

Tentamen SSY043
Signaler och System, Z2

Svar

16 mars 2023 kl. 14:00-18.00

1. a) Svar: ej periodisk

b) Svar: $x_2[n]$ är periodisk med $N = 2$.

c) Ett diskret system definierat av differensekvationen $y[n] = x[2n]$.
Svar: Systemet är linjärt.

2. Vi får

$$H(z) = \frac{z}{z - \frac{3}{4}} - 2 \frac{z}{z + \frac{1}{2}}$$

med inverstransform som ger impulssvaret

(a)

$$h[n] = \mathcal{Z}^{-1}\{H(z)\} = \left[\left(\frac{3}{4}\right)^n - 2 \left(-\frac{1}{2}\right)^n \right] u[n]$$

(b) Systemet är stabilt? Ty kausalt system och poler till $H(z)$ ligger innanför enhetscirkeln.

3. Laplacetransformera stegsvaret

$$Y_s(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{(s+1)^2}$$

Alltså är vår överföringsfunktion

$$H(s) = \frac{1}{(s+1)^2} \quad .$$

Laplacetransformera utsignalen

$$Y(s) = \frac{6}{s(s+1)(s+3)}$$

$$Y(s) = H(s)X(s) \quad \Rightarrow \quad X(s) = \frac{Y(s)}{H(s)}$$

$$X(s) = \frac{2}{s} + \frac{4}{s+3}$$

$$x(t) = \mathcal{L}^{-1}\{X(s)\} = (2 + 4e^{-3t}) u(t)$$

4. (a) Följande samband gäller där f_s är samplingsfrekvensen i Hz

$$f_p = \frac{k}{N} f_s \quad , \quad f_s = \frac{N}{k} f_p = \frac{1024}{17} \cdot \frac{142}{60} = 142.6 \text{ Hz}$$

med sampelintervallet $T = \frac{1}{f_s} = 7.0 \cdot 10^{-3} = 7.0 \text{ ms}$.

Notera: $f_p \ll f_s$ och vikning ej problem.

- (b) Impulsväret med dess z-transform

$$h[n] = \delta[n] + \delta[n - 6] \quad , \quad H(z) = 1 + z^{-6} = z^{-3}(z^3 + z^{-3})$$

Studera frekvenssvaret, sätt $z = e^{j\Omega}$

$$H(e^{j\Omega}) = e^{-j3\Omega}(e^{j3\Omega} + e^{-j3\Omega}) = 2e^{-j3\Omega} \cos(3\Omega)$$

Sampling: $\omega t \rightarrow \omega nT = n\omega T = n\Omega$.

$$|H(e^{j\Omega})|_{\Omega=\Omega_1} = 2|\cos(3\Omega_1)| = 2|\cos(\pi)| = 2$$

$$|H(e^{j\Omega})|_{\Omega=\Omega_2} = 2|\cos(3\Omega_2)| = 2|\cos(\frac{3\pi}{2})| = 0$$

5.

$$x(t) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \sin(n\omega_0 t) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin(n\omega_0 t)$$

$$B_n = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{(-1)^{n+1}}{n}, \quad n = 1, 2, 3, 4, \dots$$

$$G(s) = \frac{s \cdot 200}{(s+10)(s+40)} = \{s = j\omega\} = G(j\omega) = \frac{j\omega \cdot 200}{(j\omega+10)(j\omega+40)}$$

n	$n\omega_0$	B_n	$ G(jn\omega_0) $	Amplitud hos utsignal
1	10	$\frac{2}{\pi} \cdot 1$	3.43	$\frac{2}{\pi} \cdot 3.43 \approx 2.18$
2	20	$\frac{2}{\pi} \cdot \frac{-1}{2}$	4.0	$-\frac{2}{\pi} \cdot 2.0 \approx -1.27$
3	30	$\frac{2}{\pi} \cdot \frac{1}{3}$	3.79	$\frac{2}{\pi} \cdot 1.26 \approx 0.80$