Reglerteknik Z / Kf / F / E

Kurskod: SSY 051, ERE 091, ESS 015

Tentamen 2010-05-26

Tid: 8:30-12:30, Lokal: M-huset

Lärare: Bengt Lennartson 3722

Tentamen omfattar 25 poäng, där betyg tre fordrar 10 poäng, betyg fyra 15 poäng och betyg fem 20 poäng.

Tentamensresultat anslås senast den *10 juni* på avdelningens anslagstavla i ED-huset våning 5. *Granskning* av rättning sker den *10 och 11 juni* kl 12:30-13:00 på avdelningen.

Tillåtna hjälpmedel:

- Formelsamling i reglerteknik (gammal och ny). Anteckningar är tillåtna i formelsamlingen.
- Bodediagram (finns längst bak i tentatesen).
- Matematiska och fysikaliska tabeller, t ex Beta och Physics handbook.
- Valfri kalkylator.

Lycka till!

Institutionen för signaler och system
Avdelningen för reglerteknik, automation och mekatronik
Chalmers tekniska högskola

1

En instabil process med överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{1}{s-3}$$

ska regleras med en PI-regulator $F(s) = K_i \dfrac{1+s}{s}$.

a) Studera det återkopplade systemets poler för olika värden på integralförstärkningen K_i, genom att plotta polerna i det komplexa talplanet för $K_i = 0, 1, 2, 3, 5, 9$ och 20. För vilka värden på K_i är det återkopplade systemet stabilt?

(2 p)

b) Vilket värde på K_i motsvarar en dubbelpol i vänstra halvplanet, och vilken amplitudmarginal A_m erhålls vid denna förstärkning? Förklara varför $A_m < 1$.

(1 p)

c) Beräkna stegsvaret för det återkopplade systemet från referenssignal till utsignal för det värde på K_i som resulterar i en dubbelpol. Enhetsåterföring antas, d.v.s. att insignalen till regulatorn är reglerfelet $e = r - y$.

(2 p)

2

Inom processindustrin (kemi, stål, pappersmassa) förekommer många processer vars dynamik approximativt kan uppfattas som en första ordningens process med dödtid. Överföringsfunktionen för processen är då

$$G(s) = \frac{Ke^{-sT_d}}{1+sT}$$

Baserat på denna processmodell förekommer många specifika inställningsregler för PI- och PID-regulatorer. Den mest kända regeln idag kallas IMC-metoden, där IMC står för Internal Model Control. En PI-regulator

$$F(s) = K_i \frac{1+sT_i}{s}$$

ställs då in så att processens pol kancelleras, d.v.s. så att $T_i = T$. Integralförstärkningen K_i väljs till

$$K_i = \frac{1}{K(\alpha T + T_d)}$$

där parametern α bestäms av användaren (αT mosvarar approximativt det återkopplade systemets tidskonstant). IMC-metoden föreslår $\alpha = 0.25$ vid snabb reglering och $\alpha = 0.5$ vid långsam reglering.

a) Bestäm en långsam ($\alpha = 0.5$) och en snabb ($\alpha = 0.25$) PI-regulator enligt IMC-metoden, då processens förstärkning $K = 3$, dess tidskonstant $T = 5$ och dödtiden $T_d = 2$.

(1 p)

b) Utred det återkopplade systemets egenskaper för de två PI-regulatorerna med parametervärden enligt uppgift a), genom att bestämma lågfrekvensasymptoten för $S(s)G(s)$ samt högfrekvensasymptoten för $F(s)S(s)$ för de båda regulatorerna.

(2 p)

c) Bestäm amplitudkurvans överkorsningsfrekvens ω_c och fasmarginalen φ_m för de båda återkopplade systemen i uppgift a) (görs enklast med hjälp av Bode-diagram).

(1 p)

d) Vilka slutsatser kan man enligt de föregående deluppgifterna dra när det gäller de båda PI-regulatorernas förmåga att kompensera processtörningar, styrsignalens känslighet för mätstörningar samt stabilitetsmarginalerna för de båda återkopplade systemen?

(1 p)

3

En process ges av överföringsfunktionen

$$G_0(s) = \frac{1}{s(1+s)(1+T_0 s)}$$

där tidskonstanten T_0 är osäker.

a) Dimensionera en P-regulator för denna process utan hänsyn till den osäkra tidskonstanten ($T_0 = 0$). Välj en polplacering för det återkopplade systemet med en dämpning $\zeta = 0.5$.

(1 p)

b) Undersök baserat på kravet för robust stabilitet, $\max_\omega |T(j\omega)\Delta_G(j\omega)| < 1$, för vilka värden på tidskonstanten T_0 som systemet garanterat är stabilt. En approximativ uppskattning baserad på Bodediagram rekommenderas. Motivera dock tydligt hur resultatet erhålls.

(2 p)

c) För vilka värden på T_0 är systemet stabilt enligt Routh-Hurwitz kriterium? Jämför med resultatet i uppgift b) och kommentera olikheterna.

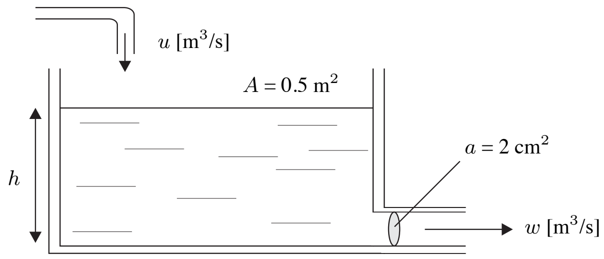
(2 p)

4

Figuren nedan visar en vattentank med inflödet u och utflödet w. Enligt Bernoullis ekvation gäller att

$$\rho g h = \frac{\rho v^2}{2}$$

där ρ = vattnets densitet [kg/m^3], och v = vattnets utströmningshastighet [m/s]



a) Bestäm differentialekvationen för sambandet mellan inflödet u och vattennivån h. Linjärisera ekvationen kring arbetspunkterna $h_0 = 0.4$ m.

(2 p)

b) Tankprocessen antas också ha en transportfördröjning på en sekund. Approximera denna dödtid med en andra ordningens Padé-approximation

$$G_2 = \frac{12 - 6sT_d + (sT_d)^2}{12 + 6sT_d + (sT_d)^2}$$

och formulera en tillståndsmodell för denna approximativa dödtidsprocess.

(2 p)

c) Formulera en tillståndsmodell för tankprocessen inklusive dödtid baserat på de erhållna tillståndsmodellerna i föregående deluppgifter.

(1 p)

5

För en tillståndsmodell (A, B, C) erhålls en optimal polplacering vid tillståndsåterkoppling

$$u = -L_u x + K_r r$$

genom att minimera kriteriet

$$J = \int_0^\infty y^2(t) + \lambda u^2(t)\, dt$$

där faktorn $\lambda > 0$ viktar straffet på styrsignalen u i förhållande till utsignalen y. Lösningen till detta optimeringsproblem ges allmänt genom att först lösa matrisekvationen

$$A^T P + PA - PBB^T P/\lambda + C^T C = 0$$

för den kvadratiska matrisen P med tilläggskravet att $P \geq 0$. Den optimala tillståndsåterkopplingsmatrisen blir då

$$L_u = \frac{1}{\lambda} B^T P$$

a) Dimensionera en optimal tillståndsåterkoppling L_u och K_r för en första ordningens process

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s+1}$$

för ett godtyckligt val av viktfaktorn $\lambda > 0$.

(3 p)

b) Bestäm den optimala polplaceringen för det återkopplade systemet, och ange speciellt värdet för $\lambda = 1, 10^{-2}$ och 10^{-4}.

(1 p)

c) Var hamnar det återkoppplade systemets pol då $\lambda \to 0$ och $\lambda \to \infty$ i förhållande till processens pol.

(1 p)