Tentamen SSY042
Signaler och System, Z2

Examinator: Ants R. Silberberg

28 augusti 2020 kl. 14:00-18.00 Distanstenta via Zoom

Forfrågningar:	Ants Silberberg, via zoom
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng. Fullständiga beräkningar måste redovisas.

Hjälpmedel

- Tentamen skall genomföras enskilt. Allt sammarbete i någon form med annan person är EJ tillåten.

Betygsgränser

Poäng	0-10	11-15	16-20	21-25
Betyg	U	3	4	5

Lycka till!

1. (a) Stegsvaret till ett kontinuerligt LTI-system är

$$y_s(t) = \frac{2}{3}\left(1 - e^{-3t}\right)u(t)$$

Beräkna systemets impulssvar $h(t)$. *(2p)*

(b) En vanlig ekvation för att beskriva kontinuerliga signaler är

$$x(t) = Ae^{\alpha t}$$

där A och α är komplexa tal. En fysikalisk signal kan då tecknas som realdelen av $x(t)$, alltså

$$x_r(t) = Re\{x(t)\} = Be^{\beta t}\cos(\omega_o t + \phi)$$

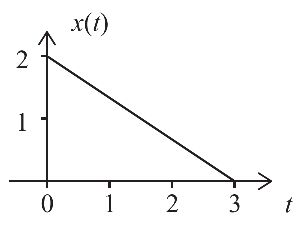
där parametrarna B, β, ω_o och ϕ är reella. Teckna de komplexa konstanterna A och α med hjälp av de fyra reella parametrarna. *(2p)*

(c) En signal $x(t)$ visas i figur 1 nedan och beskrivs med ekvationen

$$x(t) = \begin{cases} 2\left(1 - \dfrac{t}{3}\right), & 0 \leq t \leq 3 \\ 0, & \text{annars} \end{cases}$$

Beräkna $y(t)$ där *(1p)*

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\delta(t-1)dt \quad .$$

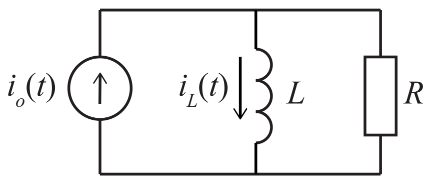


Figur 1: Kontinuerlig signal, $x(t)$

2. En elektrisk krets med en strömkälla, en induktans (L) och en resistans (R) visas i figur 2. Kretsen kan beskrivas som ett system som drivs av insignalen $i_o(t)$ och där strömmen genom induktansen $i_L(t)$ väljs som utsignal. Räkneregler för elektriska kretsar ger följande differentialekvation som beskriver relationen mellan in- och utsignal

$$i_L(t) + \frac{L}{R} \cdot \frac{d}{dt}\{i_L(t)\} = i_o(t) \quad .$$

Beräkna strömmen $i_L(t)$ då strömkällan levererar $i_o(t) = e^{-2t}u(t)$ A. Kretsen befinner sig i vila då $t < 0$ [1] .
$R = 1.0\ \Omega$ och $L = 1.0$ H. *(5p)*



Figur 2: Elektrisk krets.

3. Ett diskret och kausalt LTI-system får utsignalen

$$y[n] = \left(10\left(\frac{1}{3}\right)^n - 9\left(\frac{1}{2}\right)^n\right)u[n]$$

då insignalen är $x[n] = \left(\frac{1}{6}\right)^n u[n]$.

(a) Beräkna systemets differensekvation. *(3p)*

(b) Beräkna systemets impulssvar. *(2p)*

4. Ett LTI-system har den egenskapen att en sinusformad insignal ger upphov till en sinusformad utsignal när eventuella transienter klingat av och ett stationärtillstånd etablerats. Beräkna utsignalen $y[n]$ i stationärtillstånd då det passerar ett system med differensekvationen

$$y[n] = x[n] + x[n-1] + x[n-2]$$

och insignal $x[n] = \cos\left(\frac{n\pi}{6}\right), \quad \forall\ n$ *(5p)*

[1] Alla strömmar i kretsen är noll då $t < 0$

5. Diskret Fouriertransform (DFT) $X[k]$ av signalen $x[n]$ beräknas som

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} \ , \quad k = 0, 1, 2, \cdots, N-1$$

Utifrån signalens DFT kan signalen återskapas enligt

$$x[n] = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X[k]e^{j\frac{2\pi}{N}kn} \ , \quad n = 0, 1, 2, \cdots, N-1$$

a) Beskriv hur DFT ($X_a[k]$) av den diskreta signalen $x_a[n] = N$, $n = 0, 1, 2, \cdots, N-1$ ser ut. Gör en skiss över $x_a[n]$ och $|X_a[k]|$. Låt $N = 16$. *(1p)*

b) Den kontinuerliga signalen $x(t) = \cos(\omega t)$ samplas med samplingsintervallet $T_s = 3.125 \cdot 10^{-3}$ s . Vinkelfrekvensen $\omega = 200\pi$ r/s och antalet sampel $N = 16$. Då erhålls den diskreta signalen $x_b[n] = x(nT_s), \ n = 0, 1, 2, \cdots, N-1$. Därefter beräknas signalens DFT ($X_b[k]$) enligt sambandet ovan. Gör en skiss som visar det principiella utseendet hos $|X_b[k]|$. *(2p)*

c) Värdena $X_b[k]$ och $X_b[k-1]$ $(1 < k < N-1)$ representerar olika frekvenser. Vilken är skillnaden mellan dessa frekvenser i rad/s. *(2p)*