Tentamen SSY043
Signaler och System, Z2

Examinator: Ants R. Silberberg

14 mars 2024 kl. 14:00-18.00

Förfrågningar:	Ants Silberberg, Ankn: 1808
Lösningar:	Anslås på Canvas.
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng. Fullständiga beräkningar skall redovisas.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Errata for Mathematics handbook, 6th edition, 1st printing, 6 sidor
- Fyra sidor (A4) med egna anteckningar. Endast egenproducerade och handskrivna anteckningar. Inga kopior eller 'maskin(dator)skriven' text.

Betygsgränser

Poäng	0-10	11-15	16-20	21-25
Betyg	U	3	4	5

Lycka till!

1. a) En kontinuerlig signal $x(t) = Ae^{-2t}u(t)$ samplas med sampelintervallet T och bildar den diskreta signalen $x[n] = x(nT)$.
   A och T är positiva reella konstanter. Beräkna z-transformen till signalen $x[n]$, $n = 0, 1, 2, 3, \cdots, \infty$ *(2p)*

   b) Då insignalen till ett kontinuerligt LTI-system är $x(t)$ blir utsignalen $y(t)$ enligt nedan.

   $$x(t) = e^{-t}u(t)$$
   $$y(t) = 2e^{-2\,t}u(t)$$

   Beräkna systemets impulssvar. *(3p)*

2. Signalen $x(t) = \cos(4\pi\,t)u(t)$ utgör insignal till ett kontinuerligt och kausalt LTI-system med impulssvar

   $$h(t) = 10\,e^{-10\,t}u(t) \quad .$$

   (a) Beräkna systemets utsignal $y(t)$. *(4p)*

   (b) Då $t \to \infty$ blir utsignalen sinusformad liksom insignalen.
   Men med vilken amplitud ? *(1p)*

3. Ett diskret LTI-system har följande impulssvar

   $$h[n] = \left[\left(\frac{1}{2}\right)^n + \left(\frac{1}{4}\right)^n\right] u[n].$$

   (a) Beräkna systemets differensekvation. *(3p)*

   (b) Beräkna systemets utsignal, $y[n]$,
   för insignalen $x[n] = (-1)^n$ i stationärtillstånd då $n \to \infty$. *(2p)*

4. En kontinuerlig och periodisk signal $x(t)$ med periodtiden T visas i figur 1. Signalen har en Fourierserie enligt

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\omega_0 t}$$

där Fourierseriekoefficienten c_k beräknas som

$$c_k = \frac{1}{T}\int_T x(t)e^{-jk\omega_0 t}dt.$$

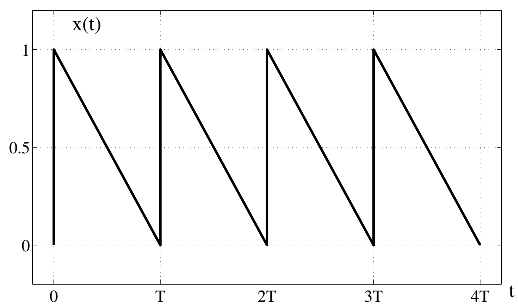
Antag att c_k är känd (du kan ange svaren uttryckt i c_k).

(a) Vilken Fourierseriekoefficient har signalen $x(2t)$. *(1p)*

(b) Vilken Fourierseriekoefficient har den tidsskiftade signalen $x(t - t_o)$. *(2p)*

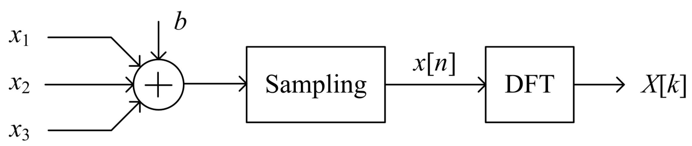
(c) Låt $x(t)$ utgöra insignal till ett kausalt LTI-system med frekvenssvaret $H(j\omega)$. Visa hur man beräknar medeleffekten hos systemets utsignal $y(t)$ i stationärtillstånd. *(2p)*

Motivera dina svar väl!

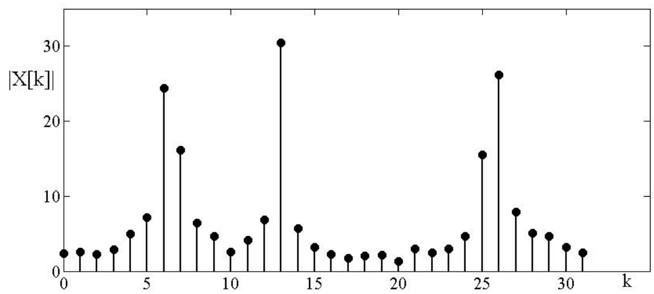


Figur 1: Signalen $x(t)$.

5. En vetgirig teknolog undersöker hur den Diskreta Fouriertransformen (DFT) [1] ser ut för olika signaler. En lab-uppkoppling enligt figur 2 används. Signalerna $x_1(t)$, $x_2(t)$ och $x_3(t)$ är tre kontinuerliga sinusformade signaler med samma amplitud men med olika frekvens. De tre signalerna adderas ihop med ett svagt brus $b(t)$. Summan av dessa fyra signaler samplas och genererar den diskrea signalen $x[n]$. Sampelintervallet $T = 6.25$ ms och $N = 64$ sampel tas vid varje försök. DFT beräknas av den samplade signalen ($X[k]$=DFT$\{x[n]\}$) och därefter studeras plottar av $|X[k]|$ för $0 \leq k \leq \frac{N}{2} - 1$. Frekvensen hos signalerna $x_i(t)$ var alltid olika och varierades mellan följande nio värden: $\{16, 32, 48, 64, 96, 112, 128, 144\}$ Hz. Ange vilka av dessa frekvenser som möjligen kan utgöra en av insignalerna till den samplade signal vars $|X[k]|$ visas i figur 3. God motivering krävs! *(5p)*



Figur 2: Lab-uppkoppling.



Figur 3: $|X[k]|$ från en signal $x[n]$.

[1] Diskret Fouriertransform (DFT) $X[k]$ av signalen $x[n]$

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}, \quad k = 0, 1, 2, \cdots, N-1$$

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j\frac{2\pi}{N}kn}, \quad n = 0, 1, 2, \cdots, N-1$$