Reglerteknik Z2

Kurskod: SSY 050 och ERE080

Tentamen 2006-08-24

Tid: 14:00-18:00, Lokal: V-huset

Lärare: Goran Cengic tel 3729, 073-903 70 10

Tentamen omfattar 25 poäng, där betyg tre fordrar 10 poäng, betyg fyra 15 poäng och betyg fem 20 poäng.

Tentamensresultat anslås senast den *7 september* på avdelningens anslagstavla E-huset våning 5. *Granskning* av rättning sker den *7 och 8 september* kl 12:30-13:00 på avdelningen.

Tillåtna hjälpmedel:

- Formelsamling i reglerteknik (gammal och ny). Anteckningar är tillåtna i formelsamlingen.
- Bodediagram (finns längst bak i tentatesen).
- Matematiska och fysikaliska tabeller, t ex Beta och Physics handbook.
- Valfri kalkylator.

Lycka till!

Institutionen för signaler och system
Avdelningen för reglerteknik, automation och mekatronik
Chalmers tekniska högskola

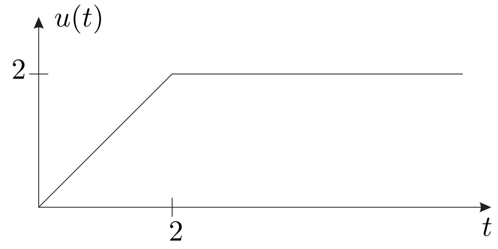
1

För ett visst system är sambandet mellan insignalen $u(t)$ och utsignalen $y(t)$ givet av differentialekvationen

$$4\dot{y} + y = u$$

Givet insignalen $u(t)$ enligt nedanstående figur, beräkna analytiskt systemets utsignal $y(t)$.

(2 p)



2

a) Linjärisera följande tillståndsmodell

$$\dot{x} = \sin(x) + u^3$$

kring den stationära arbetspunkten $x_0 = \pi/3$.

(2 p)

b) Avgör även om det linjäriserade systemet är stabilt.

(1 p)

3

En icke-minfasprocess

$$G(s) = \frac{1 - sT}{(1+s)^2(1+0.5s)}$$

där tidskonstanten T är en osäker parameter, ska regleras med en P-regulator.

a) För vilka värden på förstärkningen K_p är det återkopplade systemet stabilt för ett godtyckligt positivt värde på tidskonstanten T.

(2 p)

b) Utnyttja resultatet i uppgift a) och bestäm förstärkningen K_p så att en godtycklig amplitudmarginal A_m erhålls för det nominella värdet på tidskonstanten $T = 1$. Ange speciellt värdet på K_p för $A_m = 2$ och 4.

(1 p)

c) Vilka avvikelser från det nominella värdet på tidskonstanten T kan accepteras innan det återkopplade systemet blir instabilt då amplitudmarginalen $A_m = 2$ och 4.

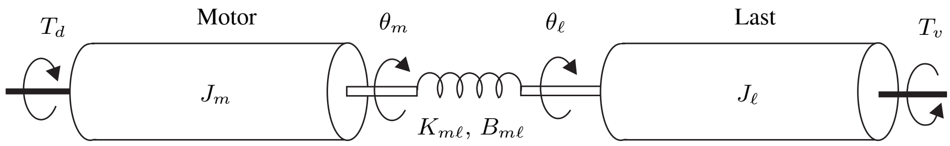
(1 p)

d) Ange en allmän slutsats angående relationen mellan amplitudmarginalen för ett återkopplat system och tillåtna parameterosäkerheter.

(1 p)

4

En motor med ett tröghetsmoment J_m, vinkeln θ_m och vinkelhastigheten $\omega_m = \dot{\theta}_m$ kopplas samman via en vek axel med en last med ett tröghetsmoment J_ℓ, vinkeln θ_ℓ och vinkelhastigheten $\omega_\ell = \dot{\theta}_\ell$.



Den veka axeln generar ett vinkelberoende fjädermoment $K_{m\ell}(\theta_m - \theta_\ell)$ och ett vinkelhastighetsberoende dämpningsmoment $B_{m\ell}(\omega_m - \omega_\ell)$. Lasten utsätts också för en laststörning i form av störmomentet T_v, medan motorn drivs av momentet T_d, som är systemets styrsignal.

a) Formulera en tredje ordningens tillståndsmodell med T_d och T_v som insignaler samt ω_ℓ som utsignal. Valet av utsignal innebär att ω_m och ω_ℓ lämpligen väljs som tillståndsvariabler. Vilken blir då den tredje tillståndsvariabeln?

(3 p)

b) Välj i stället momentet på axeln $T_a = K_{m\ell}(\theta_m - \theta_\ell) + B_{m\ell}(\omega_m - \omega_\ell)$ som utsignal och visa att det då går att formulera en andra ordningens tillståndsmodell. Antag nu för enkelhets skull att $J_m = J_\ell = K_{m\ell} = B_{m\ell} = 1$.

(2 p)

c) Bestäm systemets poler i uppgift b) samt motsvarande dämpningskoefficient ζ och odämpade resonansfrekvens ω_n.

(1 p)

5

Betrakta en process vars dynamik ges av överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{3}{(1 + 20s)^3}$$

a) Dimensionera en PI-regulator för denna process så att fasmarginalen $\varphi_m = 50°$. Välj tre olika överkorsningsfrekvenser $\omega_c = 0.2\omega_{\pi_{proc}}$, $0.35\omega_{\pi_{proc}}$ och $0.5\omega_{\pi_{proc}}$.

(3 p)

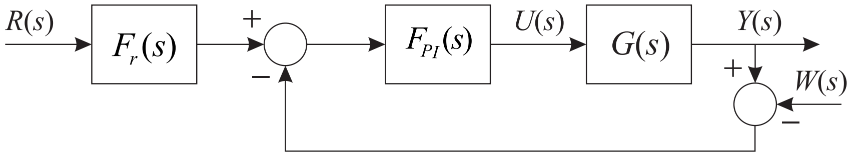
b) Vad blir regulatorns integralförstärkning K_i och högfrekvensförstärkning K_∞ för de olika valen av ω_c? Vilken av de tre erhållna regulatorerna är att föredra med tanke på förmågan att kompensera processtörningar och känsligheten för mätstörningar?

(2 p)

6

Betrakta nedanstående reglersystem. Låt

$$G(s) = \frac{1}{s+3} \quad \text{och} \quad F_{PI}(s) = 1 + \frac{3}{s}$$



a) Designa ett realiserbart förfilter $F_r(s)$ så att det återkopplade systemets bandbredd blir 10 ggr högre än utan förfilter.

(2 p)

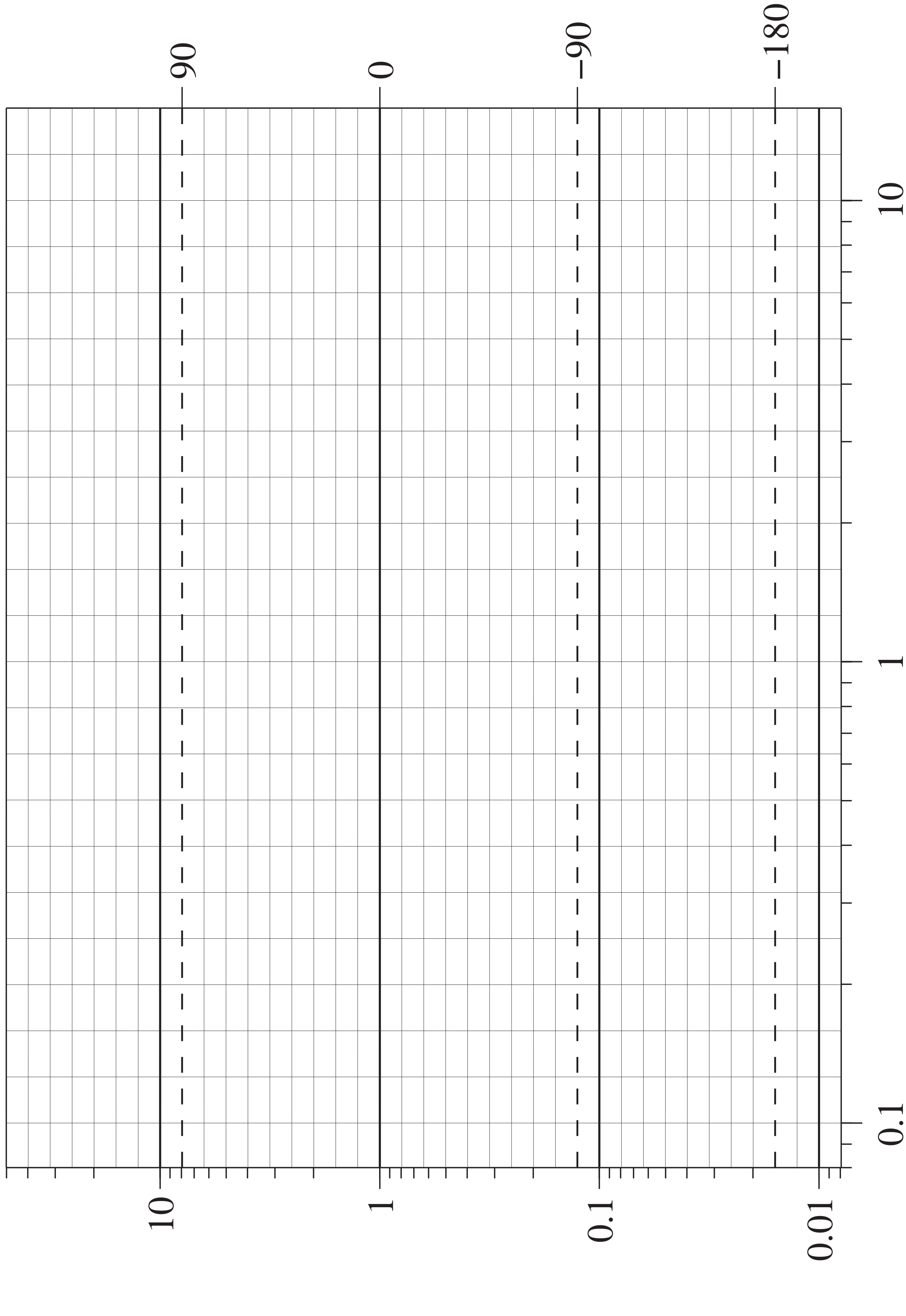
Ledning: Den resulterande överföringsfunktionen $\frac{Y(s)}{R(s)}$ med förfilter ska till exempel bli av första ordning med brytfrekvensen tio gånger högre än utan förfilter. LF-förstärkningen ska vara ett.

b) Jämför de asymptotiska amplitudkurvorna för överföringsfunktionen $\frac{Y(s)}{W(s)}$ med och utan förfilter. Hur påverkar förfiltret mätstörningskompenseringen?

(1 p)

c) Jämför de asymptotiska amplitudkurvorna för överföringsfunktionen $\frac{U(s)}{R(s)}$ med och utan förfilter. Hur påverkar förfiltret styrsignalaktiviteten?

(1 p)


90
0
−90
−180
10
1
0.1
0.01
0.1
1
10

Tentamen i Reglerteknik 2006-08-24

BL060824
ESS015
ERE080
SSY050

1. $G(s) = \frac{1}{1+4s}$ $\quad u(t) = t - (t-2)\sigma(t-2)$

$U(s) = \frac{1}{s^2}(1 - e^{-2s})$

$$Y(s) = \frac{0.25}{s^2(s+0.25)}(1-e^{-2s}) = \left(\frac{A}{s^2} + \frac{B}{s} + \frac{C}{s+0.25}\right)(1-e^{-2s}) =$$

$$= \left(\frac{1}{s^2} - \frac{4}{s} + \frac{4}{s+0.25}\right)(1-e^{-2s})$$

$$y(t) = (t - 4 + 4e^{-t/4})\sigma(t) - \left((t-2) - 4 + 4e^{-(t-2)/4}\right)\sigma(t-2)$$

2. a) $\dot{x} = \sin x + u^3 \qquad x_0 = \pi/3$

Arbetspunkt $\quad \sin \pi/3 + u_0^3 = 0 \Rightarrow u_0 = -0.75^{1/6} \approx -0.9532$

Linjärisering $\quad \Delta\dot{x} = \cos x_0 \Delta x + 3u_0^2 \Delta u =$

$= \cos\frac{\pi}{3}\Delta x + 3 \cdot 0.75^{1/3}\Delta u =$

$= 0.5\Delta x + 2.73\Delta u$

b) $\frac{\Delta X(s)}{\Delta U(s)} = \frac{2.73}{s-0.5} \Rightarrow$ pol i $s=0.5$ dvs instabilt system

3. a) KE $\quad 1 + \frac{K_p(1-sT)}{(1+s)^2(1+0.5s)} = \frac{1+2s+s^2+0.5s+s^2+0.5s^3-K_pTs+K_p}{\ldots\ldots} = 0$

$0.5s^3 + 2s^2 + (2.5 - K_pT)s + K_p + 1 = 0$

R-H tabell

s^3	0.5	$2.5-K_pT$
s^2	2	K_p+1
s^1	$\frac{5-2K_pT-0.5K_p-0.5}{2}$	0
s^0	K_p+1	

stabilt då

$4.5 > (2T+0.5)K_p$

$K_p > -1$

$-1 < K_p < \frac{9}{1+4T}$

b) $A_m K_p = \frac{9}{1+4T} = 1.8 \Rightarrow K_p = 1.8/A_m = \begin{cases} 0.9 & A_m = 2 \\ 0.45 & A_m = 4 \end{cases}$

c) $K_p < \frac{9}{1+4T} \Rightarrow 1+4T < 9/K_p \Rightarrow T < \frac{9}{4K_p} - \frac{1}{4}$

$A_m = 2 \Rightarrow T < \frac{9}{4 \cdot 0.9} - 0.25 = 2.25$

$A_m = 4 \Rightarrow T < \frac{9}{4 \cdot 0.45} - 0.25 = 4.75$

d) Större amplitudmarginal (stabilitetsmarginal) $\Rightarrow$ större parameterosäkerhet accepteras.

4. a) $J_m \dot{\omega}_m = T_d - K_{ml}(\theta_m - \theta_l) - B_{ml}(\omega_m - \omega_l)$

$J_l \dot{\omega}_l = K_{ml}(\theta_m - \theta_l) + B_{ml}(\omega_m - \omega_l) - T_v$

$\Delta\dot{\theta} = \frac{d}{dt}(\theta_m - \theta_l) = \omega_m - \omega_l$

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_m \\ \dot{\omega}_l \\ \Delta\dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{B_{ml}}{J_m} & \frac{B_{ml}}{J_m} & -\frac{K_{ml}}{J_m} \\ \frac{B_{ml}}{J_l} & -\frac{B_{ml}}{J_l} & \frac{K_{ml}}{J_l} \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_m \\ \omega_l \\ \Delta\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J_m} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J_l} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_d \\ T_v \end{bmatrix}$$

$$\omega_l = [0 \quad 1 \quad 0] \begin{bmatrix} \omega_m \\ \omega_l \\ \Delta\theta \end{bmatrix}$$

b) Välj $\Delta\omega = \omega_m - \omega_l$ och $\Delta\theta = \theta_m - \theta_l$ som tillståndsvariabler

$\Delta\dot{\omega} = T_d - \Delta\theta - \Delta\omega - \Delta\theta - \Delta\omega + T_v$

$\Delta\dot{\theta} = \Delta\omega$

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{\omega} \\ \Delta\dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\omega \\ \Delta\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_d \\ T_v \end{bmatrix}$$

$$T_a = [1 \quad 1] \begin{bmatrix} \Delta\omega \\ \Delta\theta \end{bmatrix}$$

c) $\det(sI - A) = \det \begin{bmatrix} s+2 & 2 \\ -1 & s \end{bmatrix} = s^2 + 2s + 2 = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$

$\omega_n = \sqrt{2} \qquad \zeta = \frac{1}{\omega_n} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

5. $G(s) = \frac{3}{(1+20s)^3} \qquad \angle G(j\omega) = -3\arctan 20\omega$

$-3\arctan 20\omega_{\pi proc} = -180° \Rightarrow \omega_{\pi proc} = \frac{1}{20}\tan 60° = \frac{\sqrt{3}}{20} \approx$
≈ 0.0866

$$\omega_c = \begin{cases} 0.2\,\omega_{\pi proc} \\ 0.35\,\omega_{\pi proc} \\ 0.5\,\omega_{\pi proc} \end{cases} = \begin{cases} 0.0173 \\ 0.0303 \\ 0.0433 \end{cases}$$

$\angle L(j\omega_c) = \angle G(j\omega_c) + \angle \frac{K_i(1+j\omega_c T_i)}{j\omega_c} = -3\arctan 20\omega_c$

$-90° + \arctan \omega_c T_i = -180° + \varphi_m = -130°$

$$T_i = \frac{1}{\omega_c}\tan\left(-40^\circ + 3\arctan 20\omega_c\right) = \begin{cases} 18.0 & \omega_c = 0.0173 \\ 44.9 & \omega_c = 0.0303 \\ 180 & \omega_c = 0.0433 \end{cases}$$

$$|L(j\omega_c)| = \frac{3}{\sqrt{1+(20\omega_c)^2}^{\,3}} K_i \frac{\sqrt{1+(T_i\omega_c)^2}}{\omega_c} = 1$$

$$\Rightarrow K_i = \frac{\sqrt{1+(20\omega_c)^2}^{\,3}\cdot\omega_c}{3\sqrt{1+(T_i\omega_c)^2}} = \begin{matrix} 0.00653 & \omega_c = 0.0173 \\ 0.00957 & \omega_c = 0.0303 \\ 0.00425 & \omega_c = 0.0433 \end{matrix}$$

b) $K_\infty = F_{PI}(\infty) = K_i T_i = \begin{cases} 0.118 & \omega_c = 0.0173 \\ 0.430 & \omega_c = 0.0303 \\ 0.765 & \omega_c = 0.0433 \end{cases}$

Störst K_i ger bästa kompensering av laststörning, vilket motsvarar $\omega_c = 0.35\,\omega_{\pi pre}$
Minst K_∞ ger lägsta känslighet för mätstörningar i styrsignalen, vilket motsvarar $\omega_c = 0.2\,\omega_{\pi pre}$

6. a) $L(s) = \frac{1}{s+3}\,\frac{s+3}{s} = \frac{1}{s}$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1/s}{1+1/s}F_r(s) = \frac{1}{s+1}F_r(s) = \frac{1}{1+s}\underbrace{\frac{1+s}{1+0.1s}}_{F_r(s)} = \frac{1}{1+s/10}$$

b) $\frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{L(s)}{1+L(s)} = \frac{1}{1+s}$ $\quad \left|\frac{Y}{W}\right| \to \begin{matrix} 1 & \text{små } \omega \\ 1/\omega & \text{stora } \omega \end{matrix}$

oavsett $F_r(s)$

c) $\frac{U(s)}{R(s)} = \frac{F(s)}{1+L(s)}F_r(s) = \frac{s+3}{s(1+1/s)}F_r(s) = \frac{s+3}{s+1}F_r(s)$

Utan förfilter $\left|\frac{U}{R}\right| \to \begin{matrix} 3 & \text{små } \omega \\ 1 & \text{stora } \omega \end{matrix}$
$\frac{U}{R} = \frac{s+3}{s+1}$

Med förfilter $\left|\frac{U}{R}\right| \to \begin{matrix} 3 & \text{små } \omega \\ 10 & \text{stora } \omega \end{matrix}$
$\frac{U}{R} = \frac{s+3}{s+1}\,\frac{1+s}{1+0.1s}$

∴ Förfiltret ökar HF asymptoten med en faktor 10 dvs 10 gånger högre styrsignalaktivitet