Reglerteknik Z2

Tentamen 2006-01-10

Tid: 14:00-18:00, Lokal: V-huset

Lärare: Bengt Lennartson tel 3722

Tentamen omfattar 25 poäng, där betyg tre fordrar 10 poäng, betyg fyra 15 poäng och betyg fem 20 poäng.

Tentamensresultat anslås senast den *24 januari* på avdelningens anslagstavla E-huset våning 5. *Granskning* av rättning sker den *24 och 25 januari* kl 12:30-13:00 på avdelningen.

Tillåtna hjälpmedel:

- Formelsamling i reglerteknik (gammal och ny). Anteckningar är tillåtna i formelsamlingen.
- Bodediagram (finns längst bak i tentamenstesen).
- Matematiska och fysikaliska tabeller, t ex Beta och Physics handbook.
- Valfri kalkylator.

Lycka till!

Institutionen för signaler och system
Avdelningen för reglerteknik, automation och mekatronik
Chalmers tekniska högskola

1

Komplementära känslighetsfunktionen $T(s)$ för ett system ges av överföringsfunktionen

$$T(s) = \frac{100}{s^2 + 14s + 100}$$

a) Bestäm systemets kretsöverföring $L(s)$.

(1 p)

b) Bestäm bandbredden för $T(s)$.

(2 p)

c) Låt kretsöverföringen vara produkten av regulatorns och processens överföringsfunktioner. Vad blir den komplementära känslighetsfunktionen om förstärkningen i regulatorn dubbleras (allt annat oförändrat)?

(1 p)

2

En industriell process, som har överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{3}{4 + 5s} e^{-2s}$$

ska regleras med en P-regulator $F(s) = K_p \geq 0$. För att förenkla beräkningen utnyttjas en första ordningens Padé-approximation för dödtidsfaktorn, d.v.s.

$$e^{-T_d s} \approx \frac{1 - \frac{T_d}{2} s}{1 + \frac{T_d}{2} s}$$

Motsvarande överföringsfunktion med denna approximation betecknas $G_a(s)$, d.v.s.

$$G_a(s) = \frac{3}{4 + 5s} \cdot \frac{1 - s}{1 + s}$$

a) Dimensionera P-regulatorn för den approximativa processen $G_a(s)$, t.ex. med hjälp av Routh-Hurwitz tablå, så att det återkopplade systemet får en amplitudmarginal $A_m = 3$.

(2 p)

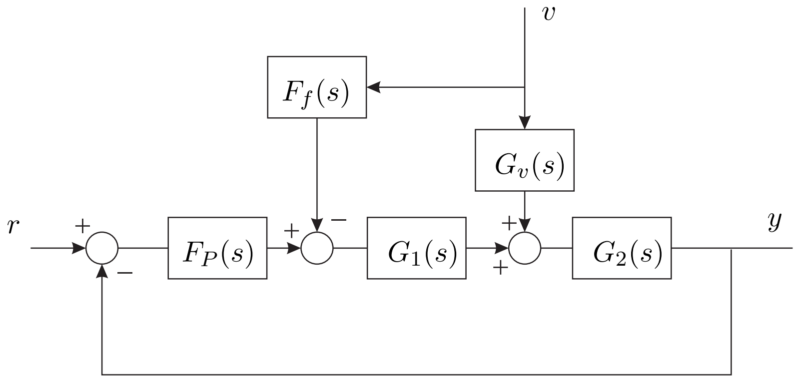
b) För att få en uppfattning om Padéapproximationens noggrannhet, bestäm amplitudmarginalen då det verkliga systemet $G(s)$ regleras med P-regulatorn som beräknades i uppgift a). I fall du inte har löst uppgift a) kan du räkna med $K_p = 1$.

(3 p)

3

Betrakta nedanstående reglersystem som innehåller en framkopplingslänk. Framkopplingslänken innehåller en statisk förstärkning som beräknades enligt

$$F_f = K = \lim_{s \to 0} \frac{G_v(s)}{G_1(s)}$$



a) Motivera ovanstående val av framkoppling F_f

(1 p)

b) Beräkna överföringsfunktionen $G_{vy}(s)$ för det återkopplade systemet från laststörningen v till utsignalen y samt rita dess asymptotiska amplitudkurva. Antag följande överföringsfunktioner:

$$\begin{aligned} F_P(s) &= 5 \\ G_1(s) &= 1 \\ G_v(s) &= \frac{2}{s+2} \\ G_2(s) &= \frac{2-s}{(s+2)(s+3)} \end{aligned}$$

samt F_f som ovan. Notera speciellt möjliga pol-nollställes förkortningar vid beräkningen av $G_{vy}(s)$.

(3 p)

c) Ungefär i vilket frekvensområde förstärks störningen mest?

(1 p)

4

Antag att en PID-regulator med ett dubbelnollställe på formen

$$F_{PID}(s) = \frac{K_i(1+s\tau)^2}{s(1+s\tau/\beta)}$$

har dimensionerats. De flesta industriella PID-regulatorer har däremot endast inställningar för parametrarna K_p, T_i, T_d och T_f i överföringsfunktionen

$$F_{PID}(s) = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{1+T_f s}\right)$$

Hur skall dessa parametrar ställas in då $K_i = 2$, $\tau = 4$ och $\beta = 8$?

(2 p)

5

En process har överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{0.5}{s(1+2s)^2}$$

a) Dimensionera en PD-regulator med maximalt faslyft vid önskat ω_c, så att fasmarginalen blir $\varphi_m = 45°$. Pröva två olika överkorsningsfrekvenser $\omega_c = 0.3$ och 0.5 rad/s för kretsöverföringen $L(s)$.

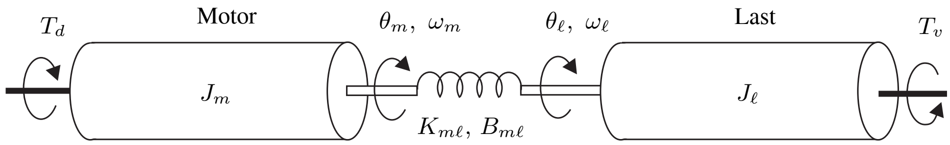
(3 p)

b) Bestäm kretsöverföringens låg- och högfrekvensasymptot för de båda värdena på ω_c, samt kommentera hur effektivt processtörningar kompenseras och hur känsligheten för mätstörningar påverkas av valet på ω_c. För full poäng krävs någon form av matematísk/analytisk argumentation.

(2 p)

6

En schematisk modell av en fordonsdrivlina illustreras i följande figur.



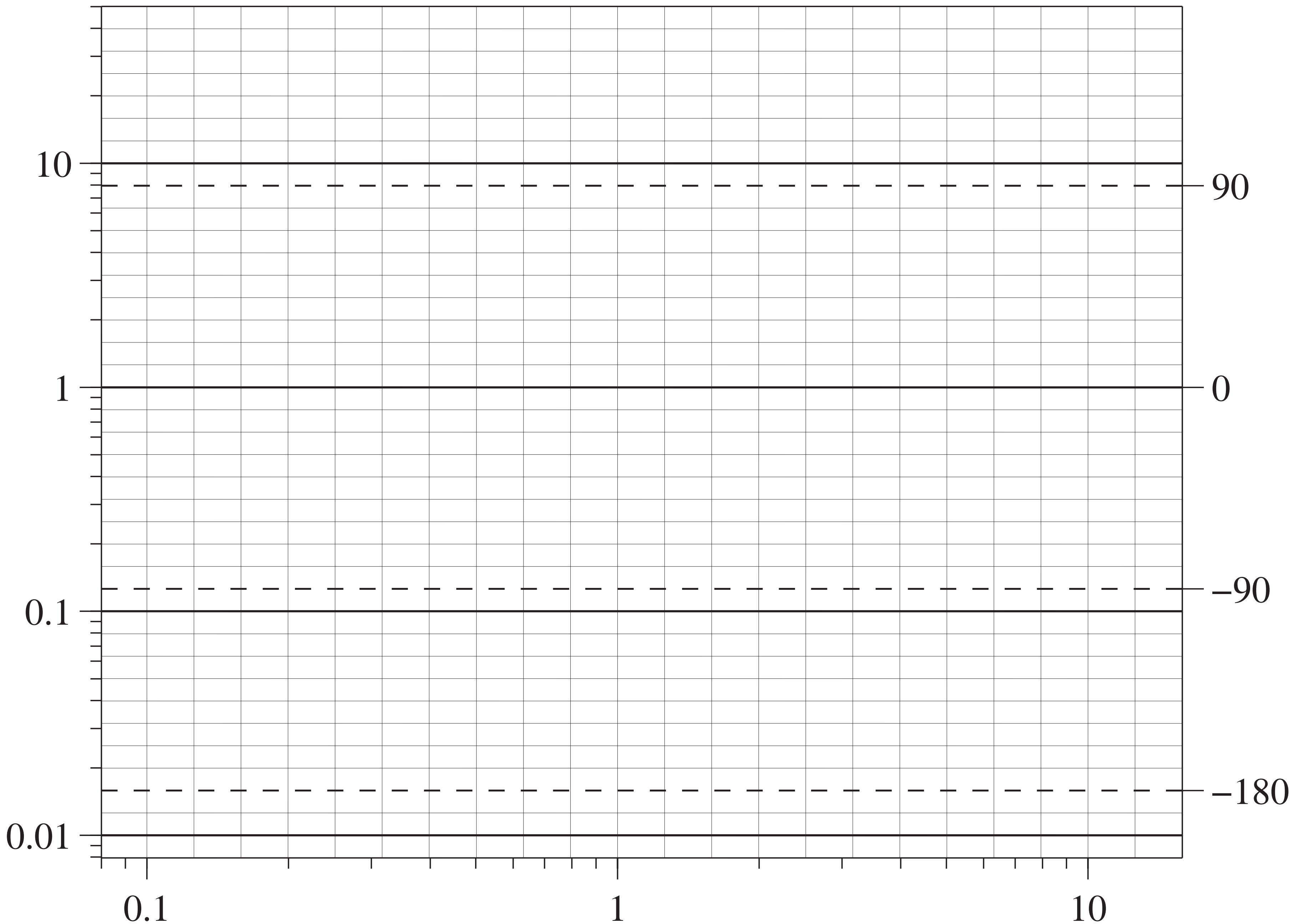
Motorn genererar ett drivande moment T_d som överförs till hjulsidan (lastsidan) via en elastisk drivaxel med elasticitetskoefficient $K_{m\ell}$ och friktionskoefficient $B_{m\ell}$. Fordonet påverkas av yttre krafter (till exempel väglutning) vilket ger upphov till ett belastande moment T_v på lastsidan. Varvtalen på motorn respektive hjulen är $\omega_m = \dot{\theta}_m$ och $\omega_\ell = \dot{\theta}_\ell$.

a) Ställ upp balansekvationerna for drivlinan.

(2 p)

b) Välj tillstånd och ställ upp en tillståndsmodell for drivlinan.

(2 p)


10
1
0.1
0.01
90
0
−90
−180
0.1
1
10

Lösning till tentamen i Reglerteknik 060110

BL 060118

1.

a) $T(s) = \dfrac{L(s)}{1+L(s)} = \dfrac{100}{s^2+14s+100} = \dfrac{\frac{100}{s^2+14s}}{1+\frac{100}{s^2+14s}} \Rightarrow L(s) = \dfrac{100}{s(s+14)}$

b) $T(s) = \dfrac{10^2}{s^2+2\cdot 0.7\cdot 10s+10^2} = \dfrac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$

$\left.\begin{array}{l}\omega_n = 10 \quad \zeta = 0.7 \quad T(j\omega_b) = -3dB \\ \text{Bodediagram FS}\end{array}\right\} \Rightarrow \underline{\underline{\omega_b \approx \omega_n = 10}}$

c) $L(s) = \dfrac{2\cdot 100}{s(s+14)} \Rightarrow T(s) = \dfrac{200}{s^2+14s+200}$

2.

a) $L(s) = K_p G_a(s) = \dfrac{3K_p(1-s)}{4+5s+(4+5s)s} = \dfrac{3K_p - 3K_p s}{5s^2+9s+4}$

KE $5s^2+9s+4+3K_p-3K_p s = 5s^2+(9-3K_p)s+4+3K_p$

R-H Tablå

s^2	5	$4+3K_p$
s^1	$9-3K_p$	0
s^0	$4+3K_p$	

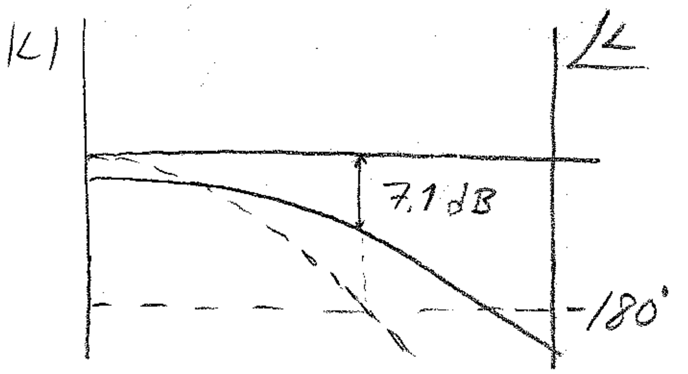
Stabilitetskrav

$\begin{cases} 9-3K_p > 0 \\ 4+3K_p > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} K_p < 3 \\ K_p > -\frac{4}{3} \end{cases}$

$A_m = 3 \Rightarrow \underline{\underline{K_p = 1}}$ eftersom en förstärkningsökning med en faktor 3 $\Rightarrow$ marginellt stabilt system

b) $L(s) = K_p G(s) = G(s) = \dfrac{3e^{-2s}}{4+5s}$

Bodediagram



$A_m = 7.1\ dB = 2.3$ ggr

$\left(1-\dfrac{2.3}{3}\right)\cdot 100\% = 23\%$ lägre A_m jämfört med den approximativa modellen

3.
$$Y = G_2 (G_v V - F_f G_1 V - G_1 F_p Y)$$

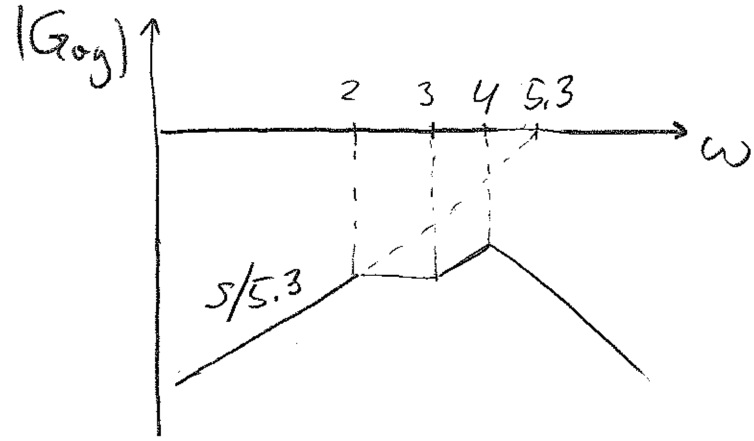
$$G_{vy} = \frac{Y}{V} = \frac{G_2 (G_v - F_f G_1)}{1 + G_2 G_1 F_p}$$

a)
$$F_f = \lim_{s \to 0} \frac{G_v(s)}{G_1(s)} \Rightarrow G_{vy}(s) = \frac{G_2 \left(G_v - \frac{G_v(0)}{G_1(0)} G_1\right)}{1 + G_2 G_1 F_p}$$

$\to 0$ då $s \to 0$, dvs den statiska förstärkningen $G_{vy}(0) = 0$. En konstant störning kompenseras därmed exakt förutsatt att förstärkningarna $G_v(0)$ och $G_1(0)$ stämmer med verkligheten

b)
$$G_{vy}(s) = \frac{\frac{2-s}{(s+2)(s+3)}\left(\frac{2}{s+2} - \frac{2/2}{1} \cdot 1\right)}{1 + \frac{2-s}{(s+2)(s+3)} \cdot 1.5} =$$

$$= \frac{(2-s)\,(2-(s+2))}{s^2 + 5s + 10 + 10 - 5s} = \frac{s(s-2)}{s^2+20} =$$



$$= \frac{-\frac{s}{10}\,(1 - s/2)}{1 + \left(s/\sqrt{20}\right)^2}$$

c) En t.o.m. odämpad resonanstopp vid $\omega = \sqrt{20}$ ($\zeta = 0$), dvs det återkopplade systemet är marginellt stabilt. Åtgärd: Minska F_p eller inför derivataverkan i $F_p(s)$.

4.
$$F_{PID}(s) = \frac{2(1+4s)^2}{s(1+0{,}5s)} = \frac{2(1+8s+16s^2}{s(1+0.5s)}$$

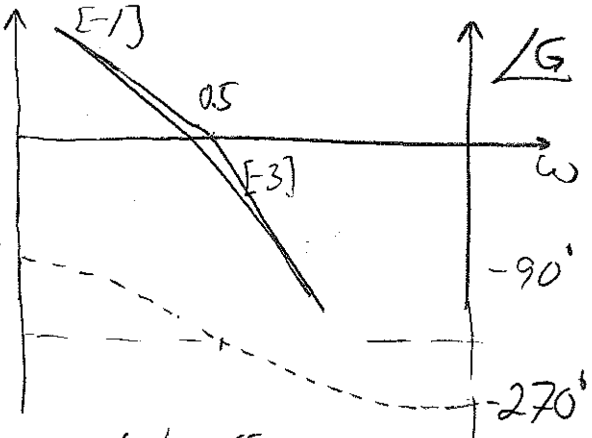
$$F_{PID}(s) = K_p \frac{T_i s + s^2 T_i T_f + 1 + T_f s + T_i T_d s^2}{T_i s(1+T_f s)} =$$

$$= \frac{K_p}{T_i} \frac{1+(T_i+T_f)s + T_i(T_d+T_f)s^2}{s(1+T_f s)}$$

$\underline{\underline{T_f = 0.5}}$ $\quad K_p/T_i = 2 \quad T_i + T_f = 8 \quad T_i(T_d+T_f) = 16$

$\underline{\underline{T_i}} = 8 - T_f = \underline{\underline{7.5}} \quad \underline{\underline{K_p}} = 2T_i = \underline{\underline{15}} \quad \underline{\underline{T_d}} = \frac{16}{T_i} - T_f = \frac{16}{7.5} - 0.5$
$= \underline{\underline{1.63}}$

5.
a) $G(j\omega) = \dfrac{1}{j\frac{\omega}{0.5}\left(1+j\frac{\omega}{0.5}\right)^2}$



$\underline{\angle G(0.3j)} = -152° \quad |G(0.3j)| = 1.2$

$\underline{\angle G(0.5j)} = -180° \quad |G(0.5j)| = 0.5$

PD-regulator med φ_{max} vid önskad $\omega_c \Rightarrow$

$\varphi_{max} = \varphi_m - 180° - \angle G = -135° - \angle G = \begin{cases} 17° & \omega_c = 0.3 \\ 45° & \omega_c = 0.5 \end{cases}$

$b = \dfrac{1+\sin\varphi_{max}}{1-\sin\varphi_{max}} = \begin{cases} 1.83 & \omega_c = 0.3 \\ 5.83 & \omega_c = 0.5 \end{cases}$

$\tau_d = \dfrac{\sqrt{b}}{\omega_c} = \begin{cases} 4.50 & \omega_c = 0.3 \\ 4.83 & \omega_c = 0.5 \end{cases} \quad K_p = \dfrac{1}{|G(j\omega_c)|\sqrt{b}} = \begin{cases} 0.62 & \omega_c = 0.3 \\ 0.83 & \omega_c = 0.5 \end{cases}$

b) $L(s) = G(s)F_{PD}(s) = \dfrac{0.5}{s(1+2s)^2} K_p \dfrac{1+s\tau_d}{1+s\tau_d/b} \approx \begin{cases} \dfrac{0.5K_p}{s} & LF \\ \dfrac{0.125\,bK_p}{s^3} & HF \end{cases}$

Kompensering av ~~LF~~ processtörningar kräver litet $|S| = \frac{1}{|1+L|} \approx \frac{1}{|L|} \approx \frac{2\omega}{K_p}$ dvs $\omega_c = 0.5 \Rightarrow$ större K_p och därmed bättre kompensering av processtörning eftersom $|S|$ minskar känsligheten för HF mätstörningar hos styrsignalen $|G_{wu}| = \frac{|F_{PD}|}{|1+L|} \approx |F_{PD}(\infty)| = bK_p$ ökar för $\omega_c = 0.5$ eftersom både K_p och b då ökar.

6. Motor

$$J_m \dot{\omega}_m = T_d - K_{ml}\Delta\theta - B_{ml}(\omega_m - \omega_l) \qquad \Delta\theta = \theta_m - \theta_l$$

Last,

$$J_l \dot{\omega}_l = K_{ml}\Delta\theta + B_{ml}(\omega_m - \omega_l) - T_v \qquad \Delta\dot{\theta} = \omega_m - \omega_l$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_m \\ \dot{\omega}_l \\ \Delta\dot{\theta} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{B_{ml}}{J_m} & \frac{B_{ml}}{J_m} & -\frac{K_{ml}}{J_m} \\ \frac{B_{ml}}{J_l} & -\frac{B_{ml}}{J_l} & \frac{K_{ml}}{J_l} \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}}_{A} \begin{bmatrix} \omega_m \\ \omega_l \\ \Delta\theta \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{J_m} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J_l} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{B} \begin{bmatrix} T_d \\ T_v \end{bmatrix}$$

$$\omega_l = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{C} \begin{bmatrix} \omega_m \\ \omega_l \\ \Delta\theta \end{bmatrix}$$