

Tentamen SSY043

Signaler och System, Z2

Examinator: Ants R. Silberberg

16 mars 2023 kl. 14:00-18.00

Förfrågningar: Ants Silberberg, Ankn: 1808
Lösningar: Anslås på Canvas.
Bedömning: En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng. Fullständiga beräkningar skall redovisas.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Errata for Mathematics handbook, 6th edition, 1st printing, 6 sidor
- Fyra sidor med egna anteckningar. Endast egenproducerade och handskrivna anteckningar. Inga kopior eller 'maskin(dator)skrivna' text.

Betygsgränser

<i>Poäng</i>	0-10	11-15	16-20	21-25
<i>Betyg</i>	U	3	4	5

Lycka till!

1. a) Är den kontinuerliga signalen $x_1(t)$ periodisk?
Ange i så fall signalens periodtid. (1p)

$$x_1(t) = u(t) - \frac{1}{2}, \quad \forall t$$

- b) Är den diskreta signalen $x_2[n]$ periodisk?
Ange i så fall signalens period. (2p)

$$x_2[n] = 4 \cos(\pi n - 2), \quad \forall n$$

- c) Ett diskret system definieras av differensekvationen $y[n] = x[2n]$.
Är systemet linjärt? Motivera! (2p)

2. Ett diskret och kausalt LTI-system beskrivs med följande differensekvation ¹

$$y[n] - \frac{1}{4} y[n-1] - \frac{3}{8} y[n-2] = -x[n] + 2x[n-1] \quad .$$

- (a) Beräkna systemets impulssvar. (4p)
(b) Är systemet stabilt? Motivering krävs. (1p)

3. En trycksensor kan beskrivas som ett LTI-system med följande stegsvar²

$$y_s(t) = (1 - e^{-t} - te^{-t})u(t) \quad .$$

För en viss given trycksignal $x(t)$ som insignal blir sensorn utsignal

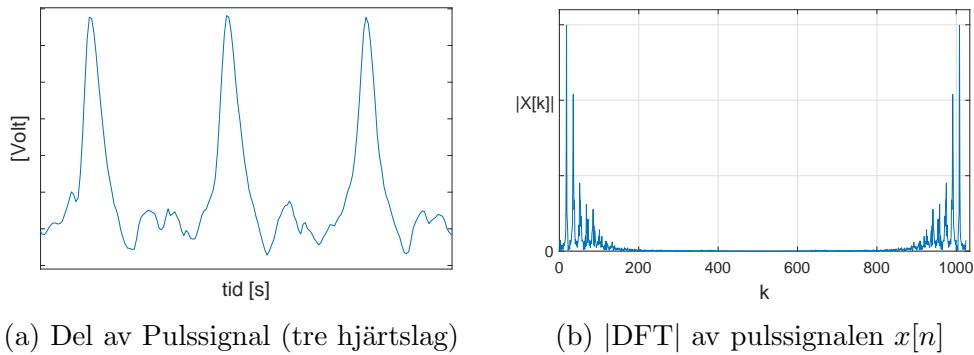
$$y(t) = (2 - 3e^{-t} + e^{-3t})u(t) \quad .$$

Beräkna den insignal $x(t)$ som ger upphov till utsignalen $y(t)$. (5p)

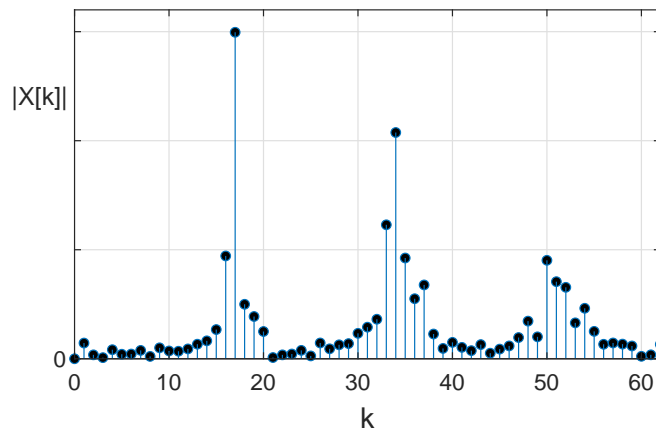
¹ $y[n]$ är utsignal och $x[n]$ insignal

² utsignal då insignalen är ett enhetssteg $u(t)$

4. (a) Efter ett träningspass kopplar en Z -teknolog upp sig mot en pulsmätare. Den genererar en tydlig signal $x(t)$ som markerar varje hjärtslag enligt figur 1a. Pulssignalen samplas och $N=1024$ värden sparas för vidare analys. DFT ($X[k]$) av den samplade pulssignalen $x[n]$ beräknas och beloppet $|X[k]|$ visas i figur 1b. En inzoomad del av $|X[k]|$ visas i figur 2. Samtidigt som pulssignalen registreras och samplas mäter Z -teknologen sin puls genom att placera några fingrar på handleden. 71 pulsslag mäts upp på 30 sekunder. Beräkna värdet på det använda sampelintervallet T i sekunder. Antag att vikning/aliasing ej förekommer. (3p)



Figur 1: Pulssignal i tids- och frekvensdomän



Figur 2: Inzoomat belopp av pulssignalens DFT

(b) Ett diskret system H har impulsvaret

$$h[n] = \delta[n] + \delta[n - 6] \quad .$$

Signalen $x(t) = A \sin(40t) + B \cos(60t)$ samplas med samplingsvinkelfrekvensen $\omega_s = 240$ r/s och bildar den diskreta signalen $x[n]$. Utsignalen från H studeras då $x[n]$ utgör insignal. Beräkna H -systemets amplitudpåverkan³ på de två signaldelarna i $x[n]$.
(2p)

5. Fourierserien för en periodisk och kontinuerlig signal $\hat{x}(t)$ kan tecknas på följande välbekanta form

$$\hat{x}(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos(n\omega_0 t) + B_n \sin(n\omega_0 t)) \quad .$$

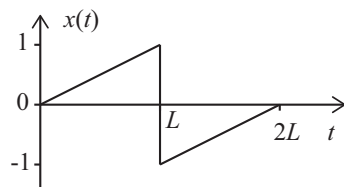
Enligt tabell kan Fourierserien för en viss periodisk signal $x(t)$ tecknas som

$$x(t) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \sin\left(\frac{n\pi t}{L}\right) \quad .$$

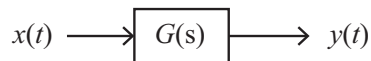
En period ($0 \leq t < 2L$) av signalen visas i figur 3a. $L = \frac{\pi}{10}$ s. Signalen $x(t)$ utgör insignal till ett kontinuerligt system med överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{s \cdot 200}{(s + 10)(s + 40)}$$

enligt figur 3b. Beräkna amplituden hos de tre sinusformade signalerna med lägst frekvens som ingår i systemets utsignal $y(t)$. Bortse ifrån eventuella insvängningsförlopp.
(5p)



(a) En period av $x(t)$.



(b) Systemet $G(s)$.

Figur 3

³ i stationärtillstånd