

Tentamen SSY042/SSY043

Signaler och System, Z2

Examinator: Ants R. Silberberg

8 juni 2023 kl. 08:30-12.30

Förfrågningar: Ants Silberberg, Ankn: 1808
Lösningar: Anslås på Canvas.
Bedömning: En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng. Fullständiga beräkningar skall redovisas.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Errata for Mathematics handbook, 6th edition, 1st printing, 6 sidor
- Fyra sidor med egna anteckningar. Endast egenproducerade och handskrivna anteckningar. Inga kopior eller 'maskin(dator)skrivna' text.

Betygsgränser

<i>Poäng</i>	0-10	11-15	16-20	21-25
<i>Betyg</i>	U	3	4	5

Lycka till!

1. a) Ett diskret system definieras med differensekvationen

$$y[n] = 2x[n]u[n]$$

där $y[n]$ är systemets utsignal och $x[n]$ insignal till systemet.

Är systemet tidsinvariant? Motivera! (2p)

- b) Ett kontinuerlig LTI-system har impulssvaret

$$h(t) = e^{-3t}u(t) .$$

Beräkna

i) systemets utsignal $y(t)$ då insignalen $x(t) = e^{-t}u(t)$. (2p)

ii) vid vilken tidpunkt som utsignalen $y(t)$ når sitt maximala värde. (1p)

2. Ett diskret och kausalt LTI-system beskrivs med följande stegsvar ¹

$$y_s[n] = [2 - (0.5)^n]u[n] .$$

Beräkna systemets utsignal för insignalen (5p)

$$x[n] = 8 \left(-\frac{1}{4} \right)^n u[n] .$$

3. Ett kontinuerligt och kausalt LTI-system kan beskrivas med följande överföringsfunktion

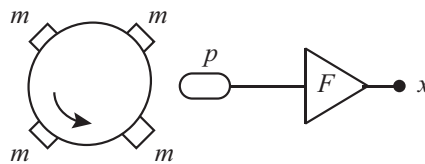
$$H(s) = \frac{10}{(s - p_1)(s - p_2)}$$

med $p_1 = -4 + j3$ och $p_2 = -4 - j3$. Beräkna systemets utsignal då insignalen är (5p)

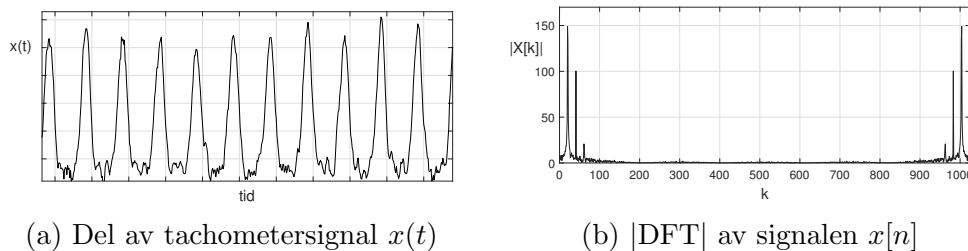
$$x(t) = 2e^{-3t}u(t) .$$

¹ $y_s[n]$ är utsignal då $x[n] = u[n]$ är insignal

4. (a) Varvtalet på en roterande axel mäts med en tachometer enligt figur 1. Monterat på axeln sitter fyra markörer (m). Vid sidan av axeln sitter en detektor. Den består av en fast (stillastående) pickup p och en förstärkare F . Varje gång en markör passerar tachometers pickup genereras en tydlig puls som förstärks och bildar en signal $x(t)$. Signalen $x(t)$ består av en serie pulser då axeln roterar, se exempel i figur 2a. DFT ($X[k]$) av den sampelade signalen $x[n] = x(nT)$ beräknas och beloppet $|X[k]|$ visas i figur 2b. Sampelintervallet $T = 610 \mu s$ och $N = 1024$ sampel används i analysen. Varvtalet hålls konstant. En inzoomad del av $|X[k]|$ visas i figur 3. Beräkna varvtalet på den roterande axeln. Ange svaret i rpm^2 (varv per minut). Antag att vikning/aliasing ej förekommer. (3p)

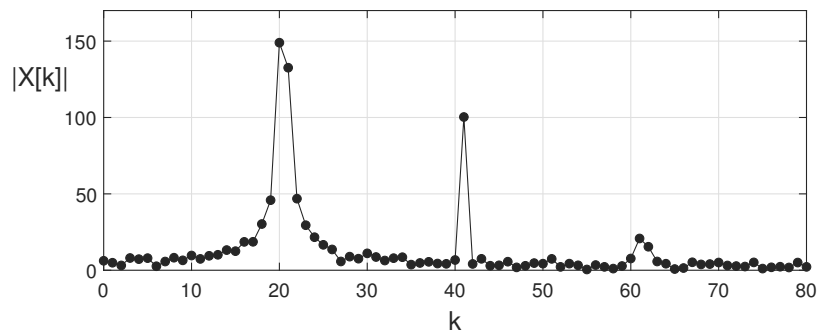


Figur 1: Tvärsnitt av roterande axel med detektor



Figur 2: Pulssignal i tids- och frekvensdomän

² rpm: *revolutions per minute*



Figur 3: Inzoomat belopp av signalens DFT

(b) Ett diskret system H har överföringsfunktionen

$$H(z) = \frac{z^2 - bz + 1}{z^2 - az + a^2} \quad .$$

där $a \in \mathbb{R}$ och $0 < a < 1$. Systemet bildar ett filter. En kontinuerlig sinusformat signal $x(t) = \sin(\omega t)$ med $\omega = 400\pi$ rad/s samplas med samplingsvinkelfrekvensen $\omega_s = 6\omega$ rad/s och bildar en diskret insignal $x[n]$ till filtret. Beräkna den reella filterparametern b så att insignalen $x[n]$ ej passerar filtret H utan släcks ut helt. (2p)

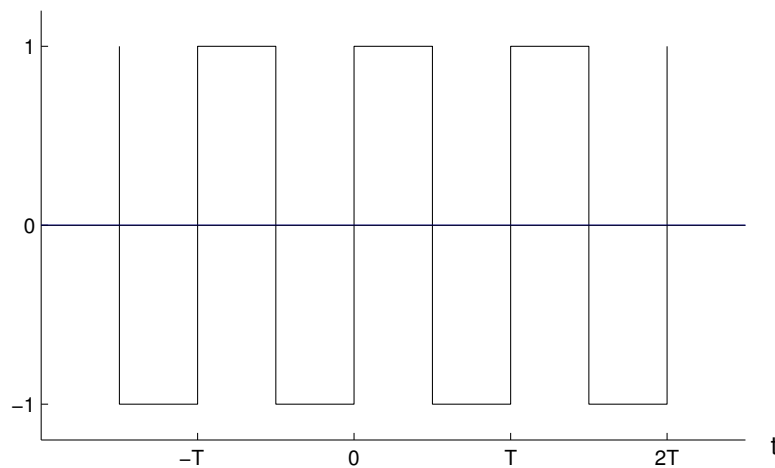
5. I kursens hemlab studerade vi en fyrkantssignal med periodtiden 2π s. De tre första nollskilda Fourierseriecoeffienterna beräknades. Vi har nu en liknande periodisk signal, se figur 4. Det enda som skiljer är att priodtiden $T = 2\pi \cdot 10^{-2}$ s. Denna signal utgör insignal till ett system med frekvenssvaret

$$H(j\omega) = \begin{cases} 1, & \text{för } |\omega| < 420 \text{ rad/s} \\ 0, & \text{annars} \end{cases}$$

Beräkna medeleffekten hos insignalen enligt figur 4. Beräkna även medeleffekten hos utsignalen från system H . Jämför dessa två värden. Medeleffekt för en kontinuerlig och periodisk signal kan beräknas som

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T |x(t)|^2 dt$$

Parsevals identitet (formel) kan användas. Du får hänvisa till de resultat som du kom fram till i hemlabben. Handbook Beta har beskrivningar av vanliga periodiska signaler och hur de kan tecknas som Fourierserier. (5p)



Figur 4: Fyrkantsvåg