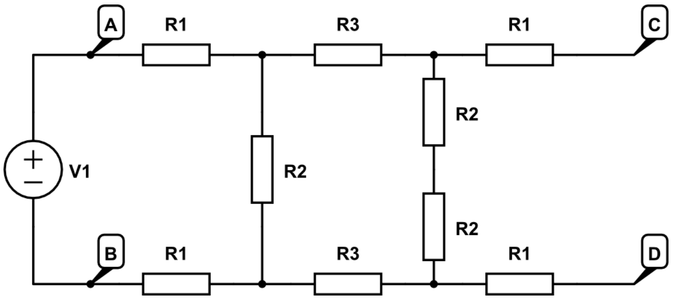
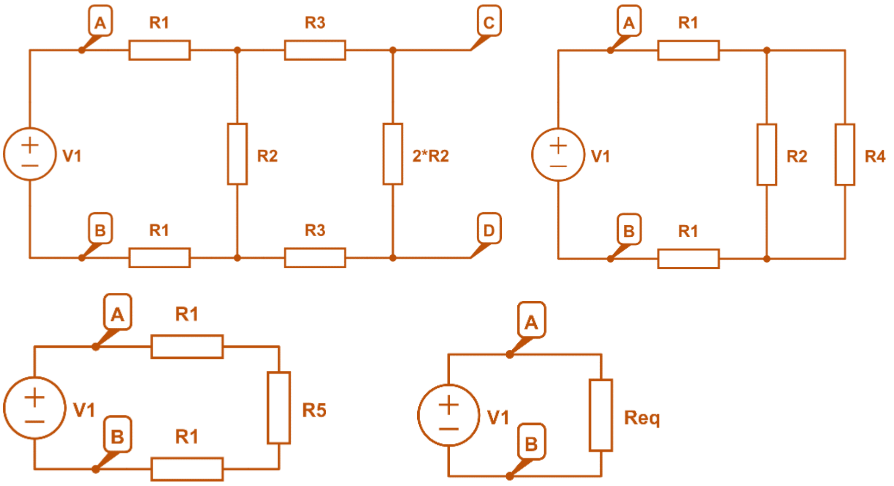
Lösningsförslag till
Tentamen Elektriska Kretsar och Elenergi för Z2 (RRY135).
2021-04-09, 14:00-18:00.

1. Kretsberäkningar (3 p)

För kretsen nedan, beräkna den ekvivalenta resistans R_{AB} som spänningskällan V1 "ser" då ingen last är kopplad mellan C och D (tomgång).
Sätt V1=12 V, R2=30 Ω och R3=5 Ω. Sätt R1= 10*MM Ω, där MM är din egen födelsemånad (dvs ett tal från 01 till 12). Redovisa alla lösningssteg.



Eftersom inget är kopplat mellan C och D går ingen ström genom de två R1 resistorerna närmast C och D och vi kan därför ta bort dem. Vi kan sedan förenkla kretsen stegvis enligt följande:



R4 = 2*R2 + 2*R3 = 2*30 + 2*5 = 70 Ω

R5 = R2*R4/(R2+R4) = 30*70/(30+70) = 2100/100 = 21 Ω

R_{AB} = 2*R1 + R5

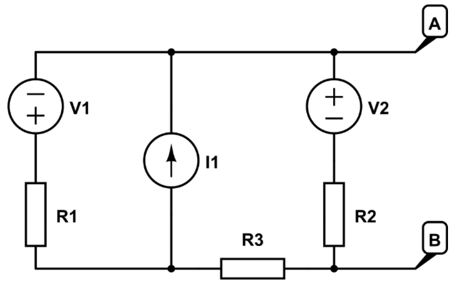
Med DD = 6 få vi R1 = 10*6 = 60 Ω och R_{AB} = 2*60 + 21 = 141 Ω

Tabellen nedan visar svar för alla DD.

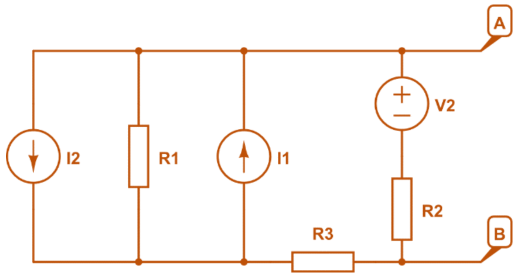
DD	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
R1 [Ω]	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
R_{AB} [Ω]	41	61	81	101	121	141	161	181	201	221	241	261

2. Tvåpolsomvandlingar (3 p)

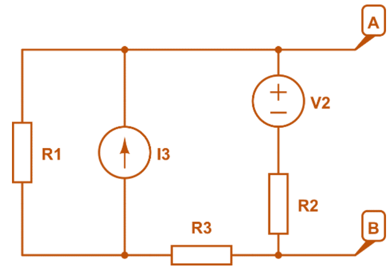
Bestäm Theveninekvivalenten (ekvivalenta spänningstvåpolen) till kretsen nedan.
Använd följande värden:
I1 = 0,2 A,
V1 = DD V och V2 = 2*DD V
R1= 10*DD Ω, R2=10*DD Ω och R3=10 Ω
Redovisa alla lösningssteg.



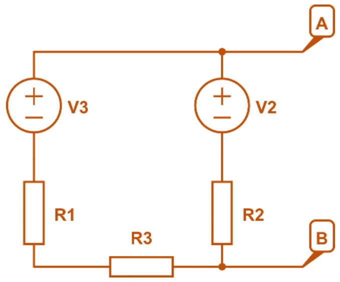
Gör stegvis tvåpolsomvandlingar enligt följande



I2 = V1/R1

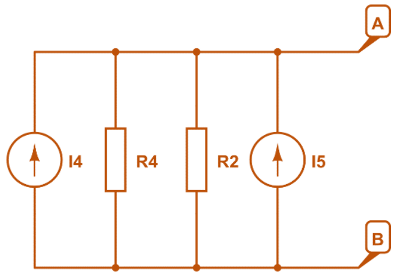


I3 = I1-I2



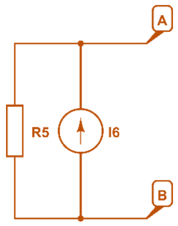
V3 = I3*R1

R4 = R1 + R3

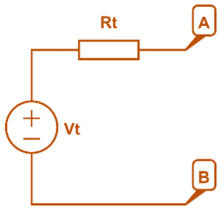


I4 = V3/R4

I5 = V2/R2



I6 = I4 + I5



Rt = R5 = R2*R4/(R2+R4)

Vt = I6*Rt = ((I1*R1-V1)/(R1+R3)+V2/R2)*((R1+R3)*R2)/(R1+R2+R3))

Tabellen ger svaren (Rt och Vt) för alla värden på DD

DD	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
V1 [V]	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
V2 [V]	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
R1=R2 [Ω]	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
Rt [Ω]	6,67	12,00	17,14	22,22	27,27	32,31	37,33	42,35	47,37	52,38	57,39	62,40
Vt [V]	1,67	3,20	4,71	6,22	7,73	9,23	10,73	12,24	13,74	15,24	16,74	18,24

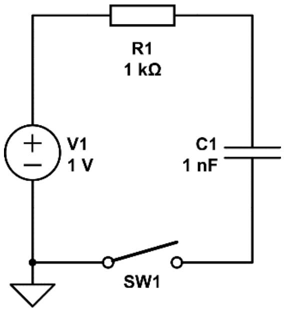
3. Transienter (6 p)

Vid tiden 0 (t=0) så sluts brytaren SW1 i kretsen nedan. Innan brytaren slöts så var kondensatorn C1 ouppladdad.

a) Vad är strömmen genom kretsen precis när brytaren sluts (alltså vid t=0)? (1 p)

b) Vad blir differentialekvationen vars lösning beskriver spänningen över C1 för alla tider t >0? Glöm inte att även beskriva begynnelsevärdet till differentialekvationen. Observera, vi söker endast differentialekvationen, ni ska inte svara med dess lösning. (2 p)

c) Hur mycket energi är lagrad i C1 vid tiden t = 1 mikrosekund? (3 p)



a) Vid tiden 0 så beter sig C1 som en kortslutning. Alltså, i(0) = V1/R1 = 1 / 1000 = 1 mA.

b) Strömmen genom kondensatorn laddar upp den. Detta leder till att spänningen över kondensatorn förändras. Förhållandet är i(t) = C v'(t) där v' är tidsderivatan av v, och v är spänningen över kondensatorn.

Genom att använda KVL så får vi: V1 = i(t) * R1 + v(t) <=> V1 = R1 * C1 * v'(t) + v(t). Begynnelsevärdet får vi genom att vi vet att kondensatorn är oupppladdad vid t=0, alltså v(0) = 0.

c) Först måste vi ta reda på v(1 us). Genom att lösa differentialekvationen (eller genom att titta i formelsamlingen) så ser vi att v(t) = k1 + k2 * exp(-t / tau).

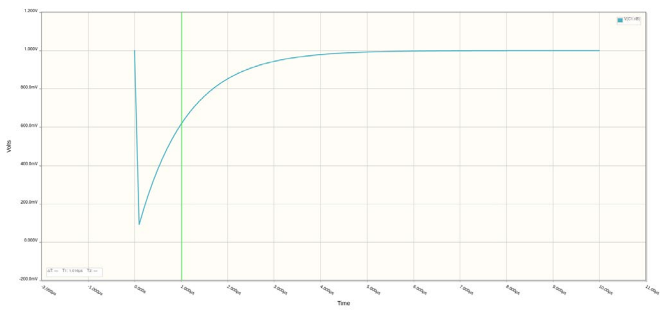
Vi vet att v(0) = 0, alltså k1 = -k2. Vid oändlig tid så är kondensatorn fullständigt uppladdad och har därför en spänning över sig motsvarande V1. Alltså är k1 = 1 [V].

Tidskonstanten tau får vi från homogenlösningen av differentialekvationen (eller från att se att kretsen är en RC-krets och använda sig av formelsamlingen). Detta ger att tau = 1/(R1 * C1).

Alltså, v(t) = 1 - exp(-t * 1 000 000).

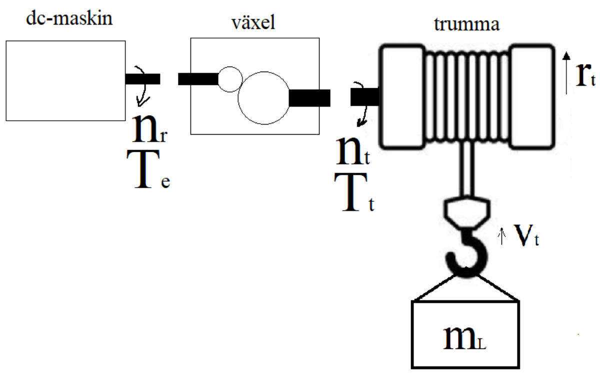
Detta I sin tur innebär att v(1 us) = 1 – 1/e = 0.632 [V].

Vi kan nu ta reda på den lagrade energin i kondensatorn eftersom W = 0.5 * C1 * v^2 => W = 0.5 * 10^(-9) * 0.632^2 = 200 [pJ].



4. Likströmsmaskin (10 p)

Din kompis håller på att konstruera en drönare som skall utrustas med en elektrisk vinsch, dvs. en krok fäst i en vajer som ska kunna rullas upp på en trumma, med hjälp av en elektrisk maskin, enligt nedan icke skalenliga skiss. Vinschen skall kunna hissa upp en total vikt, m_L på som mest 1 kg med den maximala hastigheten, v_t 0,6 m/s. Trummans radie, r_t är 0,25 m. Växeln har utväxlingsförhållandet 200:1, d.v.s. elmaskinen kommer rotera 200 gånger snabbare än trumman och elmaskinens vridmoment kommer vara 1/200 gånger trummans.



a) Hos en elmaskin-leverantör har din kompis fått bra priserbjudanden på tre olika permanentmagnetiserade likströmsmaskiner; A, B och C med data enligt tabell nedan. Motivera med hjälp av beräkningar och resonemang, vilken av de tre maskinerna som är bäst lämpad att användas för uppgiften beskriven ovan. (3 p)

	Maskin A	Maskin B	Maskin C
Märkspänning	36 V	36 V	36 V
Märkvarvtal	6420 rpm	5230 rpm	4430 rpm
Märkvridmoment (milli Nm)	6,86 mNm	18,2 mNm	45,5 mNm
Länkat flöde	34,8 mWb	46,7 mWb	58,2 mWb
Ankarresistans	59,4 ohm	25,8 ohm	11,1 ohm
Ankarinduktans	3,69 mH	2,58 mH	1,52 mH
Rotor tröghetsmoment	4,09 gcm^2	12,6 gcm^2	44,6 gcm^2
Linjär friktions-dämpnings-konstant, b	0,0005 mNm s	0,0010 mNm s	0,0024 mNm s
Termisk resistans, lindning-hus	6,0 K/W	3,2 K/W	2,1 K/W
Termisk resistans, hus-omgivning	20,0 K/W	13,2 K/W	7,5 K/W

b) För både motordrift och generatordrift med den valda elmaskinen med data i 3a), samt för fallet då vinschen skall kunna hissa upp en last:
   i) rita maskinens vridmoment som funktion av varvtalet
   ii) beräkna värden ifall karaktäristiken korsar varvtals- och/eller vridmomentaxeln
   iii) rita även in märkvridmomentet som funktion av varvtalet (4 p)

   Om a) ej kunde lösas, välj motor baserat på din födelsedata ÅÅÅMMDD: för DD=1-10 välj A, DD=11-20 välj B, DD=21-31 välj C.

c) Vid en omgivningstemperatur på 40°C, hur varm skulle ankarlindningen bli om det aktuella driftfallet för motorn skulle bestå under en mycket lång tid? Rita även en ekvivalent termisk krets för detta problem. (3 p)
   Om a) ej kunde lösas, välj motor baserat på din födelsedata ÅÅÅMMDD: för DD=1-10 välj A, DD=11-20 välj B, DD=21-31 välj C, samt märkdrift istället.

Lösningsförslag:

a)

Vi börjar med att beräkna nödvändigt vridmoment och varvtal på trummans axel för att lyfta kranen med given vikt och given hastighet. Vi antar mekaniskt stationärtillstånd, dvs. vi bortser från acceleration för enkelhetsskull.

Gravitationskraften för lasten på 1kg är massan gånger jordens gravitationskonstant

F=m*g=1*9,81=9,81 N

Vridmomentet som krävs vid trummans axel är $T_t=r_t*F=0,25*9,81=2,4525$ Nm

Rotationsvarvtalet på trummans axel blir $\omega_t=v_t/r_t=0,6$ m/s / 0,25 m = 2,4 rad/s

(Den mekaniska effekten som krävs vid trummans axel $P_t=T_t*\ \omega_t=2,4525*2,4=5,9$ W)

Med en växel på 200:1 kan vi beräkna det nödvändiga vridmomentet och varvtalet som krävs från elmaskinen.

Elmaskinens varvtal blir $\omega_r= k_{växel}\ \omega_t = 200 *2,4 = 480$ rad/s ⇨ $n_e= \omega_t\ 30/\pi=480*30/\pi=4583,66$ rpm

Totalt vridmoment som krävs av maskinen: $T_{e,tot} = T_{e,friktion} + T_{e,last}$

Det vridmoment som lasten kräver är $T_{e,last}=T_t/k_{växel}=2,4525$ Nm / 200 = 0,0122625 Nm ≈ 12,3 mNm

Vridmomentet på grund av friktionen är för de olika maskinerna $T_{e,friktion}=b*\ \omega_r$

För MaskinA: $T_{eA,friktion}=0,0005*480=0,24$ mNm, => $T_{eA,tot} = 12,3+0,24 = 12,5$ mNm

MaskinB: $T_{eB,friktion}=0,0010*480=0,48$ mNm, => $T_{eB,tot} = 12,3+0,48 = 12,7$ mNm

MaskinC: $T_{eC,friktion}=0,0024*480=1,1520$ mNm, => $T_{eC,tot} = 12,3+1,1520 = 13,4$ mNm

(Den mekaniska effekten som krävs vid elmaskinens axel

$P_{eA}= T_{e,tot} * \omega_r=12,5/1000*480=6,0$ W, $P_{eB}=6,1$ W, $P_{eC}=6,4$ W)

Vridmoment: Endast Maskin B eller C kan producera det nödvändiga vridmomentet kontinuerligt.

Varvtalet: Av maskin B eller C är det endast maskin B som har ett märkvarvtal högre än det som krävs av elmaskinen, och som därmed bör användas vid kontinuerlig drift för att inte förkorta livstiden på maskinen. Därmed bör kompisen välja maskin B.

Alternativt kan man jämföra nödvändig maximal mekanisk effekt och maskinernas märkeffekt; A: 4,6 W, B: 10,0 W, C: 21 W. Märkeffekten för maskin A är då för låg för den aktuella driften. Däremot klarar både maskin B och C den krävda effekten. Här kan man dock ändå argumentera för att välja maskin B eftersom maskin C har en väsentligt högre märkeffekt än vad som krävs av elmaskinens last, vilket skulle resultera i en onödigt stor och tung motor.

b)

I stationärtillstånd är ankar-spänningsekvationen $v_T = R_a i_a + \lambda\omega_r$. Ni kan vi lösa ut strömmen så vi får $i_a = \frac{v_T-\lambda\omega_r}{R_a}$ och eftersom $T_{dev} = \lambda i_a$ kan vi nu istället skriva $T_{dev} = \frac{\lambda}{R_a}(v_T - \lambda\omega_r)$, dvs vridmomentet som funktion av varvtalet, vid fixa värden för ankarspänning och länkat flöde. I detta fall är ankarspänningen lika med märkspänningen

Som kan ses av ekvationen är relationen linjär mellan utvecklat vridmoment och maskinens varvtal. där vridmomentet minskar vid högre varvtal. Linjen korsar x- och y-axeln vid två ställen; vid kipp-momentet och vid tomgångsvarvtalet.

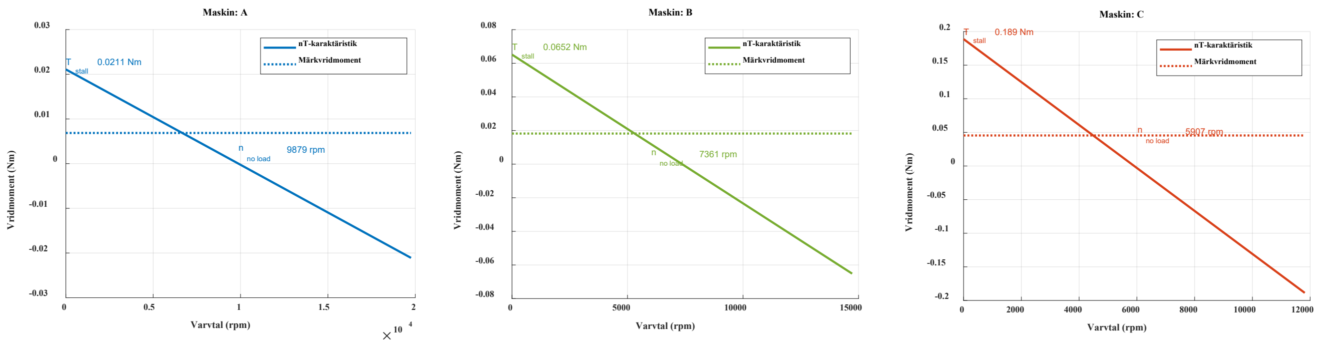
Kipp-momentet är det högsta vridmoment som kan produceras av elmaskinen vid given spänning och flödeskonstant. Det kan beräknas genom att sätta varvtalet till noll i ekvationen ovan:

$$T_{dev,kipp} = \frac{\lambda}{R_a} v_T = \frac{46.7 \cdot 10^{-3} \cdot 36}{25.8} = 65.2\ mNm.$$

På liknande sätt kan tomgångsvarvtalet beräknas genom att sätta vridmomentet till noll och lösa ut varvtalet:

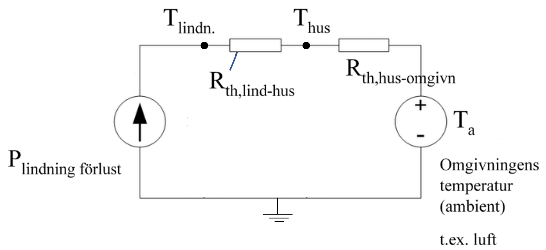
$$n_{r,o} = \omega_{r,o} \cdot \frac{30}{\pi} = \begin{bmatrix} T_{dev} = 0 \; i \; tomgång \\ v_T = \lambda \omega_{r,o} \\ \omega_{r,o} = \frac{v_T}{\lambda} \end{bmatrix} = \frac{v_T}{\lambda} \cdot \frac{30}{\pi} = \frac{36}{46.7 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{30}{\pi} = 7361.3 \; rpm$$

Vi skulle rita moment-varvtalskaraktäristiken för fallet då kroken hissas upp. Då hastigheten på kroken och maskinen är definierad som positiv då kroken hissas upp, så betraktar vi endast karaktäristiken för positiva varvtal. Vi skulle även rita karaktäristiken både för motor och generatordrift, vilket gör att vi behöver rita för både positiva och negativa vridmoment.



c)

Här frågas efter en temperatur efter mycket lång tid, vilket gör att vi kan anta att det räcker att räkna med termiskt stationärtillstånd. Då räcker det med termiska resistanser som representation av värmeledningen. I uppgiften ges två termiska resistanser, en mellan lindning och hus, och en mellan hus och omgivning. Detta problem, skulle kunna beräknas som en termisk krets enligt nedan, där effektkällan är den förlusteffekt som utvecklas i lindningen i det aktuella driftfallet, och omgivningstemperaturen är 40 °C.



Lindningstemperaturen kan då beräknas som

$$T_{lindn.} = T_a + P_{lindn.förlust} * \left(R_{thlind-hus} + R_{th,hus-omgivning}\right)$$

Förlusten i lindningen är $P_{lindn.förlust} = R_a i_a^2$

Med data från uppgift A, kan vi beräkna strömmen som $i_a = \frac{T_e}{\lambda} = \frac{12{,}7 \cdot 10^{-3} \text{Nm}}{46.7 \cdot 10^{-3} \; Wb} = 0.2729 \; A$

Det ger förlusteffekten i lindningen $P_{lindn.förlust} = 25.8 * 0.2729^2 = 1.92 \; W$

Då skulle lindningen få temperaturen $T_{lindn.} = 40 + 1.92 * (3.2 + 13.2) = 71{,}5 \; ^oC$

		Maskin A	Maskin B	Maskin C
Drift med hiss	i_a	0.36 A	0.27 A	0.23 A
	$P_{lindn.förlust}$	7.67 W	1.92W	0.59 W
	$T_{lindn.}$	239.3°C	71.5°C	45.7°C
Märkdrift	$i_{a,märk}$	0.20 A	0.39 A	0.78 A
	$P_{lindn.förlust}$	2.31 W	3.92 W	6.75 W
	$T_{lindn.}$	100.0°C	104.3°C	104.8°C

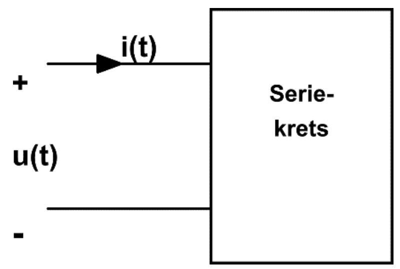
5. Växelströmskrets (8 p)

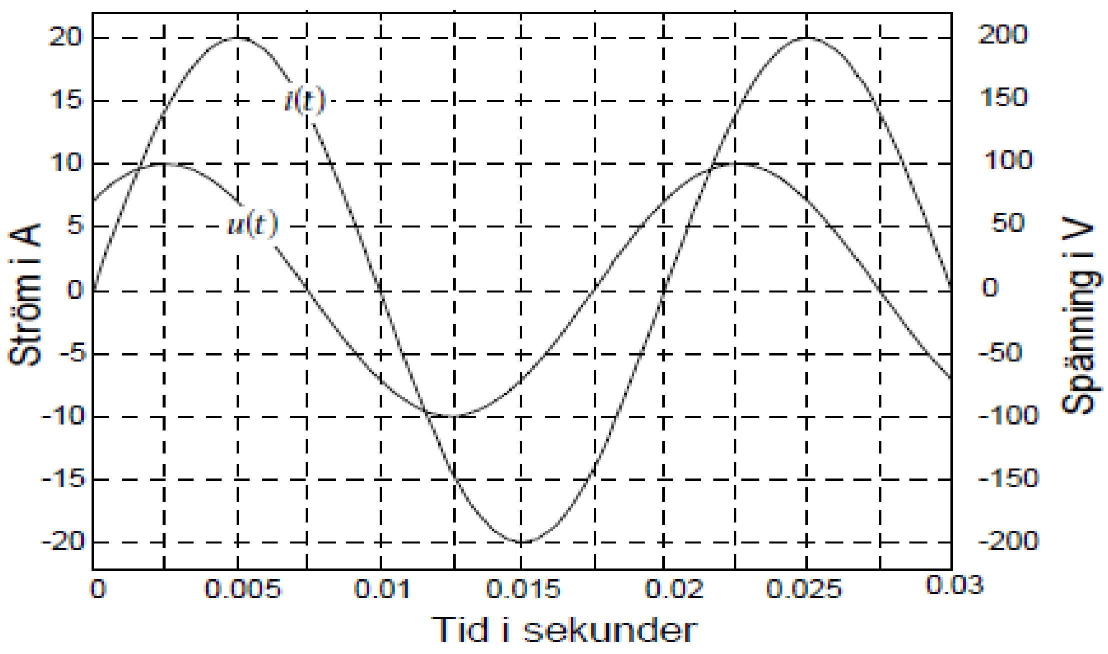
För att bestämma funktionen hos en tvåpol ansluter vi en spänningskälla u(t) och mäter upp strömmen i(t). Diagrammet nedan visar u(t) och i(t) (observera att strömskalan finns till vänster och spänningsskalan till höger om diagrammet). Vi vet att tvåpolen är en seriekrets som består av en resistans i serie med en reaktiv komponent.

a) Skriv ned uttrycken för u(t) och i(t) som du läser av i diagrammet. I uttrycken ska amplitud, frekvens (eller vinkelfrekvens) och fasvinkel finnas med. (4 p)

b) Bestäm seriekretsens resistans och induktans/kapacitans. (2 p)

c) Bestäm seriekretsens aktiva och reaktiva effekt. (2 p)





a) Ur kurvorna i diagrammet läser vi av amplituderna û = 100 V och î = 20 A. Spänningen och strömmen har samma frekvens men är fasförskjutna. En period är T = 20 ms lång. Frekvensen är f = 1/T = 1/0,02 = 50 Hz. Vinkelfrekvensen är ω = 2*π*f = 100*π = 314,16 rad/s.
Spänningen ligger 2,5 ms före strömmen, vilket motsvarar T/8. En period är 360° och 360°/8 =45°. Spänningen ligger alltså 45° före strömmen, men spänningen når sitt

maxvärde 2,5 ms (=45°) efter t=0 och har därför fasvinkeln α=-45°. Strömmens fasvinkel är då β=-90°.

Sammantaget ger detta oss uttrycken för u(t) och i(t):

u(t) = û·cos(ωt+α) = 100·cos(100π-45°) V

i(t) = î·cos(ωt+β) = 20·cos(100π-90°) A

b) Att spänningen ligger före strömmen betyder att vi har en induktiv krets.
Impedansen blir då Z = R + jωL = Z·cos(φ) + j·sin(φ)
där φ är fasvridningen mellan spänning och ström: φ = 45°
Z = û/î = 100/20 = 5 Ω
R = Z·cos(φ) = 5·cos(45°) = 3,54 Ω
ω·L = Z·sinφ) = 5·sin(45°) Ω
L = 5·sin(45°)/100π = 11,3 mH

Svar: Seriekretsens resistans är 3,54 Ω och dess induktans är 11,3 mH

c) Aktiv effekt: $P = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\hat{\imath}}{\sqrt{2}} \cdot cos\varphi = 707\ W$

Reaktiv effekt $Q = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\hat{\imath}}{\sqrt{2}} \cdot sin\varphi = 707\ VAr$

6. Kraftelektronik (6 p)

Din kompis drönare har ett batteri med en spänning på 48 V, men kompisen behöver din hjälp med att välja omriktare till den elektriska maskinen som skall driva vinschen i den tidigare uppgiften. Du testar först med att koppla in en BUCK-omriktare och lyckas hissa upp kroken med maximal last och hastighet. Omriktaren har en kondensator, spole och switchfrekvens med parametrar enligt tabell nedan, där (ÅÅÅÅMMDD) motsvarar tentandens födelsedata:

C	300+DD µF
L	200+DD µH
f_{sw}	200 kHz

a) Skissa hur strömmen genom spolen ser ut under en switchperiod och härled hur du kommer fram till kurvformen, dvs. beskriv fullständigt samtliga delsteg och antaganden, samt markera när switchen är öppen eller stängd.

(3 p)

b) Beräkna den lägsta strömmen som omriktaren kan leverera till elmaskinen vid dess märkspänning, så att omriktaren fortfarande arbetar i CCM

(2 p)

c) Vilken typ av omriktare behövs, 1-kvadrant-, 2-kvadrant- eller 4-kvadrant, för att vinschen skall kunna hissa upp och ner kroken, med och utan last? Motivera ditt svar.

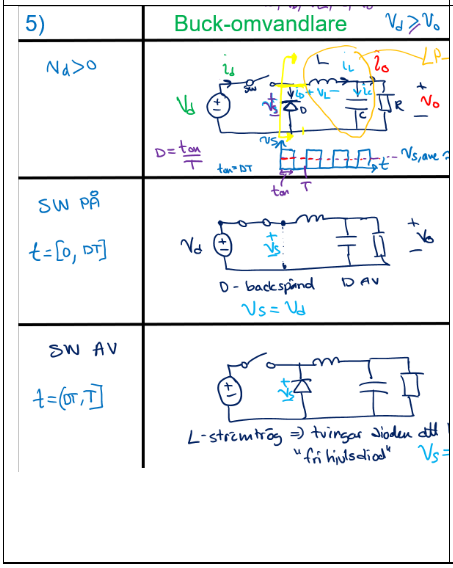
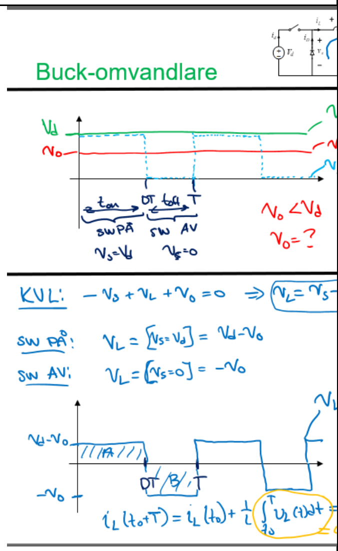
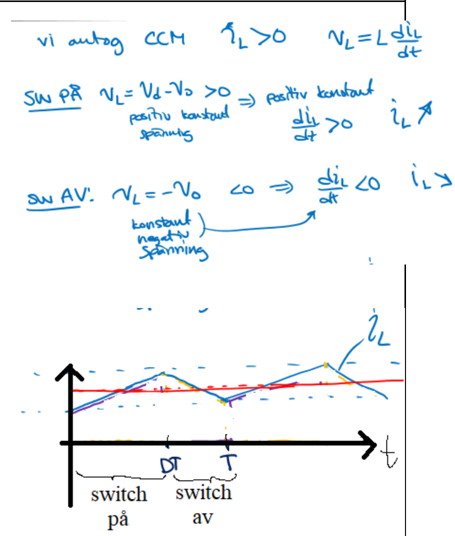
(1 p)

Lösningsförslag:

a)

Antag följande: Buck-omriktaren arbetar i stationärtillstånd och i CCM => $v_{L,ave}=0$ $i_{C,ave}=0$ och $i_L(t)>0$ samt endast två tillsånd för kretsen då switchen är av/på. C mycket stor, så utspänningen är nästan konstant. Förlustfri omriktare så ineffekt = uteffekt.

Nedan visas föreläsningsanteckningar från föreläsning om BUCK från kursomgång 2020.

Steg 1	Steg 2	Steg 3
		

b) för MM=6 och DD=15:

För att omriktaren skall går i CCM så skall $\frac{\Delta i_L}{2} \leq I_L = I_o$, där I_L är medelvärdet av induktansströmmen och I_o är utströmmen. Eftersom vi antar att omriktaren arbetar i stationärtillstånd måste medelvärdet av kondensator-strömmen skall vara noll, vilket gör att medelvärdet av induktansströmmen är lika med utströmmen. Strömripplet kan beräknas via $v_L = L\frac{di_L}{dt}$. Eftersom spänningen över induktansen är konstant och positiv under tiden switchen är på, så kommer tidsderivatan av strömmen genom induktansen också att vara konstant och positiv, detta ger

$v_L = L\frac{\Delta i_L}{\Delta t} \Rightarrow \Delta i_L = \frac{v_L \Delta t}{L} = \frac{(v_d - v_o)D}{L f_s} = \frac{(48-36)\frac{36}{48}}{215 \cdot 10^{-6} \cdot 200 \cdot 10^3} = 0.2093$ A vilket ger att lastströmmen måste vara

$I_o \geq \frac{\Delta i_L}{2} = \frac{0.2093}{2} = 0.1047$ A för att omriktaren ska gå i CCM.

c)

När elmaskinen hissar upp kroken är dess varvtal och vridmoment positiva, och det är även ankarspänning och ström, och elmaskinen arbetar i motordrift. För att kunna bromsa in lasten krävs ett negativt vridmoment, fast med fortsatt positivt varvtal, dvs. generatordrift. Då arbetet utförs motriktat gravitationen, så kommer dessa resonemang att stå sig oavsett om lasten väger mycket eller lite. För att detta skall fungera måste omriktaren kunna arbeta i två kvadranter, dvs. med endast positiv spänning, men med både positiv och negativ ström.

Om vi skulle koppla bort elmaskinen skulle kroken kunna falla neråt och endast påverkas av tyngdaccelerationen, (samt viss motriktad friktion). Hastigheten kommer då att öka med tiden, och ökningen är kraftigare ju tyngre lastens massa är. Ifall vi vill kunna styra hastigheten så det går antingen fortare eller långsammare än vad gravitationen ger, så behöver vi kunna rotera elmaskinen åt motsatt håll jämfört med när vi hissade upp lasten, dvs. med negativa varvtal. För att öka hastigheten, tex om lasten är lätt, så behövs ett negativt vridmoment. Och om vill bromsa lasten när den är på väg ner så krävs ett positivt vridmoment. För att kunna använda elmaskinen som beskrivet krävs en negativ ankarspänning och både positiv och negativ ström.

Så för att kunna hissa både upp och ner krävs antingen två stycken två-kvadrantomriktare, eller helst en fyr-kvadrantomriktare.

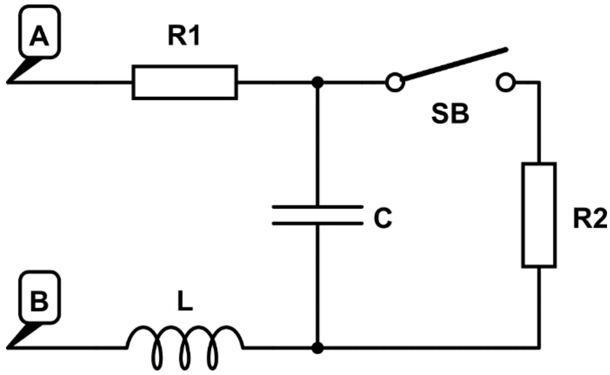
7. Resonans (6 p)

Kretsen nedan har två olika lägen som väljs med strömbrytaren SB. För båda lägena finns en resonansvinkelfrekvens, ω_1 när SB är öppen och ω_2 när SB är sluten.

a) Då SB är öppen har vi en enkel serieresonanskrets. Beräkna resonansvinkelfrekvensen ω_1 om R1 = 200 Ω, L = 10*MM mH och C = MM μF, där MM är din födelsemånad. (2 p)

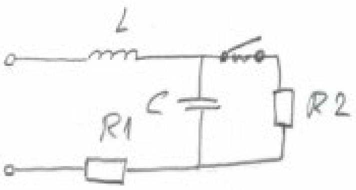
b) Skriv ned uttrycket för kretsens impedans då SB är sluten. Uttrycket ska vara på rektangulär komplex form och vara uttryckt i ω, R1, R2, L och C. (2 p)

c) Då SB är sluten kan vi inte använda formlerna för serieresonansfrekvens eller parallellresonansfrekvens, men det grundläggande villkoret för resonans gäller fortfarande. Skriv uttrycket för resonansvinkelfrekvensen ω_2 uttryckt i R1, R2, L och C. (2 p)



Uppg. 7

RRY135 – Tenta – 20210409



a) $$Z = j\omega L + \frac{1}{j\omega C} + R1 = R1 + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

Reell när $\omega L = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow \omega^2 LC = 1 \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

b) $$Z = j\omega L + \frac{\frac{1}{j\omega C}\cdot R2}{\frac{1}{j\omega C} + R2} + R1 = Z_2 + R1$$

Reell när $Z_2 = j\omega L + \frac{\frac{1}{j\omega C}\cdot R2}{\frac{1}{j\omega C} + R2}$ är reell

$$Z_2 = j\omega L + \frac{R2}{1 + j\omega C R2} = j\omega L + \frac{R2(1 - j\omega C R2)}{(1 + j\omega C R2)(1 - j\omega C R2)} =$$

$$= j\omega L + \frac{R2 - j\omega C (R2)^2}{1 + \omega^2 C^2 R_2^2} = \frac{R2}{1 + \omega^2 C^2 R_2^2} + j\left(\omega L - \frac{\omega C R_2^2}{1 + \omega^2 C^2 R_2^2}\right)$$

c) Reellt när $\omega L - \frac{\omega C R_2^2}{1 + \omega^2 C^2 R_2^2} = 0$

$$\cancel{\omega} L = \frac{\cancel{\omega} C R_2^2}{1 + \omega^2 C^2 R_2^2} \Rightarrow L(1 + \omega^2 C^2 R_2^2) = C R_2^2$$

$$\omega^2 C^2 R_2^2 L = C R_2^2 - L \qquad \omega^2 = \frac{C R_2^2 - L}{C^2 R_2^2 L}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{C R_2^2 - L}{C^2 R_2^2 L}} = \sqrt{\frac{1}{LC}\cdot\frac{C R_2^2 - L}{C R_2^2}} = \frac{1}{\sqrt{LC}}\sqrt{1 - \frac{L}{C R_2^2}}$$

Tabellen nedan ger svaret på 7a) för alla värden på MM.

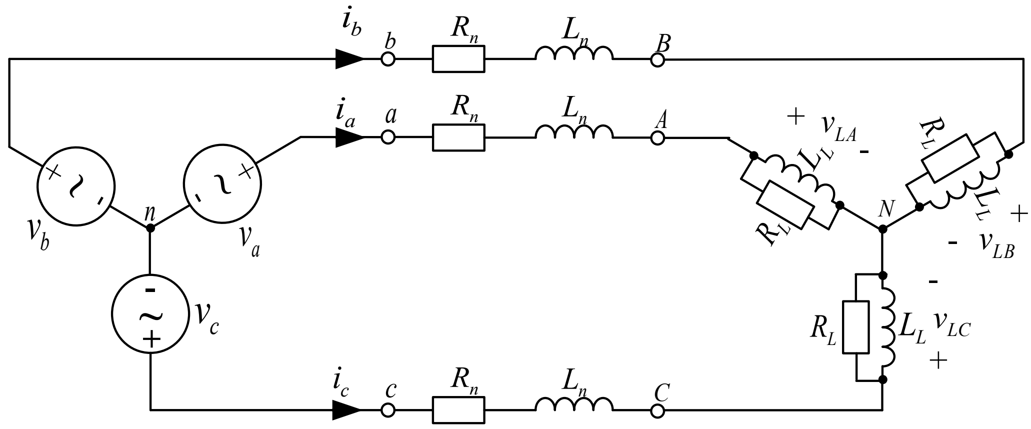
MM	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
L [mH]	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
C [µF]	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ω_1 [rad/s]	10000	5000	3333	2500	2000	1667	1429	1250	1111	1000	909,1	833,3

8. Trefas (7 p)

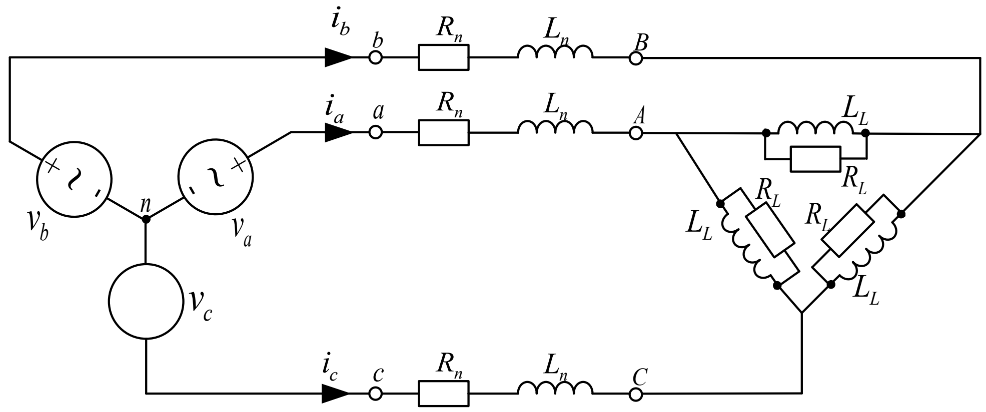
Nedan visas två stycken tre-fas Thévenin ekvivalenta kretsar för elnät med två olika induktiva laster. I båda kretsarna är källans huvudspänning 500 V RMS 50 Hz, nät- och lastimpedanser fås enligt tabellen nedan, där (ÅÅÅÅMMDD) motsvarar tentandens födelsedata:

	R	L
Nät	$\mathbf{R_n}$= 0.2+MM/10 Ω	$\mathbf{L_n}$= 1 mH
Last	$\mathbf{R_L}$= 20 Ω	$\mathbf{L_L}$= 0.2+DD/400 H

Krets A:



Krets B:



a) För både **krets A** och **krets B**, beräkna strömmen genom elnätet. (3 p)

b) För **krets A**, beräkna:
   - i) lastens effektfaktor
   - ii) värdet på den komponent som skulle behöva kopplas in för att lastens totala effektfaktor skall bli 1, samt nämn vilken typ av komponent som behövs och beskriv hur den ska kopplas in. (2 p)

c) För **krets B**, beräkna:
   - i) spänningsfallet över elnätet
   - ii) den aktiva och reaktiva effekten som utvecklas i lasten. (3 p)

a) Lösningsförslag för MM=6 DD=15

Vi behöver bara räkna på en fas för att lasten är balanserad och vi antar att källan också är det. Då är alla faser lika.

Vi börjar med att beräkna fasspänningen:

$$\vec{V}_a = \frac{V_{LL}}{\sqrt{3}}\angle 0° = \frac{500}{\sqrt{3}}\angle 0° = 288{,}68\ \angle 0°\ V$$

Sedan beräknar vi impedanserna

Nät	R_n= 0,2+6/10=**0,8 Ω**	L_n= **1 mH**
Last	R_L= **20 Ω**	L_L= 0,2+15/400= **0,2375 H**

För nätet: $R_n = 0{,}8\ \Omega,\quad L_n = 1\ mH \ \Rightarrow\ Z_n = j\omega L_n = j2\pi 50 \cdot 1 \cdot 10^{-3} = j0{,}314\ \Omega$

För lasten: $R_L = 20\ \Omega,\quad L_L = 237{,}5\ mH \ \Rightarrow\ Z_L = j\omega L_L = j2\pi 50 \cdot 237{,}5 \cdot 10^{-3} = j74{,}61\ \Omega$

<u>För Krets A:</u>

Ekvivalent last-impedans (för Y-koppling):

$$Z_{last,ekv} = \frac{R_L Z_L}{R_L + Z_L} = \frac{j20 \cdot 74{,}61}{20 + j74{,}61} = 18{,}66 + j5{,}00 = 19{,}32\angle 15.01\ \Omega$$

Total lastimpedans; nät + last:

$$Z_{tot,krA} = R_n + Z_n + Z_{last,ekv=} 0{,}8 + j0{,}314 + 18{,}66 + j5{,}00 = 19{,}46 + j5{,}32 = 20{,}17\angle 15{,}28\ \Omega$$

<u>Fasströmmen genom elnätet är:</u>

$$\vec{I}_{a,A} = \frac{\vec{V}_a}{Z_{tot,krA}} = \frac{288{,}68\angle 0°}{20{,}17\angle 15.28} = 13{,}80 - j3{,}77 = 14{,}32\angle -15.28°\ A$$

<u>För Krets B:</u>

Ekvivalent last-impedans (för ekvivalent Y-koppling, från Δ):

$$Z_{last,Yekv} = \frac{Z_{last,ekv}}{3} = 6{,}22 + j1{,}67 = 6{,}44\angle 15.01\ \Omega$$

Total lastimpedans; nät + last:

$$Z_{tot,krB} = R_n + Z_n + Z_{last,Yekv} = 0{,}8 + j0{,}314 + 6{,}22 + j1{,}67 = 7{,}02 + j1{,}98 = 7{,}29\angle 15{,}76\ \Omega$$

<u>Fasströmmen genom elnätet är:</u>

$$\vec{I}_{a,krB} = \frac{\vec{V}_a}{Z_{tot,krB}} = \frac{288{,}68\angle 0°}{7{,}29\angle 15{,}76} = 38{,}09 - j10{,}75 = 39{,}58\angle -15.76°\ A$$

b) för krets A

Lastens effektfaktor:

$PF_{Z_{L,ekv}} = \cos\left(\arctan\left(\frac{X_{Lekv}}{R_{L}ekv}\right)\right) = \cos\left(\arctan\left(\frac{5,0}{18,66}\right)\right) = 0,9659$ eller 96,6%

Alternativt så kan effektfaktorn beräknas enligt:

$PF_{Z_{L,ekv}} = \frac{|Z_{L,ekv}|}{R_L} = \frac{19,32}{20} = 0,9659$ eller 96,6%

För att faskompensera så att lastens effektfaktor blir 1, behöver en kondensator parallell-kopplas till varje RL-parallell-paket. Värdet på kondensatorn skall vara så att kapacitansen producerar lika mycket reaktiv effekt som induktansen konsumerar. Då R och L är parallellkopplade sker detta då kapacitansen impedans är lika stor som last-induktansens impedans.

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{\omega C} = -j|Z_L| \quad \Rightarrow \quad C = \frac{1}{\omega |Z_L|} = \frac{1}{2\pi 50 \cdot 74,61} = 42,66\ \mu\mathrm{F}$$

c) För krets B

Spänningsfallet över elnätet

Först med hjälp av spänningsdelning:

$$\vec{V}_{Aa} = \frac{(R_n + Z_n)\vec{V}_a}{Z_{tot,krB}} = \frac{(0,8 + j0,314)\ 288,68\ \angle 0°}{7,02 + j1,98} = \frac{0.8595\angle 21,44°\ \ 288,68\ \angle 0°}{7,29\angle 15,76} = 33,85 + j3,37$$
$$= 34,02\angle 5,68°$$

Vi skulle även beräkna samma spänning med ohms lag istället:

$$\vec{V}_{Aa} = (R_n + Z_n)\vec{I}_{a,krB} = (0,8 + j0,314)(38,09 - j10,75) = 0.8595\angle 21,44° \cdot 39,58\angle -15.76°$$
$$= 33,85 + j3,37 = 34,02\angle 5,68°$$

Som väntat ger båda sätten samma resultat.

Aktiv och reaktiv effekt som utvecklas i lasten:

$$P_L = 3\,Re\left\{\overrightarrow{V_{an'}}\ \overrightarrow{I^*_{a,krB}}\right\} = 3\left|\vec{I}_{a,krB}\right|^2 Re\{Z_{last,Yekv}\} = 3 \cdot 39,58^2 \cdot 6,22 = 29,23\ \mathrm{kW}$$
$$Q_L = 3\,Im\left\{\overrightarrow{V_{an'}}\ \overrightarrow{I^*_{a,krB}}\right\} = 3\left|\vec{I}_{a,krB}\right|^2 Im\{Z_{last,Yekv}\} = 3 \cdot 39,58^2 \cdot 1,67 = 7,83\ \mathrm{kVAr}$$