Tentamen SSY042
Signaler och System, Z2

Examinator: Ants R. Silberberg

7 juni 2018 kl. 08.30-12.30 sal: SB Multi

Förfrågningar:	Ants Silberberg, tel. 1808
Lösningar:	Anslås på institutionens anslagstavla, plan 5.
Resultat:	Rapporteras in i Ladok
Granskning:	Tisdag 19 juni kl. 13.30 - 14.30 , rum 6414 på plan 6 i ED-huset (Blå rummet), korridor parallell med Maskingränd.
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Fyra sidor med egna anteckningar. Endast egenproducerade och handskrivna anteckningar. Inga kopior eller 'maskin(dator)skriven' text.

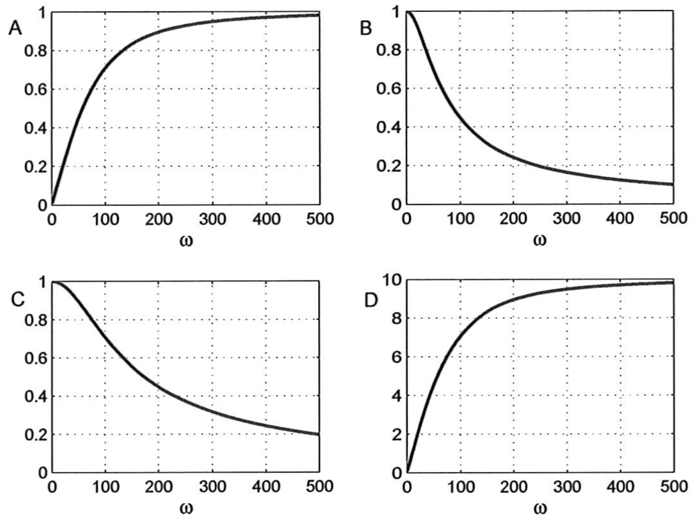
Betygsgränser

Poäng	0-10	11-15	16-20	21-25
Betyg	U	3	4	5

Lycka till!

1. (a) Frekvenssvarets amplitudkarakteristik från fyra olika kausala LTI-system studeras. Para ihop rätt överföringsfunktion med rätt amplitudkarakteristik enligt figur 1. Motivering krävs. *(3p)*

$$H_1(s) = \frac{s}{s+100} \qquad H_2(s) = \frac{10s}{s+100}$$
$$H_3(s) = \frac{100}{s+100} \qquad H_4(s) = \frac{50}{s+50}$$



Figur 1: Fyra olika frekvenssvar, $|H(j\omega)|$

(b) Är signalen $x(t) = \pi\cos\left(\frac{3\pi}{11}t\right) + 4e^{j(\frac{4}{\pi})t}$, $\forall\ t$, periodisk? Beräkna i så fall den fundamentala perioden (minsta värdet på T) så att villkoret $x(t) = x(t+T)$, $\forall\ t$, gäller [1]. *(2p)*

[1]symbolen $\forall$ betyder *för alla*

2. Ett kontinuerligt och kausalt system har överföringsfunktionen

$$H(s) = \frac{250}{s^2 + s10 + 125} \quad .$$

Beräkna systemets impuls- och stegfunktionssvar. *(5p)*

3. Ett diskret LTI-system med insignal $x[n]$ och utsignal $y[n]$ beskrivs med differensekvationen

$$y[n] - 0.2y[n-1] - 0.24y[n-2] = x[n] + 3.4x[n-1] \quad .$$

Beräkna systemets impulssvar. *(4p)*
Är systemet stabilt (Motivera) ? *(1p)*

4. En teknolog spelar in ljud från sin gitarr med en mikrofon och samplar ljudet i sin dator med samplingsintervallet $T_s = 0.5$ ms. Antalet insamlade sampelvärden är $N = 2^{11}$ vid varje samplingstillfälle. Ett antal diskreta signaler erhålls $(x[n], n = 0, 1, 2, \cdots, N-1)$. Ett försök görs att kontrollera stämningen av gitarrens tre tunnaste strängar som skall motsvara tonerna E (330 Hz), H (247 Hz) och G (196 Hz). Frekvenserna uppskattas genom att beräkna Diskret Fouriertransform [2] av de insamlade datasekvenserna, $X[k]$ =DFT$\{x[n]\}$.

   (a) Vid vilket/vilka index k förväntas $|X[k]|$ ha sitt största värde hos de tre tonerna E, H och G? *(3p)*

   (b) Vilken frekvensskillnad i Hz motsvarar två intilliggande värden i signalens DFT (alltså mellan $X[k]$ och $X[k+1]$) ? *(2p)*

[2] Diskret Fouriertransform (DFT) $X[k]$ av signalen $x[n]$ beräknas som

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} \ , \quad k = 0, 1, 2, \cdots, N-1$$

Utifrån signalens DFT kan signalen återskapas enligt

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j\frac{2\pi}{N}kn} \ , \quad n = 0, 1, 2, \cdots, N-1$$

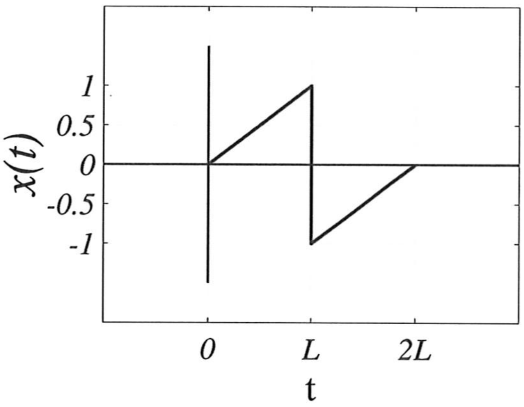
5. Enligt en tabell kan den periodiska signalen $x(t)$ tecknas med Fourier-serien

$$x(t) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \sin\left(\frac{n\pi t}{L}\right)$$

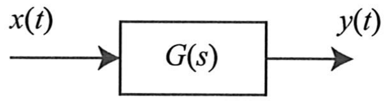
En period ($0 \leq t < 2L$) av signalen visas i figur 2. $L = \pi \cdot 10^{-2}$ s. Signalen $x(t)$ utgör insignal till det kontinuerliga systemet med överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{50s}{s^2 + 50s + 40000}$$

enligt figur 3. Beräkna amplituden hos de tre sinusformade signalerna med lägst frekvens som ingår i systemets utsignal $y(t)$. *(5p)*



Figur 2: För $0 \leq t < 2L$ visas en period av $x(t)$.



Figur 3: Systemet $G(s)$.