

Tentamen SSY042

Signaler och System, Z2

Examinator: Ants R. Silberberg

16 mars 2017 kl. 14.00-18.00 sal: M

Förfrågningar: Ants Silberberg, tel. 1808
Lösningar: Anslås på institutionens anslagstavla, plan 5.
Resultat: Rapporteras in i Ladok
Granskning: Måndag 3 april kl. 12.00 - 13.00 , rum 3311 på plan 3 i ED-huset (Lunnerummet), korridor parallell med Hörsalsvägen.
Bedömning: En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Fyra sidor med egna anteckningar. Endast egenproducerade och handskrivna anteckningar. Inga kopior eller 'maskin(dator)skrivna' text.

Betygsgränser

<i>Poäng</i>	0-10	11-15	16-20	21-25
<i>Betyg</i>	U	3	4	5

Lycka till!

1. (a) Ett kontinuerligt system med insignal $x(t)$ och utsignal $y(t)$ beskrivs med sambandet

$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau \quad .$$

Är systemet linjärt? Motivering krävs. (2p)

- (b) En periodisk och kontinuerlig signal $x(t)$ varierar med tiden enligt

$$x(t) = 4 + 3 \sin(20t) + 2 \cos\left(30t + \frac{\pi}{4}\right) \quad .$$

- (i) Beräkna signalens Fourierseriekoefficienter c_k då Fourierserien ges på komplex form enligt (2p)

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\omega_0 t}$$

- (ii) Signalen $x(t)$ passerar ett system med överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{s}{s + 15}$$

och utsignalen efter systemet (filtret) studeras. Vilken amplitud får då den del av signalen i $x(t)$ som har vinkelfrekvensen $\omega = 20$ rad/s (i stationärtillstånd) ? (1p)

2. (a) Täljaren $T(s)$ till överföringsfunktionen i ett stabilt och kontinuerligt notchfilter teckas

$$T(s) = s^4 + s^2 \cdot 500 + 40000 = (s^2 + 100)(s^2 + 400)$$

Vilken alternativt vilka vinkelfrekvenser släcks ut av filtret? (2p)

- (b) En diskret signal $x[n]$ skapas genom sampling av en kontinuerlig signal $x_a(t)$ enligt $x[n] = x_a(nT)$ där n är ett heltal och

$$x_a(t) = \left[\frac{\sin(10t)}{\pi t} \right]^2, \quad \forall t.$$

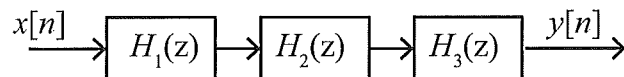
Sampelintervallet $T = \frac{2\pi}{30}$ s. Uppkommer vikning (aliasing) då den samplade signalens Fouriertransform studeras? Motivering krävs. (3p)

3. Tre diskreta LTI-system kopplas i serie (kaskadkopplas) enligt figur 1. Systemens överföringsfunktioner är

$$H_1(z) = \frac{5}{1 - \frac{1}{3}z^{-1}} \quad H_3(z) = b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + b_3z^{-3}$$

$$H_2(z) = \frac{2}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}}$$

Beräkna koefficienterna b_k som tillhör system $H_3(z)$ så att det totala systemet $H(z) = H_1(z)H_2(z)H_3(z)$ svarar mot differensekvationen $y[n] = x[n - 1]$. (5p)

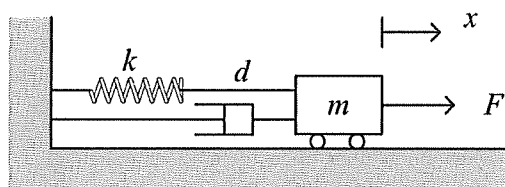


Figur 1: Tre kaskadkopplade system.

4. Ett mekanisk system visas i figur 2 där en vagn med massan m är fastspänd i en stadig vägg med fjäderkonstanten k och dämparen d . Om vagnen påverkas av en kraft $F(t)$ påverkas dess position $x(t)$. Vagnen befinner sig i vila vid $t < 0$. Följande samband gäller enligt Newton:

$$m \cdot \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + d \cdot \frac{dx(t)}{dt} + k \cdot x(t) = F(t) \quad .$$

$$m = 1.0 \text{ kg} \qquad k = 10 \text{ N/m} \qquad d = 2.0 \text{ Ns/m}$$



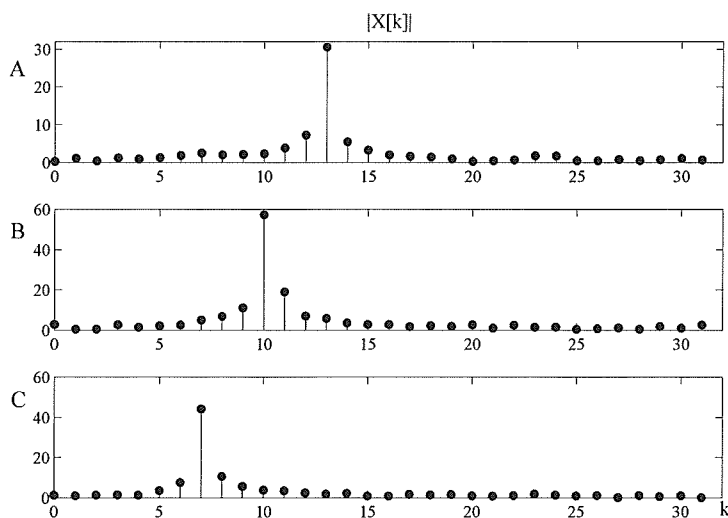
Figur 2: Mekaniskt system

- Beräkna utsignalen (positionen) $x(t)$ då vagnen påverkas av en kraftig stöt som kan beskrivas med $F(t) = 10\delta(t)$ N. (2p)
- Beräkna utsignalen (positionen) $x(t)$ då vagnen påverkas av en konstant pålagt kraft som kan beskrivas med $F(t) = 10u(t)$ N. (2p)
- Studera resultaten i (a) och (b) då $t \rightarrow \infty$. Är positionen $x(t)$ rimlig/förväntad? Förklara med några korta meningar. (1p)

5. Den kontinuerliga signalen $x(t)$ har sitt upphov från nätbrum i en förstärkare, alltså i huvudsak en sinusformad signal med frekvensen 50 Hz. Signalen $x(t)$ samplas och dess frekvensinnehåll analyseras genom att studera beloppet av den samplade signalens DFT (Diskret Fourier Transform, $X[k]$). Signalen $x(t)$ samplas flera gånger men anteckningarna ifrån undersökningarna har blandats ihop. Sampelintervallet (T) och längd på samplad signal (N) har antecknats enligt

- (1) $T=1.5$ ms, $N=96$ svarar mot undersökning 1
- (2) $T=0.40$ ms, $N=256$ svarar mot undersökning 2
- (3) $T=1.6$ ms, $N=128$ svarar mot undersökning 3
- (4) $T=4.0$ ms, $N=64$ svarar mot undersökning 4
- (5) $T=3.6$ ms, $N=84$ svarar mot undersökning 5

De 32 första värdena av de samplade signalernas DFT från tre undersökningar visas till belopp i figur 3, men i blandad ordning. Para ihop rätt undersökningsanteckning (1, 2, 3, 4 och 5) med rätt $|X[k]|$ (A,B,C). Tydlig motivering krävs. (5p)



Figur 3: $|X[k]|$ från tre samplade signaler.