ som funktion av ω_n vid stegändringar i referenssignalen. Hur mycket ökar $u(0)$ då snabbheten hos det återkopplade systemet fördubblas (ω_n dubbleras).

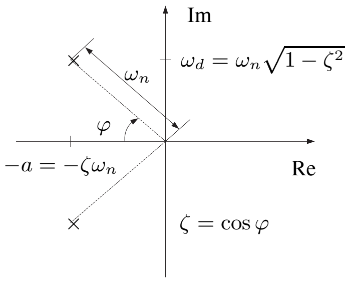
(2 p)

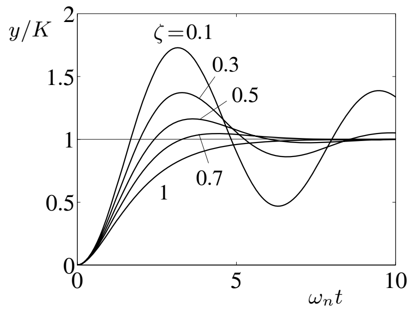
Formelblad

$$G(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{K}{1 + 2\zeta s/\omega_n + (s/\omega_n)^2}$$

$$s = -a \pm j\omega_d \qquad \text{där} \qquad \begin{cases} a = \zeta\omega_n \\ \omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \end{cases}$$

$$y(t) = K(1 - e^{-at}\frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}}\sin(\omega_d t + \varphi)) \quad \text{där} \quad \varphi = \arccos(\zeta)$$





$$G(s) = \frac{1}{1 + s/\omega_1}$$

ω	$\omega_1/4$	$\omega_1/2$	ω_1	$2\omega_1$	$4\omega_1$
Korrektion	$\frac{1}{\sqrt{1.0625}}$	$\frac{1}{\sqrt{1.25}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{1.25}}$	$\frac{1}{\sqrt{1.0625}}$
Korrektion$_{\text{dB}}$	-0.2 dB	-1.0 dB	-3 dB	-1.0 dB	-0.2 dB

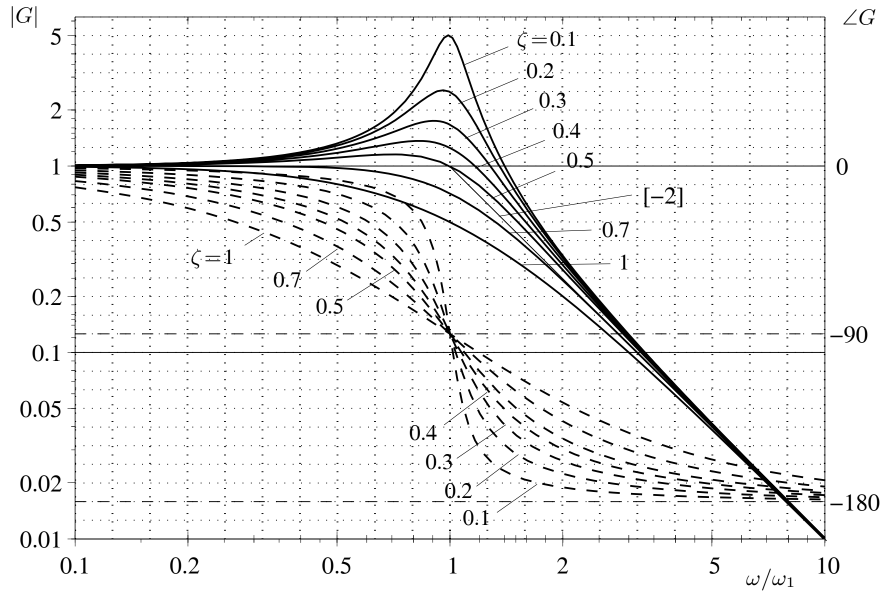
$$a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + a_2 s^{n-2} + a_3 s^{n-3} + \ldots = 0$$

$$\begin{array}{l|llll}
s^n & a_0 & a_2 & a_4 & a_6 \ldots \\
s^{n-1} & a_1 & a_3 & a_5 & a_7 \ldots \\
s^{n-2} & c_0 & c_1 & c_2 \ldots & \\
s^{n-3} & d_0 & d_1 & d_2 \ldots & \\
. & . & & & \\
. & . & & & \\
s^0 & & & &
\end{array}$$

$$c_0 = \frac{a_1 a_2 - a_3 a_0}{a_1} \qquad c_1 = \frac{a_1 a_4 - a_5 a_0}{a_1} \qquad d_0 = \frac{c_0 a_3 - c_1 a_1}{c_0} \qquad \text{etc}$$

$$S(s) = \frac{1}{1 + L(s)} \qquad T(s) = 1 - S(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)}$$

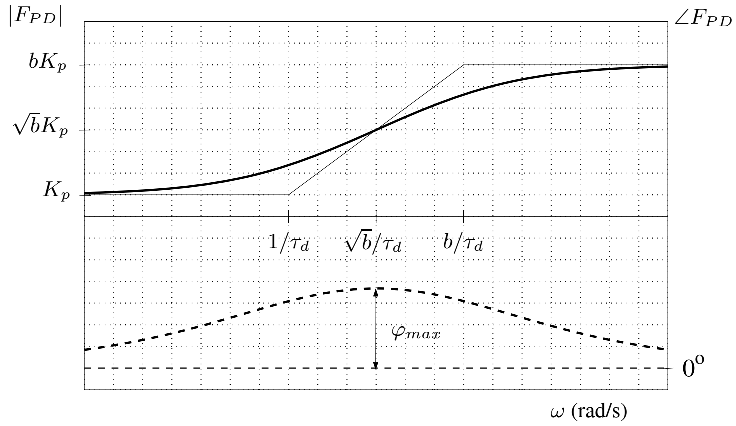
$$G_v(s)S(s) = \frac{G_v(s)}{1 + L(s)} \qquad F(s)S(s) = \frac{F(s)}{1 + L(s)} = \frac{T(s)}{G(s)}$$



Figur: Bodediagram inklusive asymptoter för överföringsfunktionen $G(s) = \dfrac{1}{1+2\zeta s/\omega_1+(s/\omega_1)^2}$. Belopp heldragen linje, fasvridning streckad linje. En ruta motsvarar 2 dB och $10°$.

$$|F(j\omega_c)| = \frac{1}{|G(j\omega_c)|} \qquad \angle F(j\omega_c) = -180° + \varphi_m - \angle G(j\omega_c)$$

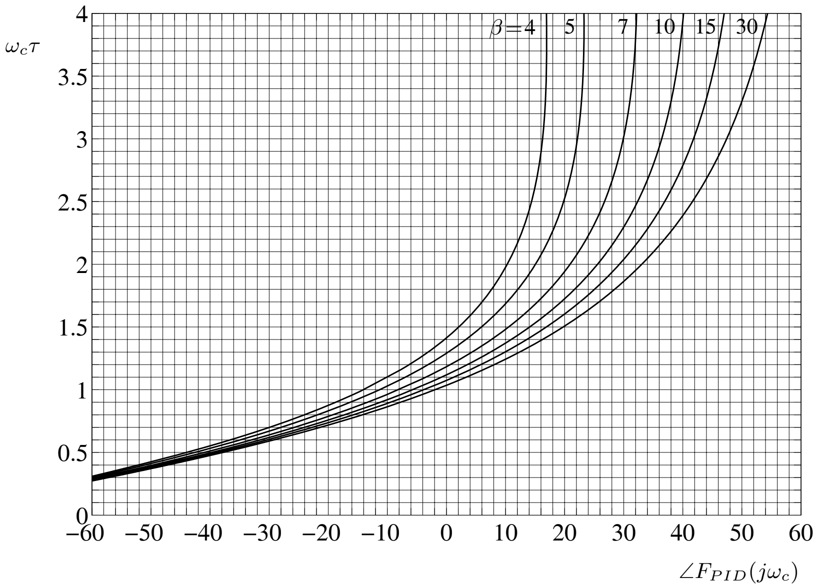
$$F_{PD}(s) = K_p(1 + \frac{T_d s}{1+T_f s}) = K_p\frac{1+s\tau_d}{1+s\tau_d/b} \qquad b > 1$$

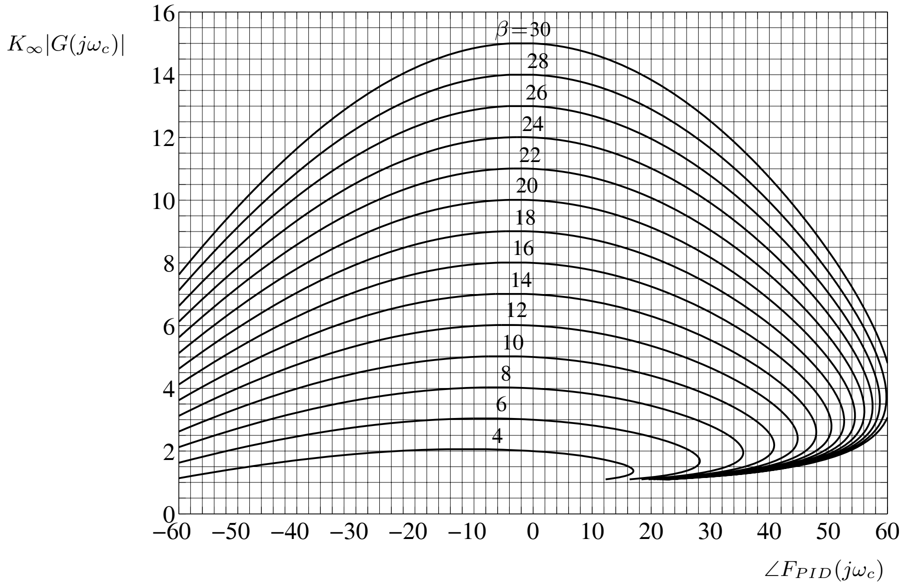


$$b = \frac{1+\sin\varphi_{max}}{1-\sin\varphi_{max}}$$

$$F_{PID}(s) = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{1 + T_f s}\right) = K_i \frac{1 + 2\zeta s\tau + (s\tau)^2}{s(1 + s\tau/\beta)}$$

$$K_\infty = |F_{PID}(\infty)| = K_i \tau \beta$$





$$\Delta_G(s) = \frac{G_0(s) - G(s)}{G(s)} \qquad |T(j\omega)| < \frac{1}{|\Delta_G(j\omega)|} \quad \forall\,\omega$$

$$
\begin{aligned}
\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\
y(t) &= Cx(t) + Du(t)
\end{aligned}
$$

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$$

$$G(s) = \frac{b_1 s^{n-1} + \ldots + b_{n-1}s + b_n}{s^n + a_1 s^{n-1} + \ldots + a_{n-1}s + a_n} + d$$

$$
\begin{aligned}
\dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_{n-1} & -a_n \\ 1 & 0 & & 0 & 0 \\ 0 & 1 & & 0 & 0 \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \\
y(t) &= \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & \cdots & b_{n-1} & b_n \end{bmatrix} x(t) + d\, u(t)
\end{aligned}
$$

$$x(t) = \Phi(t - t_0)x(t_0) + \int_{t_0}^{t} \Phi(t - \tau)Bu(\tau)\, d\tau$$

$$\Phi(t) = e^{At} = \mathcal{L}^{-1}\{(sI - A)^{-1}\} = I + At + \frac{A^2t^2}{2!} + \ldots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{A^k t^k}{k!}$$

$$\mathcal{S} = \begin{bmatrix} B & AB & \cdots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \qquad \mathcal{O} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}$$

$$
\begin{aligned}
\dot{x}(t) &= (A - BL_u)x(t) + BK_r r(t) + B_v v(t) \\
y(t) &= Cx(t) \\
u(t) &= -L_u x(t) + K_r r(t)
\end{aligned}
$$

$$L(s) = L_u(sI - A)^{-1}B$$

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + K_y\left(y_m(t) - C\hat{x}(t)\right)$$

$$\dot{\tilde{x}}(t) = (A - K_yC)\tilde{x}(t) + B_v v(t) + K_y w(t)$$

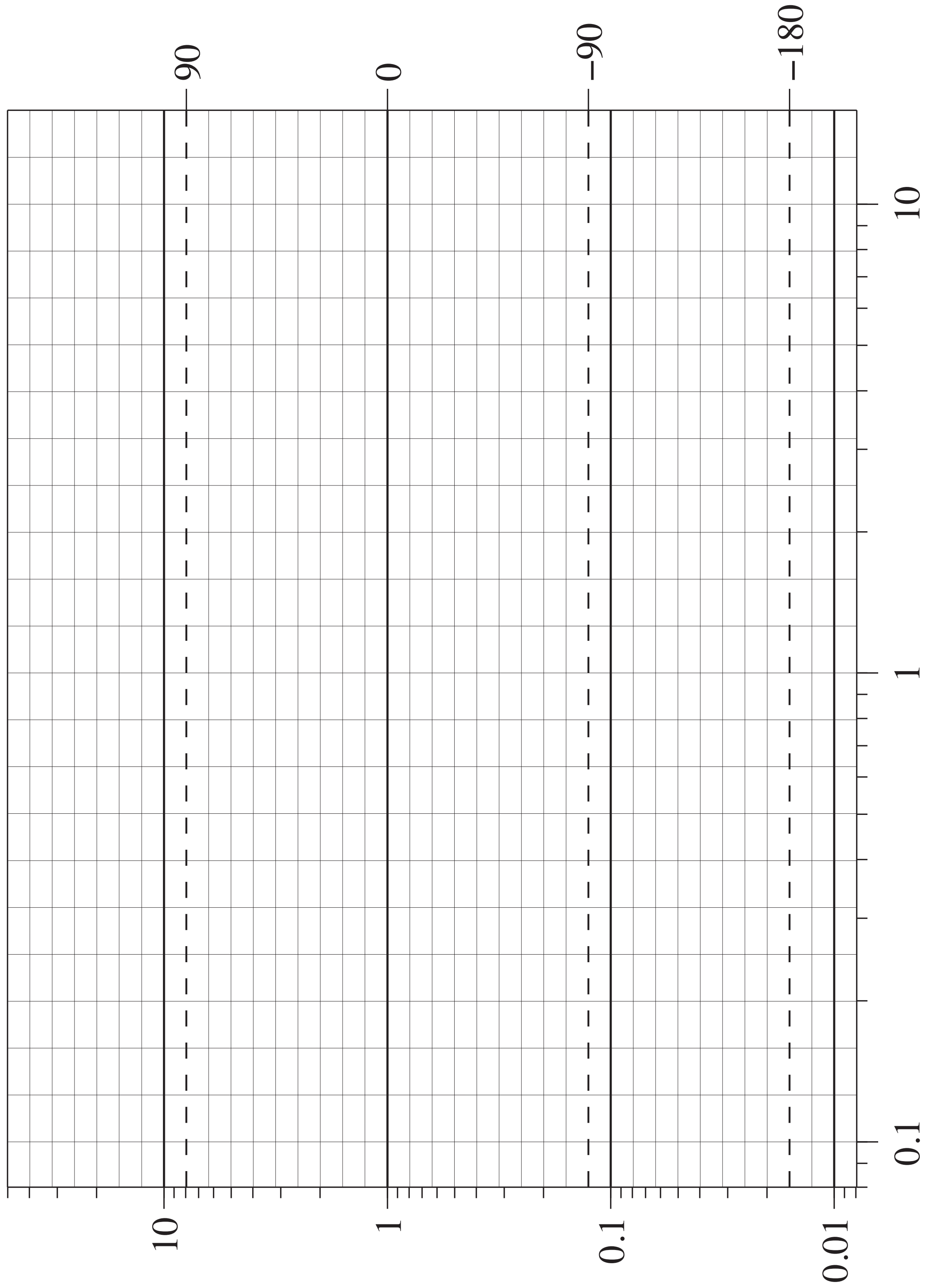
$$U(s) = -F(s)Y_m(s) = -L_u(sI - A + BL_u + K_yC)^{-1}K_yY_m(s)$$

$$G(s) = \frac{1}{s} \qquad G_d(z) = \frac{hz^{-1}}{1 - z^{-1}}$$

$$G(s) = \frac{a}{s + a} \qquad G_d(z) = \frac{(1 - e^{-ah})z^{-1}}{1 - e^{-ah}z^{-1}}$$

$$F(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + \frac{K_d s}{1 + T_f s}$$

$$F_d(z) = K_p + K_i \frac{hz^{-1}}{1 - z^{-1}} + \frac{K_d}{T_f} \frac{1 - z^{-1}}{1 - e^{-h/T_f} z^{-1}}$$


90
0
−90
−180
10
1
0.1
10
1
0.1
0.01