

# Reglerteknik Z/Kf/F/E

Kurskod: SSY 051, ERE 091, ESS 015

## Tentamen 2010-01-13

Tid: 14:00-18:00,

Lokal: M-huset

Lärare: Bengt Lennartson 3722

Tentamen omfattar 25 poäng, där betyg tre fordrar 10 poäng, betyg fyra 15 poäng och betyg fem 20 poäng.

*Tentamensresultat* anslås senast den 28 januari på avdelningens anslagstavla i ED-huset våning 5. *Granskning* av rättning sker den 28 och 29 januari kl 12:30-13:00 på avdelningen.

*Tillåtna hjälpmedel:*

- Formelsamling i reglerteknik (gammal och ny). Anteckningar är tillåtna i formelsamlingen.
- Bodediagram (finns längst bak i tentatesen).
- Matematiska och fysikaliska tabeller, t ex Beta och Physics handbook.
- Valfri kalkylator.

Lycka till!

Institutionen för signaler och system  
Avdelningen för reglerteknik, automation och mekatronik  
Chalmers tekniska högskola



## 1

Relationen mellan insignalen och utsignalen för ett dynamiskt system anges av överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{K}{(1 + Ts)^2}$$

a) Bestäm bandbredden  $\omega_b$  för detta system. (2 p)

b) Visa att systemets insvängningstiden  $t_{5\%} = 4.74T$  (2 p)

## 2

En andra ordningens process

$$G(s) = \frac{1}{(s + 1)^2}$$

skall regleras. De två regulatorerna

$$F_{PI}(s) = 1.7 \frac{s + 0.8}{s} \quad F_{PI_f}(s) = 5.6 \frac{s + 0.8}{s(s + 5)}$$

jämförs. Den andra regulatorn kan ses som en PI-regulator i serie med ett lågpasfilter. De två regulatorerna är inställda så att fasmarginalen  $\varphi_m = 50^\circ$ , d.v.s. de har likvärdiga stabilitetsmarginaler.

a) Utred de två regulatorernas egenskaper för denna andra ordningens process genom att bestämma lågfrekvensasymptoterna för  $S(s)$  och  $S(s)G(s)$  samt högfrekvensasymptoten för  $F(s)S(s)$ . Räkningarna förenklas genom att först studera låg- och högfrekvensens egenskaper för känslighetsfunktionen  $S(s)$ . (2 p)

b) Vilka slutsatser kan vi dra när det gäller reglersystemens förmåga att följa referenssignaler, kompensera processtörningar samt styrsignalens känslighet för mätstörningar? I vilka situationer bör speciellt den mer komplexa regulatorn  $F_{PI_f}$  rekommenderas? (2 p)

2

3

En inverterad pendel placerad på en vagn kan beskrivas av följande olinjära differential-  
ekvation

$$\ddot{\theta}(t) = \omega_0^2 \sin \theta(t) + u(t) \frac{\omega_0^2}{g} \cos \theta(t)$$

där insignalen är vagnens acceleration  $u(t)$  och utsignalen är vinkeln på pendeln  $\theta(t)$ .

a) Bestäm en linjär tillståndmodell runt jämviktspunkten då pendeln står rakt  
upp ( $\theta = 0$ ). (3 p)

b) Ange systemets poler och kommentera systemets stabilitet (1 p)

4

En ren dödtidsprocess

$$y(t) = u(t - T_d)$$

ska regleras med en P-regulator med förstärkningen  $K_r$ .

Bestäm med hjälp av Nyquists stabilitetskriterium för vilka värden på  $K_r$  som det  
återkopplade systemet är stabilt. (4 p)

5

Betrakta det roterande systemet utan dämpning

$$\ddot{\theta}(t) = u(t)$$

där vinkeln  $\theta(t)$  ska styras till önskat läge med hjälp av momentet  $u(t)$ .

a) Dimensionera en tillståndsåterkoppling då både vinkeln  $\theta$  och vinkelhastigheten  $\omega = \dot{\theta}$  är mätbara och därmed kan återkopplas. Välj det återkopplade systemets poler som en dubbelpol i  $s = -\alpha$ . (2 p)

b) Studera kretsöverföringen  $L(s)$  och rita ett bodediagram där frekvensaxeln normeras med polen  $\alpha$ . Ange speciellt den normerade överkorsningsfrekvensen  $\omega_c/\alpha$  och den resulterande fasmarginalen  $\varphi_m$ . (2 p)

## 6

En första ordningens process

$$G(s) = \frac{b}{s + a}$$

ska simuleras i en dator.

- a) Bestäm därför en tidsdiskret modell

$$y(kh + h) = \alpha y(kh) + \beta u(kh)$$

där  $h$  är samplingsintervallets längd.

(1 p)

- b) Visa att insvängningen från ett begynnelsevärde  $y(0)$ , då insignalen  $u(kh) = 0$ , kan uttryckas som

$$y(kh) = \alpha^k y(0)$$

och bestäm  $y(t)$  för  $t = 1$ . Antag att  $a = 1$ .

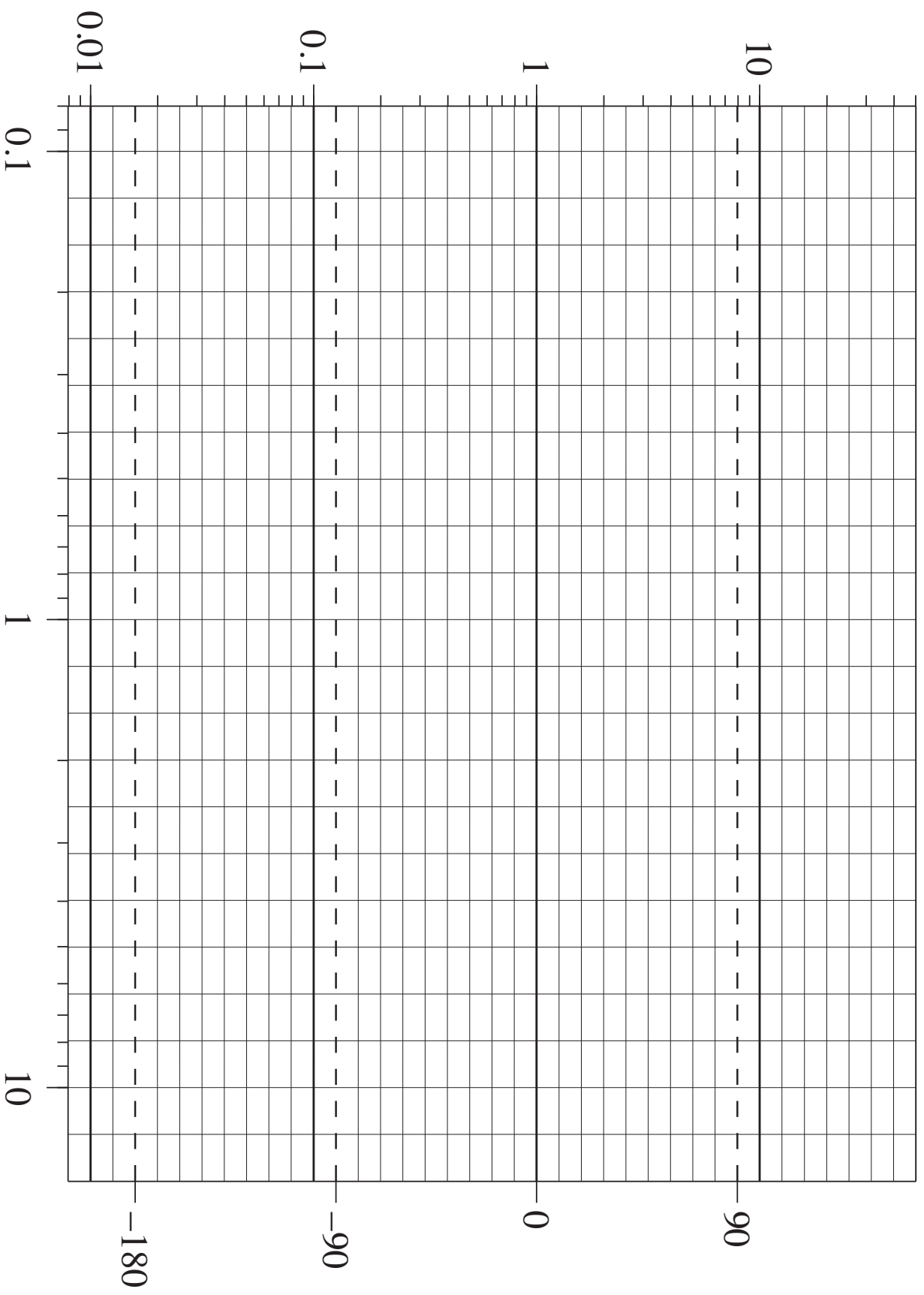
(1 p)

- c) Numeriska problem kan uppstå då samplingsintervallet  $h$  är kort. Notera exempelvis att  $\alpha \rightarrow 1$  oavsett värdet på  $a$ , då  $h \rightarrow 0$ . Vad blir då  $y(\infty)$  vid ovan beskrivna insvängning, och vilken tidskontinuerlig process motsvarar detta?

(1 p)

- d) Studera insvängningen då  $\alpha$  representeras i datorn med ett litet relativt fel, d.v.s.  $\alpha$  ersätts av  $(1 + \varepsilon)\alpha$  i ovanstående uttryck, där vi antar att  $\varepsilon = 10^{-7}$ . Bestäm  $y(1)$  ( $a = 1$ ) för  $h = 10^{-2}$ ,  $10^{-4}$  och  $10^{-6}$  och studera skillnaden jämfört med den exakta lösningen från uppgift b), dvs ange felet i lösningen på grund av representationsfelet i datorn. Vilka slutsatser bör man dra när det gäller valet av  $h$  i förhållande till  $\varepsilon$ .

(2 p)



s