Reglerteknik Z2

Tentamen 2005-08-18

Tid: 14:00-18:00, Lokal: V-huset

Lärare: Bengt Lennartson tel 3722

Tentamen omfattar 25 poäng, där betyg tre fordrar 10 poäng, betyg fyra 15 poäng och betyg fem 20 poäng.

Tentamensresultat anslås senast den *1 september* på avdelningens anslagstavla E-huset våning 5. *Granskning* av rättning sker den *1 och 2 september* kl 12:30-13:00 på avdelningen.

Tillåtna hjälpmedel:

- Formelsamling i reglerteknik (gammal och ny). Anteckningar är tillåtna i formelsamlingen.
- Bodediagram (finns längst bak i tentatesen).
- Matematiska och fysikaliska tabeller, t ex Beta och Physics handbook.
- Valfri kalkylator.

Lycka till!

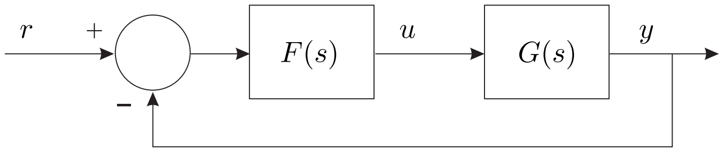
Institutionen för signaler och system
Avdelningen för reglerteknik och automation
Chalmers tekniska högskola

1

En integralprocess

$$G(s) = \frac{1}{s}$$

skall regleras med en P-regulator $F(s) = K_p$ enligt nedanstående blockschema. Relationen mellan det återkopplade systemets snabbhet och styrsignalaktivitet ska utvärderas för olika värden på förstärkningsparametern K_p. Det återkopplade systemet utsätts för en stegformad referenssignal $r(t) = r_0\sigma(t)$ med amplituden $r_0 = 1$.



a) Bestäm K_p så att insvängningstiden blir $t_{5\%} = 1$ tidsenhet respektive 0.5 tidsenheter.
(2 p)

b) Bestäm styrsignalens initialvärde $u(0)$ vid stegändringen för de båda förstärkningarna i uppgift a).
(2 p)

c) Vilken slutsats kan dras angående kopplingen mellan styrsignalaktivitet och snabbheten för det återkopplade systemet.
(1 p)

2

En PI-regulator

$$F_{PI}(s) = K_i \frac{1 + sT_i}{s}$$

skall dimensioneras för en process

$$Y(s) = \frac{1}{(s+1)^2}(U(s) + V(s))$$

där följaktligen laststörningen v adderas till styrsignalen u.

a) För vilka värden på K_i och T_i är det återkopplade systemet stabilt? Markera det stabila området i ett diagram med T_i på x-axeln och K_i på y-axeln

(2 p)

b) Bestäm ett uttryck för förstärkningen K_i som funktion av T_i så att amplitudmarginalen blir $A_m = 2$. Här antas att $T_i < 0.5$.

(1 p)

c) Bestäm översöringsfunktionen $G_{vy}(s)$ för det återkopplade systemet från laststörningen v till utsignalen y, samt speciellt dess lågfrekvensasymptot som har formen $K_{LF} \cdot \omega$, d.v.s. ange lågfrekvensförstärkningen K_{LF}.

(2 p)

d) Studera lågfrekvensförstärkningen K_{LF} för olika val av integraltidskonstant T_i då samtidigt K_i väljs så att $A_m = 2$ enligt uppgift b). Välj $T_i = 0.2,\ 0.3$ och 0.4.

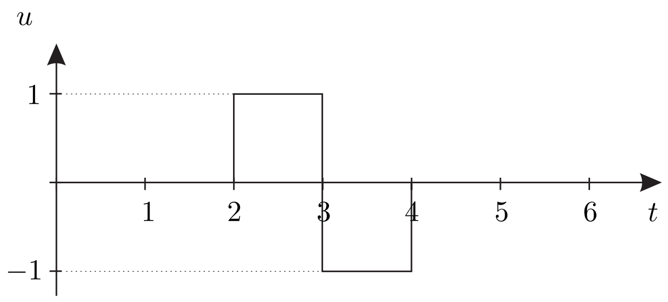
(1 p)

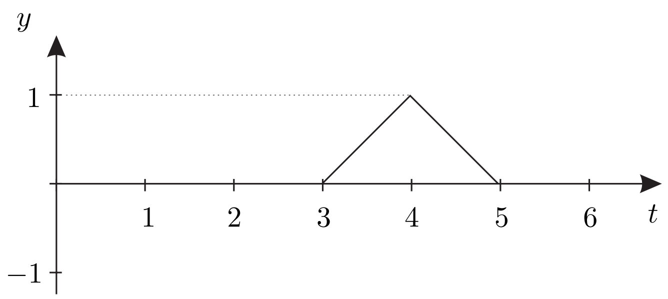
e) Vilken slutsats kan man dra angående valet av integraltidskonstant T_i och förmågan att kompensera laststörningar då amplitudmarginalen är konstant (under förutsättning att $T_i < 0.5$).

(1 p)

3

Figuren nedan visar insignalen u och utsignalen y från ett dynamiskt system.





a) Bestäm systemets överföringsfunktion.

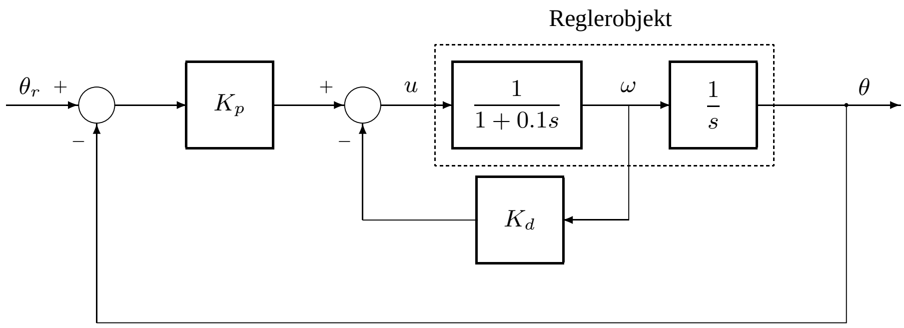
(2 p)

b) Vad kan sägas om systemets stabilitet?

(1 p)

4

Figuren nedan beskriver ett servosystem för positionering av en last. I systemet används reglering med *inre återföring*, dvs förutom reglerobjektets utsignal (vinkeln θ) återkopplas även vinkelhastigheten ω. Regleringen kan också ses som tillståndsåterkoppling från tillstånden θ och ω. Denna princip används ofta för att erhålla snabbare och noggrannare reglering.



a) Välj K_p och K_d så att polerna för det återkopplade systemet hamnar som en dubbelpol i $s = -\alpha$.

(2 p)

b) Bestäm kretsöverföringen $L(s)$ då återkopplingen bryts upp vid styrsignalen u samt motsvarande komplementära känslighetsfunktion $T(s)$.

(2 p)

c) För att undersöka känsligheten för högfrekventa resonanser som uppträder i anslutning till styrsignalen, antas att den vänstra överföringsfunktionen i ovanstående reglerobjekt ersätts av

$$\frac{1}{1+0.1s}\,\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$$

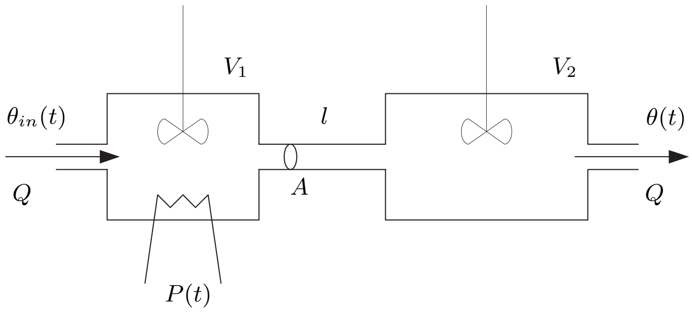
där dämpningen ζ är liten och $\omega_n > 10$ (uppträder ovanför brytfrekvensen $1/0.1$ för den ursprungliga modellen).

Bestäm högfrekvensasymptoten för den nominella käsnlighetsfunktionen $T(s)$, och diskutera begreppet robust stabilitet med avseende på den högfrekventa resonansen i relation till polplaceringen för det återkopplade systemet, d.v.s. valet av paremetern α.

(1 p)

5

I figuren ovan flödar vätska med den konstanta flödeshastigheten Q [m^3/s] . En uppvärm-



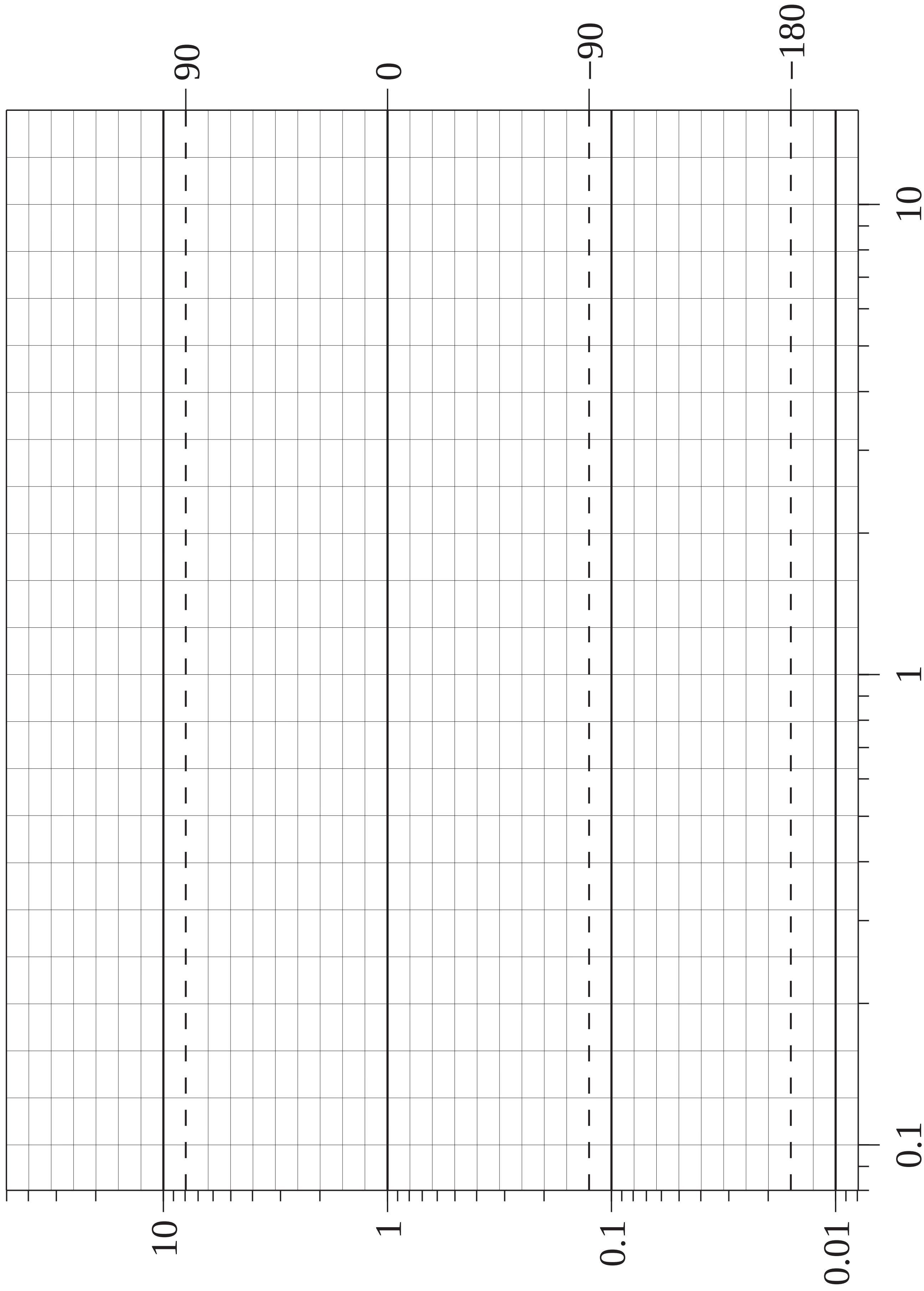
ning av vätskevolymen V_1 [m^3] sker med styreffekten P [W=J/s]. Vätskans densitet är ρ [kg/m^3], och dess värmekapacitivitet c [J/(kg K)]. Transporten av vätskan till tanken med volymen V_2 sker via en rörledning med längden l [m] och arean A [m^2]. Antag att rörledningen är helt fylld med vätska, hela tanksystemet är isolerat, och att omblandningen i de båda tankarna sker perfekt.

a) Bestäm överföringsfunktionerna från ingångstemperaturen, θ_{in}, och styreffekten, P, till den utgående temperaturen θ.

(4 p)

b) Hur påverkas dynamiken av tankarnas volymer och flödet genom processen.

(1 p)



90
0
−90
−180
10
1
0.1
0.01
10
1
0.1

Lösning till tentamen i Reglerteknik 050818

1. a) $G_{ry}(s) = \frac{K_p/s}{1+K_p/s} = \frac{K_p}{s+K_p}$ stegsvar $R(s) = \frac{1}{s}$

$Y(s) = \frac{K_p}{s+K_p}\frac{1}{s}$ $y(t) = 1 - e^{-K_p t}$

$y(t_{5\%}) = 1 - e^{-K_p t_{5\%}} = 0.95$ $e^{K_p t_{5\%}} = \frac{1}{0.05} = 20$

$$K_p = \frac{\ln 20}{t_{5\%}} = \begin{cases} 3.0 & t_{5\%} = 1 \\ 6.0 & t_{5\%} = 0.5 \end{cases}$$

b) $G_{ru}(s) = \frac{K_p}{1+K_p/s} = \frac{K_p s}{s+K_p}$

$$u(0) = \lim_{s\to\infty} s\,U(s) = \lim_{s\to\infty} s \underbrace{\frac{K_p s}{s+K_p}}_{G_{ru}(s)} \cdot \underbrace{\frac{1}{s}}_{R(s)} = K_p = \begin{cases} 3.0 & t_{5\%} = 1 \\ 6.0 & t_{5\%} = 0.5 \end{cases}$$

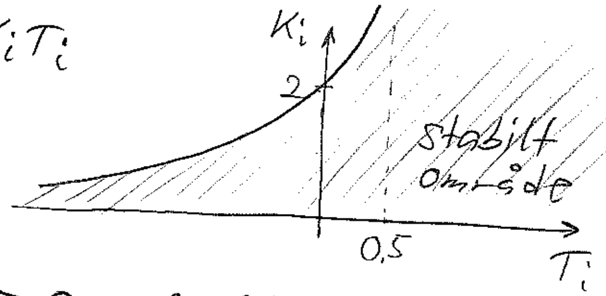
c) Ökad snabbhet (kortare insvängningstid) ger högre styrsignalaktivitet (högre $u(0)$)

2 a) $L(s) = G(s)F_{PI}(s) = \frac{1}{(s+1)^2} K_i \frac{1+sT_i}{s} = \frac{sK_iT_i + K_i}{s^3+2s^2+s}$

KE $1+L(s) = 0$ $s^3+2s^2+s+sK_iT_i+K_i = 0$

R-H tablå

s^3	1	$1+K_iT_i$
s^2	2	K_i
s^1	$(2(1+K_iT_i)-K_i)/2$	0
s^0	K_i	



Krav på stabilitet: $K_i > 0$, $2+2K_iT_i > K_i$

$\underline{K_i > 0}$, $\underline{T_i > 0.5 - \frac{1}{K_i}}$

b) Stabilt då $K_i < \frac{1}{0.5-T_i}$

$A_m = 2$, $T_i < 0.5 \Rightarrow K_i = \frac{1/A_m}{0.5-T_i} = \frac{1}{1-2T_i}$

c) $G_{vy}(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)F_{PI}(s)} = \frac{1/(1+s)^2}{1+K_i(1+T_is)/(s(1+s)^2)} = \frac{s}{s(1+s)^2+K_i(1+T_is)}$

För små s gäller $G_{vy}(s) \approx \frac{s}{K_i}$ $|G_{vy}(j\omega)| \approx \frac{1}{K_i}\omega$

$\therefore K_{LF} = \frac{1}{K_i}$

d) $K_{LF} = \frac{1}{K_i} = 1-2T_i = \begin{cases} 0.6 & T_i = 0.2 \\ 0.4 & T_i = 0.3 \\ 0.2 & T_i = 0.4 \end{cases}$

e) Ökad integraltidskonstant $T_i \Rightarrow$ minskad LF förstärkning av laststörning (K_{LF}) dvs effektivare kompensering.

3.

a) $u(t) = \sigma(t-2) - 2\sigma(t-3) + \sigma(t-4)$

$U(s) = (e^{-2s} - 2e^{-3s} + e^{-4s})/s =$

$y(t) = (t-3)\sigma(t-3) - 2(t-4)\sigma(t-4) + (t-5)\sigma(t-5)$

$Y(s) = (e^{-3s} - 2e^{-4s} + e^{-5s})/s^2$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{e^{-s}}{s} \cdot \frac{(e^{-2s} - 2e^{-3s} + e^{-4s})/s}{(e^{-2s} - 2e^{-3s} + e^{-4s})/s} = \frac{e^{-s}}{s}$$

b) En pol i origo medför att systemet är marginellt stabilt

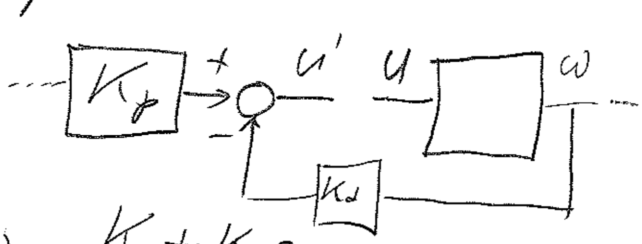
4.

a) $$G_{\theta_r\theta}(s) = \frac{K_p \frac{1/(1+0.1s)}{1+K_d/(1+0.1s)} \frac{1}{s}}{1 + \frac{K_p}{s} \frac{1}{1+0.1s+K_d}} = \frac{K_p}{0.1s^2 + (1+K_d)s + K_p}$$

$$= \frac{10K_p}{s^2 + 10(1+K_d)s + 10K_p} = \frac{\alpha^2}{s^2 + 2\alpha s + \alpha^2}$$

$K_p = 0.1\alpha^2 \qquad K_d = 0.2\alpha - 1$

b) Uppbrytning vid u



$$-U' = \underbrace{\left(K_d + \frac{K_p}{s}\right) \frac{1}{1+0.1s}}_{L(s)} U(s)$$

$$L(s) = \frac{K_p + K_d s}{s(1+0.1s)} = \frac{10K_p + 10K_d s}{s^2 + 10s}$$

$$T(s) = \frac{L(s)}{1+L(s)} = \frac{10K_p + 10K_d s}{s^2 + 10(1+K_d)s + 10K_p}$$

c) $T(s) \approx \frac{10K_d}{s} = \frac{2\alpha - 10}{s}$ för stora s

HF asymptot $|T(j\omega)| = |2\alpha - 10|/\omega$

Robust stabilitet då $|T(j\omega)| < \frac{1}{|\Delta_G(j\omega)|}$

Antas att $\alpha > 5$. Den robusta stabiliteten försämras m.a.p. högfrekventa resonanser då α ökar, eftersom $|T(j\omega)|$ för höga frekvenser då ökar, vilket i sin tur ger minskad tolerans för osäkerheten $|\Delta_G(j\omega)|$

5. a) Tank 1 $\quad \rho c V_1 \frac{d\theta_1(t)}{dt} = \rho c Q\left(\theta_{in}(t) - \theta_1(t)\right) + P(t)$

Tank 2 $\quad \rho c V_2 \frac{d\theta(t)}{dt} = \rho c Q\left(\theta_1(t - T_d) - \theta(t)\right)$

$T_d = \frac{\text{Volym}}{\text{flöde}} = \frac{A\ell}{Q}, \quad T_1 = \frac{V_1}{Q}, \quad T_2 = \frac{V_2}{Q}, \quad K = \frac{1}{\rho c Q}$

Laplace $\Rightarrow$ $\quad sT_1\theta_1(s) = \theta_{in}(s) - \theta_1(s) + K\,P(s)$

$$sT_2\theta(s) = \theta_1(s)e^{-sT_d} - \theta(s)$$

$$\theta_1(s) = \frac{1}{1+sT_1}\left(\theta_{in}(s) + KP(s)\right)$$

$$\theta(s) = \frac{e^{-sT_d}}{1+sT_2}\theta_1(s) = \frac{e^{-sT_d}}{(1+sT_2)(1+sT_1)}\left(\theta_{in}(s) + KP(s)\right)$$

b) Tidskonstanterna och dödtiden minskar då flödet Q ökar.

Tidskonstanterna för de båda tankarna ökar då respektive volym ökar.