Reglerteknik Z2

Tentamen 2004-05-28

Tid: 8:45-12:45, Lokal: M-huset

Lärare: Bengt Lennartson tel 3722

Tentamen omfattar 25 poäng, där betyg tre fordrar 10 poäng, betyg fyra 15 poäng och betyg fem 20 poäng.

Tentamensresultat anslås senast den *14 juni* på avdelningens anslagstavla E-huset våning 5. *Granskning* av rättning sker den *14 och 15 juni* kl 12:30-13:00 på avdelningen.

Tillåtna hjälpmedel:

- Formelsamling i reglerteknik (gammal och ny). Anteckningar är tillåtna i formelsamlingen.
- Bodediagram (finns längst bak i tentatesen).
- Matematiska och fysikaliska tabeller, t ex Beta och Physics handbook.
- Valfri kalkylator.

Lycka till och en trevlig sommar!

Institutionen för signaler och system
Avdelningen för reglerteknik och automation
Chalmers tekniska högskola

1

Överföringsfunktionen för en temperaturgivare antas vara

$$G(s) = \frac{Y_m(s)}{Y(s)} = \frac{1}{1 + Ts}$$

där $y(t)$ är den verkliga temperaturen medan $y_m(t)$ är den av termometern uppvisade temperaturen. Instrumentet testas på följande sätt:

a) Termometern flyttas från 20-gradigt till 40-gradigt vatten. Efter 40 sekunder visar termometern $35.6°$. Bestäm termometerns tidskonstant T.

(1 p)

b) Termometern är placerad i ett kärl med vatten som har temperaturen T_0. Temperaturen i kärlet höjs med 2°/minut. Beräkna den kvarstående avvikelsen mellan vattnets temperatur och termometerns visning.

(2 p)

c) I det tredje försöket undersöks hur instrumentet reagerar på en oscillerande sinusformad temperaturvariation. Antag ett amplituden är $10°$. Vilka amplituder visar instrumentet då frekvensen är dels 1 Hz och dels 0.001 Hz? Kommentera instrumentets lämplighet för de båda fallen.

(2 p)

2

Dimensionera en P-regulator för processmodellen

$$G(s) = \frac{e^{-0.5s}}{s(1 + 2s)^3}$$

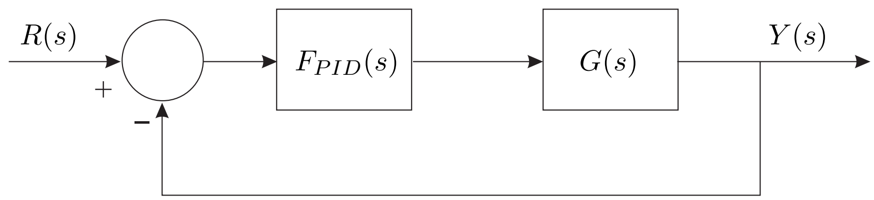
så att a) $\varphi_m = 45°$ och b) $\varphi_m = 60°$. Vad blir överkorsningsfrekvensen ω_c och hur påverkas snabbheten, exempelvis stigtiden för det återkopplade systemet, för de båda fallen?

(4 p)

3

Betrakta det återkopplade systemet enligt figur, där

$$G(s) = \frac{1 - 0.5s}{(1+s)^2}$$



Uppgiften är att dimensionera en PID-regulator

$$F_{PID}(s) = K_i \frac{1 + 2\zeta\tau s + (\tau s)^2}{s(1 + \tau s/\beta)}$$

för denna processmodell.

a) En relativt vanlig dimensioneringsstrategi bygger på principen att processens poler kancelleras (förkortas bort) med hjälp av regulatorns nollställen. Bestäm enligt denna princip τ och ζ samt den resulterande kretsöverföringen $L(s)$.

(2 p)

b) För den erhållna kretsöverföringen $L(s)$ kan man visa att följande samband råder mellan K_i, β och det maximala värdet för motsvarande känslighetsfunktion $M_S = \max_\omega |S(j\omega)|$

$$K_i = 2\big(\alpha - \sqrt{\alpha^2 - 1 + 1/M_S^2}\,\big) \qquad \alpha = 1 + \frac{2}{\beta}\left(1 - \sqrt{1 - 1/M_S^2}\,\right)$$

Välj $M_S = 1.7$ och bestäm K_i samt $K_\infty = F_{PID}(\infty)$ för $\beta = 1,\ 10$ och ∞, samt kommentera relationen mellan förmågan att kompensera laststörningar och styrsignalens känslighet för mätstörningar.

(2 p)

c) Välj i stället ett konstant β, för enkelhetens skull $\beta = \infty$, och bestäm relationen mellan K_i och M_S. Ange speciellt K_i för $M_S = 1.4,\ 1.7$ och 2.0, samt kommentera relationen mellan förmågan att kompensera laststörningar och stabilitetsmarginaler.

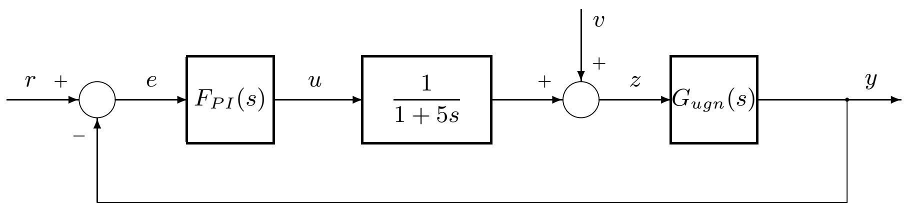
(2 p)

4

Figuren nedan visar hur en PI-regulator reglerar temperaturen (y) i en ugn. Styrsignalen (u) är kommenderat bränsleflöde, vilket utgör insignalen till ett bränsleventilservo med en överföringsfunktion $G_u(s) = 1/(1+5s)$. Ugnens verkliga bränsletillflöde (z) karakteriseras därför av denna tidskonstant i servot samt av ett störflöde v, som representerar variationer i bränsletryck, viskositet m m.

Själva ugnens dynamik $G_{ugn}(s)$ kan beskrivas av en förstärkning K, en tidskonstant T_2 och en dödtid T_d med följande numeriska värden: $K = 0.3°C/$ flödesenhet, $T_2 = 50$ s, $T_d = 10$ s. PI-regulatorns överföringsfunktion är

$$F_{PI}(s) = 0.15\frac{1+30s}{s}$$



För att förbättra regleringen av störningen v utrustas systemet med en bränsleflödesgivare (som mäter variabeln z) och en inre krets för reglering av bränsleflödet (kaskadreglering). Den inre kretsen förses med en proportionell regulator med förstärkningen $K_p = 10$, dvs $Z = G_u(s)K_p(F_{PI}(s)E - Z) + V$

a) Rita ett blockschema som illustrerar det kompletta reglersystemet inklusive kaskadreglering.

(1 p)

b) Bestäm överföringsfunktionen från laststörningen v till utsignalen y.

(2 p)

c) Bestäm hur mycket effektivare som en lågfrekvent laststörning kompenseras jämfört med fallet utan kaskadreglering.

(2 p)

5

En process som beskrivs av den tidskontinuerliga överföringsfunktionen

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = G(s) = \frac{5}{(s+1)(s+2)}$$

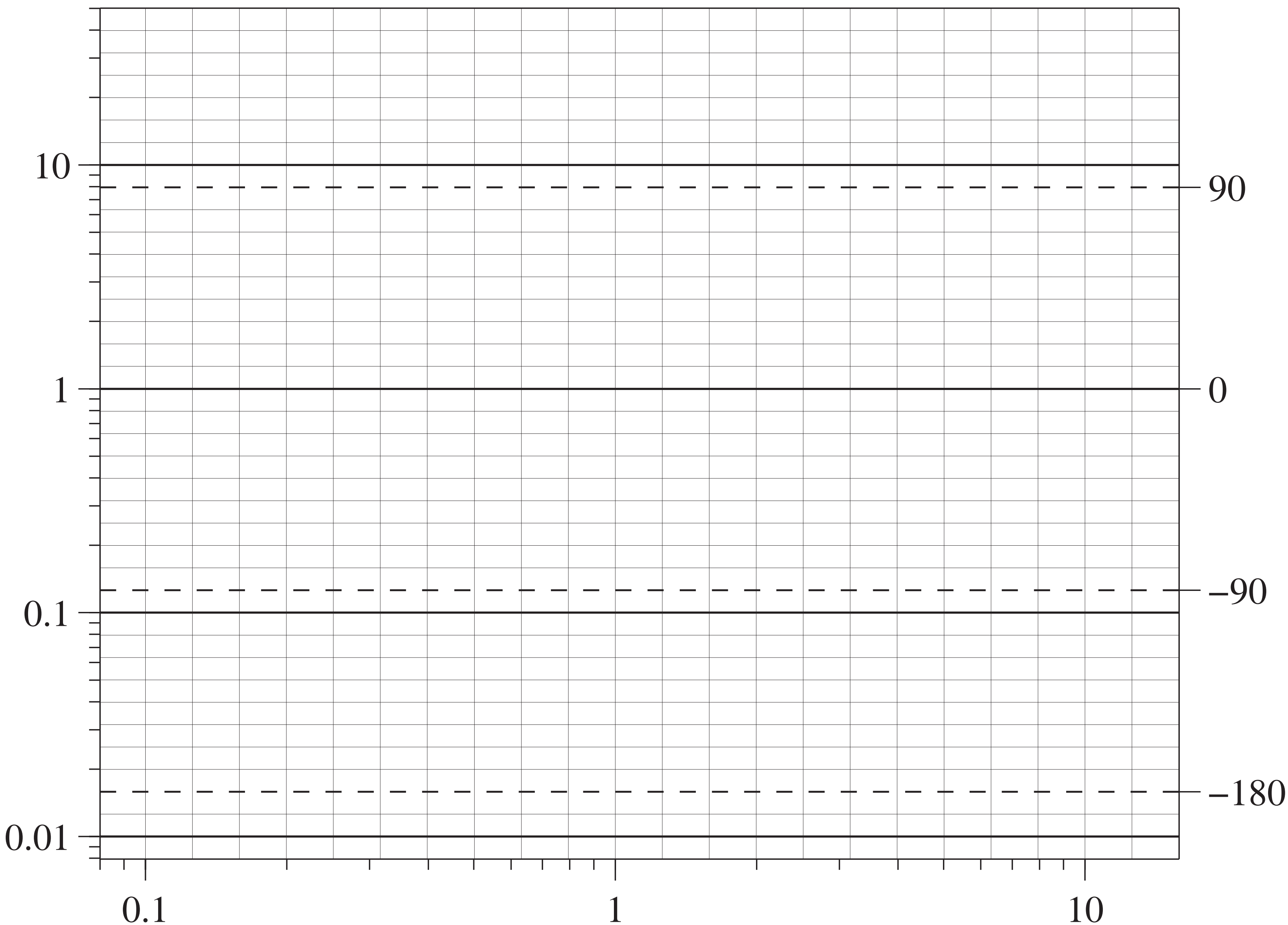
ska regleras med en dator. För att åstadkomma detta diskretiseras denna processmodell. Antag att datorn lägger ut en styckvis konstant styrsignal $u(t)$.

a) Bestäm motsvarande tidsdiskreta överföringsfunktion $G_d(z)$, och ange speciellt resultatet för samplingsintervallet $h = \ln 2$. Kommentera även de tidsdiskreta polernas placering som funktion av samplingsintervallet h speciellt för korta och långa intervall.

(3 p)

b) Bestäm den tidsdiskreta överföringsfunktionens lågfrekvensförstärkning för $\omega = 0$ och motsvarande högfrekvensförstärkning för $\omega = \omega_s/2 = \pi/h$ (Nyquist frekvensen) för ett godtyckligt samplingsintervall h. Jämför med motsvarande låg- respektive högfrekvensförstärkning för den kontinuerliga modellen $G(s)$. Kommentera jämförelsen speciellt för kortare samplingsintervall h.

(2 p)


10
1
0.1
0.01
90
0
−90
−180
0.1
1
10

Lösning till tentamen i Reglerteknik
040528

1. a) $\Delta Y_m(s) = \frac{1}{1+Ts} \frac{\Delta y}{s}$ steg $\Delta y = 40^\circ - 20^\circ = 20^\circ$

$\Delta y_m(t) = y_m(t) - 20^\circ = (1 - e^{-t/T}) \Delta y$

$y_m(t) = 20^\circ + (1 - e^{-t/T}) 20^\circ$

$y_m(40) = 40^\circ - 20^\circ e^{-40/T} = 35.6^\circ$

$e^{-40/T} = \frac{4.4}{20} = 0.22, \quad T = \frac{-40}{\ln 0.22} = \underline{\underline{26.42 \text{ sek}}}$

b) Avvikelse då $y(t) = \frac{2^\circ}{60} / \text{sek} \cdot t$

$Y(s) = \frac{1}{30s^2}$

$E(s) = Y(s) - Y_m(s) = Y(s) - \frac{1}{1+Ts} Y(s) =$

$= \frac{Ts}{1+Ts} \frac{1}{30s^2} = \frac{T/30}{(1+Ts)s}$

$e(\infty) = \lim_{s \to 0} s E(s) = \lim_{s \to 0} \frac{T/30}{1+Ts} = \frac{26.42}{30} = \underline{\underline{0.881}}$

c)

$|Y_m(j\omega)| = \left| \frac{1}{1+Tj\omega} \right| |Y(j\omega)| = \frac{10}{\sqrt{1+(26.42\omega)^2}}$

$|Y_m(j2\pi)| = \frac{10}{\sqrt{1+(26.42 \cdot 2\pi)^2}} = 0.0602$

$|Y_m(j\,0.001 \cdot 2\pi)| = \frac{10}{\sqrt{1+(26.42 \cdot 0.001 \cdot 2\pi)^2}} = 9.86$

Instrumentet är för långsamt (för stort T) för att kunna mäta den snabbare temperaturvariationen (1 Hz)

2. $$L(s) = \frac{K_p e^{-0.5s}}{s(1+2s)^3}$$

$$\underline{\angle L(j\omega_c)} = -0.5\frac{180^\circ}{\pi}\omega_c - 90^\circ - 3\arctan 2\omega_c$$
$$= -180^\circ + \varphi_m$$

$$\frac{90^\circ}{\pi}\omega_c + 3\arctan 2\omega_c = 90^\circ - \varphi_m$$

$\varphi_m = 45^\circ \Rightarrow \omega_c = 0.123$ rad/s $\quad t_r \approx \frac{1}{\omega_c} = 8$ sek

$$K_p = \frac{1}{|G(j\omega_c)|} = \omega_c \sqrt{1+(2\omega_c)^2}^{\,3} \approx 0.134$$

$\varphi_m = 60^\circ \Rightarrow \omega_c = 0.0845$ rad/s $\quad t_r \approx 12$ sek

$$K_p = \frac{1}{|G(j\omega_c)|} \approx 0.0845$$

Ökad stabilitetsmarginal $\Rightarrow$ längre stigtid t_r

$\varphi_m \uparrow \Rightarrow t_r \uparrow$

3. a) $\tau = 1,\ \delta = 1 \Rightarrow L(s) = G(s)F_{PID}(s) = \dfrac{K_i(1-0.5s)}{s(1+s/\beta)}$

b) $M_s = 1.7$

β	K_i	$K_\infty = K_i\beta$
1	0.5223	0.5223
10	0.7742	7.742
∞	0.8235	∞

Minskat $J_v = 1/K_i$ (förbättrad laststörningskompensering erhålls då $J_u = K_\infty$ ökar och därmed känsligheten för mätstörningar i styrsignalen.

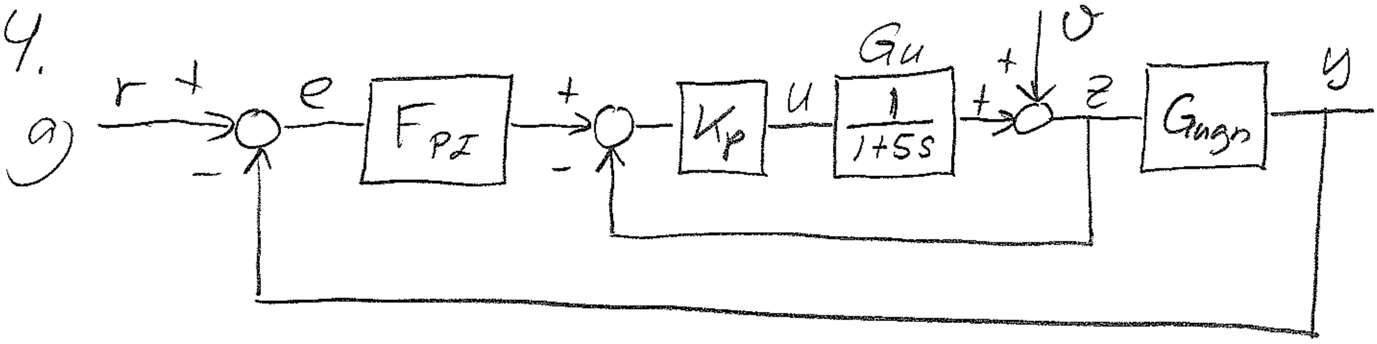
c)

M_s	K_i
1.4	0.5714
1.7	0.8235
2.0	1.000

Ökad stabilitetsmarginal (minskat M_s) $\Rightarrow$ ökat $J_v = 1/K_i$ och därmed försämrad laststörningskompensering

4.

a)



b)

$$Z = G_u K_p \left(F_{PI}(R-Y) - Z \right) + V$$

$$(1 + G_u K_p) Z = G_u K_p F_{PI} (R-Y) + V$$

$$Y = G_{ugn} Z$$

$$(1 + G_u K_p) Y = G_{ugn} G_u K_p F_{PI} (R-Y) + G_{ugn} V$$

$$\left(1 + G_u K_p (1 + G_{ugn} F_{PI})\right) Y = G_{ugn} G_u K_p F_{PI} R + G_{ugn} V$$

$$R = 0 \Rightarrow Y = \frac{G_{ugn}}{1 + G_u K_p (1 + G_{ugn} F_{PI})} V$$

c) små $s \Rightarrow G_{ugn}(s) = \frac{K e^{-sT_d}}{1 + sT_2} \approx K$

$$G_u(s) \approx 1, \quad F_{PI}(s) \approx \frac{0.15}{s}$$

$$\frac{Y(s)}{V(s)} \approx \frac{K}{1 + K_p (1 + K \cdot 0.15/s)} = \frac{Ks}{s + K_p (s + 0.15K)} \approx \frac{s}{0.15 K_p}$$

$$\left| \frac{Y(j\omega)}{V(j\omega)} \right| \approx \frac{\omega}{0.15 K_p} = \frac{\omega}{1.5}$$

Motsvarande analys utan kaskadreglering

$$Y = \frac{G_{ugn}}{1 + G_{ugn} G_n F_{PI}} V$$

Små $s \Rightarrow \quad \frac{Y(s)}{V(s)} \approx \frac{K}{1 + K\,0.15/s} \approx \frac{s}{0.15}$

$$\frac{|Y(j\omega)|}{|V(j\omega)|} \approx \frac{\omega}{0.15}$$

Reduktionen vid kaskadreglering är K_p gånger större jämfört med fallet utan kaskadreglering, i detta fallet 10 gånger ($K_p = 10$)

5 a) $$G(s) = \frac{5}{(s+1)(s+2)} = 2,5\left(\frac{2}{s+1} - \frac{2}{s+2}\right)$$

$$G_d(z) = 2,5\left(\frac{2(1-e^{-h})}{z-e^{-h}} - \frac{(1-e^{-h})(1+e^{-h})}{z-e^{-2h}}\right)$$

$$= 2,5(1-e^{-h})\,\frac{2z - 2e^{-2h} - z(1+e^{-h}) + e^{-h} + e^{-2h}}{(z-e^{-h})(z-e^{-2h})}$$

$$= 2,5(1-e^{-h})\,\frac{(1-e^{-h})z + e^{-h}(1-e^{-h})}{(z-e^{-h})(z-e^{-2h})} =$$

$$= \frac{2,5(1-e^{-h})^2\,(z+e^{-h})}{(z-e^{-h})(z-e^{-2h})}$$

$h = \ln 2 \Rightarrow$ $$G_d(z) = \frac{0.625\,(z+0.5)}{(z-0.5)(z-0.25)}$$

polerna $\rightarrow$ $z = 1$ då $h \rightarrow 0$

—"— $\rightarrow$ $z = 0$ då $h \rightarrow \infty$

b) $\omega = 0$ $$G_d(e^{j\omega h}) = G_d(1) = \frac{2.5\,(1-e^{-h})^2(1+e^{-h})}{(1-e^{-h})(1-e^{-h})(1+e^{-h})} = 2.5$$

$$G(j\omega) = G(0) = 2.5 = G_d(1)$$

$\omega = \pi/h$ $$G_d(e^{j\omega h}) = G_d(-1) = \frac{2.5(1-e^{-h})^2(-1+e^{-h})}{(-1-e^{-h})(-1-e^{-2h})}$$

$$= -\frac{2.5(1-e^{-h})^3}{(1+e^{-h})(1+e^{-2h})} \rightarrow 0 \text{ då } h \rightarrow 0$$

$$G(j\omega) = G(\infty) = 0 \text{ då } h = 0$$

$$\therefore \left|G_d(e^{j\omega h})\right|_{\omega = \frac{\pi}{h}} \rightarrow G(\infty) = 0 \text{ då } h \rightarrow 0$$