Reglerteknik Z/Kf/F

Kurskod: SSY 051, ERE 091

Tentamen 2008-06-02

Tid: 8:30-12:30, Lokal: V-huset

Lärare: Bengt Lennartson tel 3722

Tentamen omfattar 25 poäng, där betyg tre fordrar 10 poäng, betyg fyra 15 poäng och betyg fem 20 poäng.

Tentamensresultat anslås senast den *16 juni* på avdelningens anslagstavla i ED-huset våning 5. *Granskning* av rättning sker den *16 och 17 juni* kl 12:30-13:00 på avdelningen.

Tillåtna hjälpmedel:

- Formelsamling i reglerteknik (gammal och ny). Anteckningar är tillåtna i formelsamlingen.
- Bodediagram (finns längst bak i tentatesen).
- Matematiska och fysikaliska tabeller, t ex Beta och Physics handbook.
- Valfri kalkylator.

Lycka till!

Institutionen för signaler och system
Avdelningen för reglerteknik, automation och mekatronik
Chalmers tekniska högskola

1

I ett enhetsåterkopplat reglersystem, där insignalen till regulatorn är reglerfelet $e = r - y$, ingår följande block

Regulator:	$F(s) = K_p$
Styrdon :	$G_u(s) = K_u$, där $K_u = 0.5$
Process :	$G_y(s) = \dfrac{2}{s(s+2)}$

a) Dimensionera P-regulatorn så att det återkopplade systemet får en dubbelpol och ange dess placering.

(1 p)

b) Beräkna det återkopplade systemets stegsvar från referenssignalen r till processens utsignal y samt motsvarande stigtid t_r.

(2 p)

c) Bestäm den komplementära känslighetsfunktionens bandbredd ω_b samt ange produkten $\omega_b t_r$.

(1 p)

d) Bestäm känslighetsfunktionen och beräkna det kvarstående felet vid stegsvar från referenssignalen r till utsignalen y.

(1 p)

2

En process med överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{K}{(1+Ts)(1+2\zeta_p s/\omega_n + (s/\omega_n)^2)}$$

där $K = 1, T = 0.5, \zeta_p = 1$ och $\omega_n = 1$ ska regleras med en PID-regulator

$$F_{PID}(s) = K_i \frac{1 + 2\zeta s\tau + (s\tau)^2}{s(1 + s\tau/\beta)}$$

Välj fasmarginalen $\varphi_m = 50°$, $\zeta = 1$ (dubbelnollställe) samt $\beta = 6$.

a) Valet av överkorsningsfrekvens ω_c är inte självklart. Dimensionera därför två PID-regulatorer. Välj dels $\omega_c = 1.3$ rad/sek, vilket ger den största integralförstärkningen K_i, och jämför med $\omega_c = 1.6$ rad/sek. Det senare valet motsvarar en vanlig tumregel som säger att $\omega_c = \sqrt{\beta}/\tau$, som är mittfrekvensen för PD-delen $(1 + s\tau)/(1 + s\tau/\beta)$ då $\zeta = 1$.

(4 p)

b) Kommentera skillnaderna i förmågan att kompensera lågfrekventa laststörningar och känsligheten för högfrekventa mätstörningar i styrsignalen genom att studera och jämföra kriterierna $J_v = 1/K_i$ och $J_u = F(\infty)$ för de båda regulatorerna.

(1 p)

3

Vid dimensionering av regulatorer på tillståndsform utnyttjas ofta möjligheten att inkludera en PID-regulator med dubbelnollställe

$$F_{PID}(s) = K_i \frac{(1+s\tau)^2}{s(1+s\tau/\beta)}$$

i serie med processens överföringsfunktion $G(s)$. För den utökade filtrerade modellen $G(s)F_{PID}(s)$ dimensioneras sedan en tillståndsåterkopplingsregulator inklusive observatör. Polplaceringen väljs då genom att optimera linjärkvadratiska kriterier. Denna procedur innebär att komplicerade processer $G(s)$ med exempelvis resonanser och instabila poler kan dimensioneras på ett enkelt sätt. För att genomföra denna procedur krävs att den filtrerade modellen $G(s)F_{PID}(s)$ ges på tillståndsform.

a) Ange först processmodellen

$$G(s) = \frac{2(1-s)}{(1+s)(1+0.5s)}$$

på tillståndsform

(1 p)

b) Ange PID-regualotorn $F_{PID}(s)$ på tillståndsform

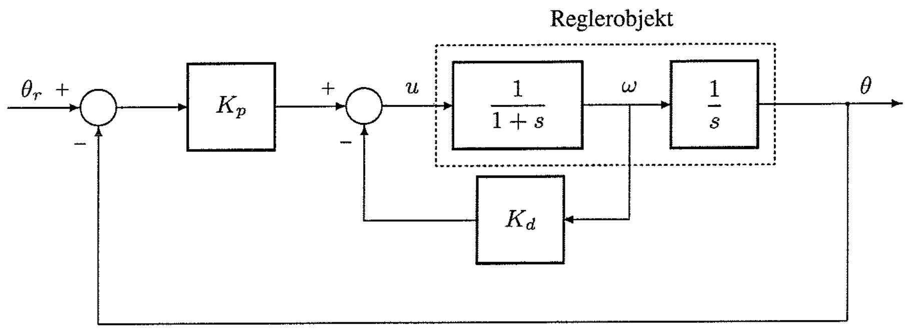
(2 p)

c) Ange den filtrerade modellen $G(s)F_{PID}(s)$ på tillståndsform genom att utnyttja de redan erhållna tillståndsmodellerna i uppgift a) och b).

(2 p)

4

Figuren nedan beskriver ett servosystem för positionering av en last. I systemet används reglering med *inre återföring*, dvs förutom reglerobjektets utsignal (vinkeln θ) återkopplas ytterligare en variabel (vinkelhastigheten ω). Denna princip används ofta för att erhålla snabbare och noggrannare reglering.



a) Välj K_d och K_p så att polerna för det återkopplade systemet hamnar i $s = -1 \pm j$.

(2 p)

b) Antag att en icke-modellerad resonans uppträder vid stysignalens excitation av reglerobjektet. Bestäm därför kretsöverföringen $L(s)$ då loopen bryts upp vid styrsignalen u samt motsvarande komplementära känslighetsfunktion $T(s)$.

(2 p)

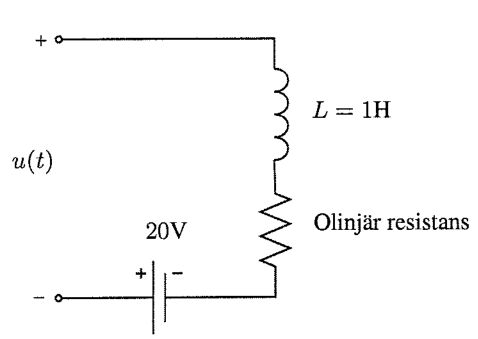
c) Studera högfrekvensasymptoten för $T(s)$ då derivataförstärkningen K_d kompletteras med ett lågpassfilter, d.v.s. K_d ersätts med

$$\frac{K_d}{1+0.1s}$$

och jämför med motsvarande resultat utan filter. Kommenterade robustheten med avseende på den icke-modellerade resonansen för lösningen med och utan detta lågpassfilter.

(2 p)

5



Figuren visar en elektrisk krets med en olinjär resistans, en induktans, en konstant spänningskälla, samt en tidsvariabel insignalspänning $u(t)$.

a) Formulera en olinjär dynamisk modell med strömmen i kretsen $i(t)$ som tillståndsvariabel då strömmen genom resistansen

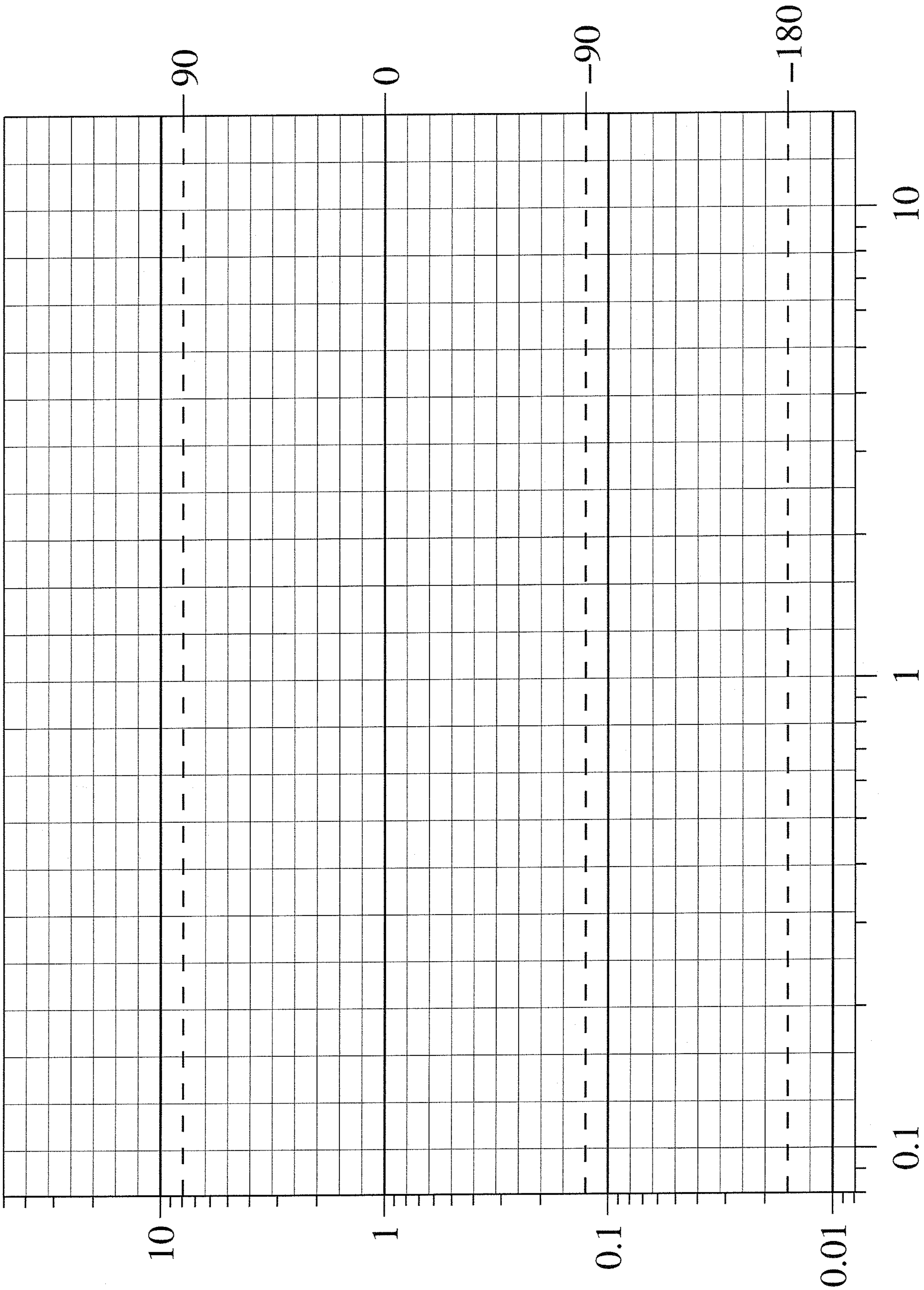
$$i_r = 2e^{0.1v_r}$$

där v_r är spänningen över resistansen.

(2 p)

b) Formulera en linjär modell kring arbetspunkten $u(t) = 0$ och bestäm överföringsfunktionen från u till spänningen över induktansen u_L, d.v.s. $G(s) = U_L(s)/U(s)$.

(2 p)



90
0
−90
−180
10
1
0.1
0.01

Lösning till Reglerteknik Z2/F2 080602

1. a) $L(s) = \frac{K_p}{s^2+2s}$ $\quad G_{ry}(s) = \frac{K_p}{s^2+2s+K_p} = \frac{K_p}{(s+1)^2}$

för $K_p = 1$. Dubbelpol i $s = -1$.

b) $Y(s) = G_{ry}(s)\,R(s) = \frac{1}{(s+1)^2 s}$

$y(t) = 1 - (1+t)e^{-t}$

$y(0.532) = 0.1$ $\quad y(3.89) = 0.9$ $\quad t_r = 3.89 - 0.532 = \underline{\underline{3.36}}$

c) $T(s) = \frac{L(s)}{1+L(s)} = G_{ry}(s) = \frac{1}{(s+1)^2}$

$|T(j\omega_b)| = \frac{1}{1+\omega_b^2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\quad \omega_b = \sqrt{\sqrt{2}-1} \underline{\underline{= 0.644}}$

$\omega_b t_r = 2.16$ $\quad$ FS sid 23 anger

tumregeln $\omega_b t_r = 2$.

d) $E(s) = R(s) - Y(s) = (1 - T(s))R(s) = S(s)R(s)$

$S(s) = \frac{1}{1+L(s)} = \frac{s(s+2)}{s^2+2s+1} = \frac{s(s+2)}{(s+1)^2}$

$e(\infty) = \lim_{s\to 0} s E(s) = \lim_{s\to 0} s\, S(s) R(s) =$

$= \lim_{s\to 0} s \frac{s(s+2)}{(s+1)^2}\frac{1}{s} = \underline{\underline{0}}$

2. a) $G(s) = \frac{1}{(1+0.5s)(1+2s+s^2)} = \frac{1}{(1+0.5s)(1+s)^2}$

$$F_{PID}(s) = \frac{K_i(1+2\zeta s\tau+(s\tau)^2)}{s(1+s\tau/\beta)} \qquad \boxed{\begin{matrix}\zeta=1\\ \beta=6\end{matrix}}$$

$$|G(j\omega_c)| = \frac{1}{\sqrt{1+0.25\omega_c^2}\,(1+\omega_c^2)} = \begin{cases}0.3117 & \omega_c=1.3\\ 0.2194 & \omega_c=1.6\end{cases}$$

$$\underline{\angle G(j\omega_c)} = -\arctan 0.5\omega_c - 2\arctan\omega_c = \begin{cases}-137.9^\circ & \omega_c=1.3\\ -154.7^\circ & \omega_c=1.6\end{cases}$$

$$\underline{\angle F_{PID}(j\omega_c)} = \varphi_m - 180^\circ - \underline{\angle G(j\omega_c)} = \begin{cases}-130^\circ+137.9^\circ\\ -130^\circ+154.7^\circ\end{cases} = \begin{cases}7.9^\circ & \omega_c=1.3\\ 24.7^\circ & \omega_c=1.6\end{cases}$$

Enligt FS s 30

$$\omega_c\tau = \begin{cases}1.5 & \angle F_{PID}=7.9^\circ\\ 2.6 & \angle F_{PID}=24.7^\circ\end{cases} \Rightarrow \boxed{\tau = \begin{cases}1.15 & \omega_c=1.3\\ 1.63 & \omega_c=1.6\end{cases}}$$

$$K_\infty|G(j\omega_c)| = \begin{cases}2.9 & \angle F_{PID}=7.9^\circ\\ 2.2 & \angle F_{PID}=24.7^\circ\end{cases} \Rightarrow K_\infty = \begin{cases}9.30 & \omega_c=1.3\\ 10.03 & \omega_c=1.6\end{cases}$$

$$\boxed{K_i = \frac{K_\infty}{\tau\beta} = \begin{cases}1.35 & \omega_c=1.3\\ 1.03 & \omega_c=1.6\end{cases}}$$

b) $J_v = \frac{1}{K_i} = \begin{cases}0.741 & \omega_c=1.3\\ 0.971 & \omega_c=1.6\end{cases} \qquad \frac{0.741}{0.971} = 0.76$

$\therefore$ 24% lägre J_v vid $\omega_c=1.3$

$J_u = K_\infty = \begin{cases}9.3 & \omega_c=1.3\\ 10.03 & \omega_c=1.6\end{cases} \qquad \frac{9.3}{10.03} \approx 0.93$

$\therefore$ 7% lägre J_u vid $\omega_c=1.3$

Slutsats: $\omega_c=1.3$ ger framförallt bättre kompensering av laststörningar och

3. a) $G(s) = \frac{-2s+2}{0.5s^2+1.5s+1} = \frac{-4s+4}{s^2+3s+2}$

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_{G_1}\\ \dot{x}_{G_2}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-3 & -2\\ 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_{G_1}\\ x_{G_2}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}u_G$$

$$y = \begin{bmatrix}-4 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_{G_1}\\ x_{G_2}\end{bmatrix}$$

b) $F_{PID}(s) = K_i \frac{\tau^2 s^2 + 2\tau s + 1}{s^2\tau/\beta + s} =$

$$= \frac{K_i\tau\beta s^2 + 2K_i\beta s + K_i\beta/\tau}{s^2 + \beta s/\tau} =$$

$$= K_i\tau\beta + \frac{As+B}{s^2+\beta s/\tau} = \frac{K_i\tau\beta s^2 + (K_i\beta^2 + A)s + B}{s^2 + \beta s/\tau}$$

$\therefore\ B = K_i\beta/\tau \quad A = 2K_i\beta - K_i\beta^2 = K_i\beta(2-\beta)$

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_{F_1}\\ \dot{x}_{F_2}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-\beta/\tau & 0\\ 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_{F_1}\\ x_{F_2}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}u$$

$$y_F = \begin{bmatrix}K_i\beta(2-\beta) & K_i\beta/\tau\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_{F_1}\\ x_{F_2}\end{bmatrix} + K_i\tau\beta u$$

c) Låt $u_G = y_F$

$$u_G = K_i\beta(2-\beta)x_{F_1} + K_i\beta/\tau\, x_{F_2} + K_i\tau\beta u$$

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_{G_1}\\ \dot{x}_{G_2}\\ \dot{x}_{F_1}\\ \dot{x}_{F_2}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-3 & -2 & K_i\beta(2-\beta) & K_i\beta/\tau\\ 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -\beta/\tau & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_{G_1}\\ x_{G_2}\\ x_{F_1}\\ x_{F_2}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}K_i\tau\beta\\ 0\\ 1\\ 0\end{bmatrix}u$$

$$y = \begin{bmatrix}-4 & 4 & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_{G_1}\\ x_{G_2}\\ x_{F_1}\\ x_{F_2}\end{bmatrix}$$

4. a) $U(s) = K_p \Theta_r(s) - (K_p + sK_d)\Theta(s)$

$$\Theta(s) = \frac{1}{s^2+s} U(s)$$

$$\Theta(s) = \frac{1}{s^2+s}\left(K_p\Theta_r(s) - (K_p + sK_d)\Theta(s)\right)$$

$$\left(s^2 + (1+K_d)s + K_p\right)\Theta(s) = K_p\,\Theta_r(s)$$

$$G_{\Theta_r\Theta}(s) = \frac{K_p}{s^2 + (1+K_d)s + K_p} = \frac{K_p}{(s+1+j)(s+1-j)} =$$

$$= \frac{K_p}{s^2+2s+1+1} = \frac{K_p}{s^2+2s+2} \Rightarrow \begin{array}{l} K_p = 2 \\ K_d = 1 \end{array}$$

b) $\bigcirc \xrightarrow{u'} \quad \xrightarrow{u} \boxed{\frac{1}{1+s}}$ bortse från Θ_r

$$U'(s) = \underbrace{-(K_p + sK_d)\frac{1}{s^2+s}}_{-L(s)} U(s)$$

$$L(s) = \frac{s+2}{s(s+1)} \qquad T(s) = \frac{L(s)}{1+L(s)} = \frac{s+2}{s^2+2s+2}$$

c) $$L(s) = \left(2 + \frac{s}{1+0{,}1s}\right)\frac{1}{s(s+1)} = \frac{1{,}2s+2}{(1+0{,}1s)s(s+1)}$$

$$= \frac{1{,}2s+2}{s^2+s+0{,}1s^3+0{,}1s^2} = \frac{12s+20}{s^3+11s^2+10s}$$

$$T(s) = \frac{12s+20}{s^3+11s^2+22s+20}$$

$$|T(j\omega)| \begin{array}{llll} \nearrow & \dfrac{1}{\omega} & \omega \gg 1 & \text{utan LP-filter} \\ \searrow & \dfrac{12}{\omega^2} & \omega \gg 1 & \text{med LP-filter} \end{array}$$

LP-filtret medför att $|T|$ minskar snabbare för högre frekvenser (lutning [-2]). Därmed ökar robustheten för den icke-modellerade HF-resonansen.

5. a) $u + 20 = \frac{di}{dt} + v_r$

$\ln 0.5 i = 0.1 v_r$

$\frac{di}{dt} = -10 \ln 0.5 i + 20 + u = f(i, u)$

b) Linjär modell för $u = 0$

$-10 \ln 0.5 i_0 + 20 = 0$

$\ln 0.5 i_0 = 2 \iff i_0 = 2e^2 = 14.78$

$i = i_0 + \Delta i \qquad u = \Delta u$

$\frac{d\Delta i}{dt} = \frac{\partial f}{\partial i}\Big|_{i=i_0} \Delta i + \frac{\partial f}{\partial u} \Delta u =$

$= -10 \cdot 0.5 \frac{1}{0.5 i_0} \Delta i + u =$

$= -0.6766 \Delta i + u$

Laplace $\Rightarrow$ $s \Delta I(s) + 0.6766 \Delta I(s)$ $(= U(s))$

$\Delta I(s) = \frac{1}{s + 0.6766} U(s)$

$u_L = \frac{di}{dt} = \frac{d}{dt}(i_0 + \Delta i) = \frac{d\Delta i}{dt}$

$U_L(s) = s \Delta I(s) \quad \therefore \quad G(s) = \frac{U_L(s)}{U(s)} = \frac{s}{s + 0.6766}$