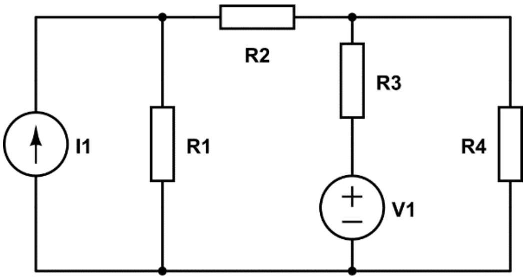
Lösningsförslag till distanstentamen
Tentamen Elektriska Kretsar och Elenergi för Z2 (RRY135).
2021-01-15, 14:00-18:00.
Institutionen för Rymd-, geo- och miljövetenskap.

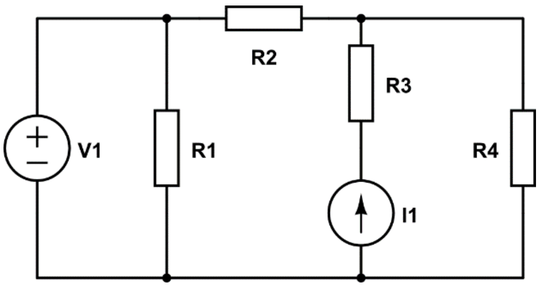
1. Kretsberäkningar (7 p)

a) Beräkna strömmen i_{R4} genom resistor R4 för likströmskretsen nedan.
Sätt R1=50 ohm, R2=50 ohm, R3=100 ohm, I1=0.10 A och V1=10 V.
Sätt R4 = 10*(2+D_2) ohm, där D_2 är sista siffran i ditt födelsedatum ÅÅÅÅMMD_1D_2 (exempel, är du född 2000-02-29 så är D_2=9+2=11 och R4 = 110 ohm) (3 p)



a) Beräkna effekten som avges eller mottas av R4 för kretsen i a). Ange om det är mottagen eller avgiven effekt. (1 p)

b) Byt plats på strömkällan och spänningskällan så att kretsen ser ut som nedan. Beräkna strömmen i_{R4} genom resistor R4. Använd samma värden för resistorerna, spänningskällan och strömkällan som i a). (3 p)

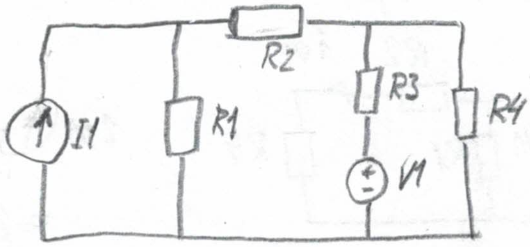


Tenta RRY135

20210115

Uppg. 1

a)



$R1 = R2 = 50\,\Omega$

$R3 = 100\,\Omega$

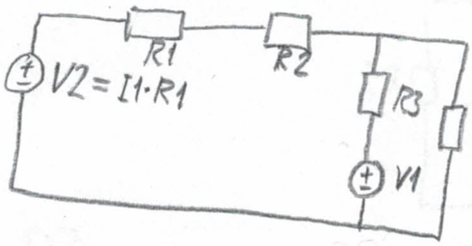
$I1 = 0{,}10\ A$

$V1 = 10\ V$

$R4 = 10 \cdot (2 + D_2) = 10 \cdot (2+1) = 30\,\Omega$

Förenkla kretsen med tvåpolsomvandlingar

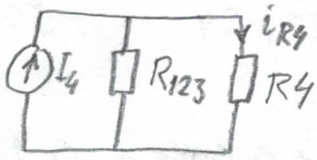
$\Rightarrow$



$\Rightarrow$

$$I2 = \frac{V2}{R12} = \frac{I1 \cdot R1}{R1 + R2} \qquad I3 = \frac{V1}{R3}$$

$\Rightarrow$



$$I4 = I2 + I3 = \frac{I1 \cdot R1}{R1 + R2} + \frac{V1}{R3} =$$

$$= \frac{0{,}1 \cdot 50}{50 + 50} + \frac{10}{100} = \frac{15}{100} = 0{,}15\ A$$

$$R123 = \frac{R_{12} \cdot R_3}{R_{12} + R_3} = \frac{(R1+R2) \cdot R3}{R1 + R2 + R3} = \frac{(50+50) \cdot 100}{50 + 50 + 100} = \frac{100 \cdot 100}{200} = 50$$

Strömdelning

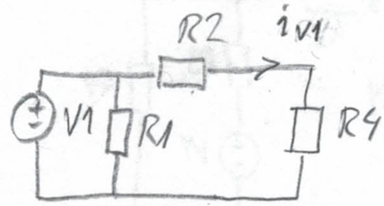
$$i_{R4} = \frac{R123}{R123 + R4} \cdot I_4 = \frac{50}{50 + 30} \cdot 0{,}15 = 0{,}09375\ A$$

b) $P_{R4} = V_{R4}\, i_{R4} = i_{R4}^{\,2} \cdot R4 = 0{,}094^2 \cdot 30 = 0{,}265\ W$ Mottagen effekt

1c) Använd superpositionsprincipen (tvåpolsomv. fungerar ej).

Nollställ I1:

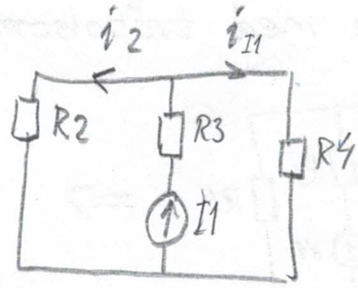
Strömkälla ⇒ Avbrott



$$i_{V1} = \frac{V1}{R2+R4} = \frac{10}{50+30} = 0{,}125 \text{ A}$$

Nollställ V1:

Spänningskälla ⇒ Kortslutning



strömdelning: $i_{I1} = \frac{R2}{R2+R4} \cdot I1 = \frac{50}{50+30} \cdot 0{,}1 = 0{,}0625$ A

$$i_{R4} = i_{V1} + i_{I1} = 0{,}125 + 0{,}0625 = \underline{0{,}1875 \text{ A}}$$

Uppgifterna 1a och 1c kan även lösas med andra metoder, t ex med nodanalys.

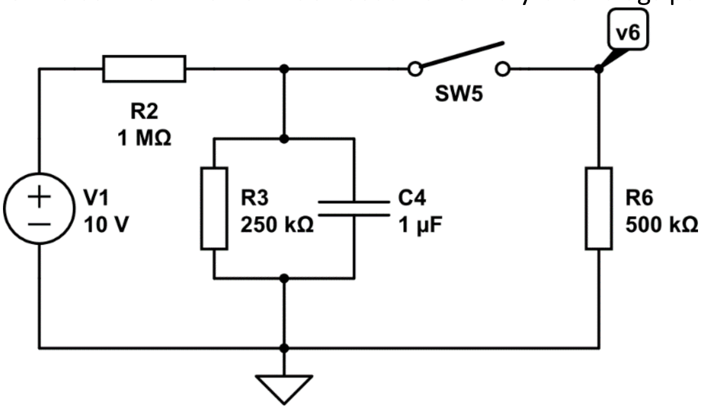
2. Likströmskrets (6 p)

Kretsen nedan har en strömbrytare som från början har varit öppen väldigt länge, vi kan alltså anta stationärt begynnelsetillstånd. Vid tiden t=0 så stängs denna strömbrytare (strömbrytaren ”slås på”).

a) Vad är spänningen över C4 innan strömbrytaren slås på? (1p)

b) Vad är energin lagrad i C4 efter insvängning (alltså då strömbrytaren har varit påslagen såpass länge att vi kan anse att ett nytt stationärtillstånd råder)? (1p)

c) Vad är potentialen v6 som funktion av tiden sedan strömbrytaren slogs på? (4p)



Lösningsförslag:

a) I stationärt tillstånd beter sig kondensatorn som ett avbrott. Detta ger att spänningen över C4 kan fås med spänningsdelning: v4 = V1 * R3 / (R2+R3) = 10 * 250 / (1000+250) = 2 V.

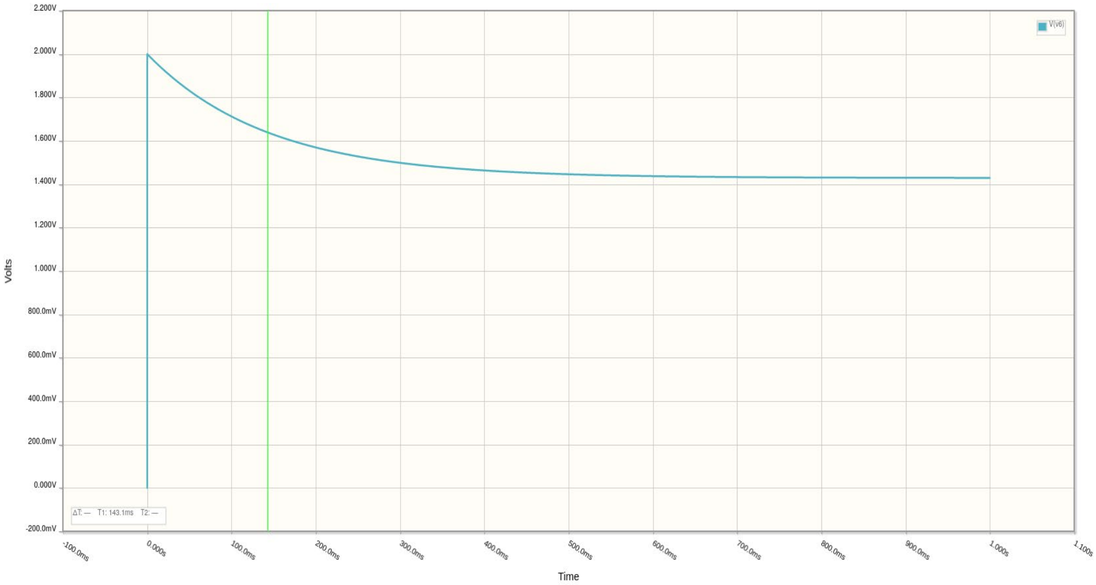
b) Återigen, efter insvängning så beter sig kondensatorn som ett avbrott. R3 och R6 parallellkopplade ger ett ekvivalent motstånd av Rekv = (R3 * R6)/(R3 + R6). Kondensatorn har alltså, genom spänningsdelning, en spänning av V4 = V1 * Rekv / (R2+Rekv) = V1/(R2 * (1/R3 + 1/R6 + 1/R2)) = 10 / 7 = 1.43 V.
Energin lagrad I kondensatorn är en funktion av spänningen: W = 0.5 * C4 * V4^2 = 1,02 mikro-Joule.

c) För kondensatorn gäller förhållandet: i4 = C4 * v4’.
KCL ger: i2 = i3 + i4 + i6 <=> v2/R2 = v3/R3 + C4 * v4’ + v6/R6.
Eftersom 3,5 och 6 delar noder så har de samma spänning, alltså: v2/R2 = v4/R3 + C4 * v4’ + v4/R6.
KVL ger: V1 = v2 + v4 => (V1-v4)/R2 = v4/R3 + C4 * v4’ + v4/R6.
Vi har då differentialekvationen: v4 * (1/R3 + 1/R6 + 1/R2) + C4 * v4’ = V1/R2.
Vi löser som vanligt genom att sätta lösningen till summan av homogenlösningen och partikulärlösningen.
Den homogena differentialekvationen är C4 * v4’ + v4 * (1/R3 + 1/R6 + 1/R2) = 0. Lösningen till den är: v4 = k e^(-t * (1/R3 + 1/R6 + 1/R2) / C4), där k är en okänd konstant.
Partikulärlösningen kan sättas till den stationära lösningen efter att strömbrytaren slagits på. I ett stationärt tillstånd är v4 konstant och alltså: v4 = V1/(R2 * (1/R3 + 1/R6 + 1/R2)). Vi vet från a)-uppgiften att vid tiden t=0 skall v4 = V1 * R3 / (R2+R3), vi har alltså ett begynnelsevärdesvillkor.
Då vi slår ihop partikulärlösning och homogenlösning så kan vi alltså få fram k.
k * e^(0) + V1/(R2 * (1/R3 + 1/R6 + 1/R2)) = V1 * R3 / (R2+R3) <=>
k = V1 * R3 / (R2+R3) - V1/(R2 * (1/R3 + 1/R6 + 1/R2)) = 2 – 10/7 = 0.57 V.
Vi kan dubbelkolla att vår lösning för v4 är rätt då den måste uppfylla differentialekvationen och att den vid t=0 skall vara samma som i det första stationära fallet och när t går mot oändligheten skall vara samma som i det andra stationära fallet.

Sist men inte minst så skall vi minnas att de frågade om spänningen över v6. Så länge som strömbrytaren är på så är v6 samma som v4, alltså :

v6(t) = 0.57 e^(-t * 7) + 1,43.

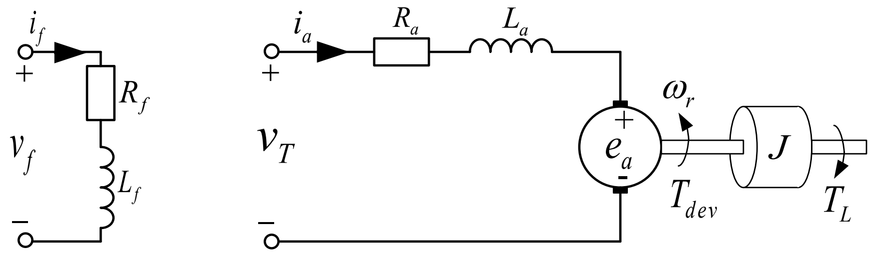
För alla tider då strömbrytaren är avslagen så är spänningen 0.



Figur: Potentialen v6 som funktion av tiden sedan strömbrytaren slogs på

3. Likströmsmaskin (10 p)

En separatmagnetiserad likströmsmaskin enligt figuren nedan har märkdata och parametrar som fås via tentandens födelsedata (ÅÅÅÅMMDD) enligt tabell nedan.



Parameter	Beroende på födelsedata		Parameter	Beroende på födelsedata
Märkdata:				
Märk-ankarspänning, $v_{T,m}$	200 + DD [V]		**Märk-ström, $i_{a,m}$**	10 + MM/10 [A]
Märkvarvtal, n_m	950 + MM [rpm]		**Märk-fältspänning, $v_{f,m}$**	200 + MM [V]
Maskinparametrar:				
R_a	1 + DD/100 [Ω]		**L_a**	0,001 + DD/1000 [H]
J	DD/100 [kg m2]		**b (T_{frict}=bω_r)**	0,01+DD/1000 [Nm s/rad]
R_f	200 + DD [Ω]		**L_f**	0,5+DD/1000 [H]

a) Det sammanlänkade flödet, λ för maskinen är proportionellt mot fältströmmen, i_f, så att $\lambda = k_{i_f} i_f$. Beräkna proportionalitetskonstanten k_{i_f}. (2p)

b) Maskinen skall driva en fläkt med lastmomentet $T_{L,extra} = B_{fläkt} \cdot \omega_r = 0{,}1 \cdot \omega_r$ Nm, och kopplas till en varierbar spänningskälla. Vid en viss ankarspänning roterar maskinen och fläkten vid varvtalet 65 rad/s och arbetar i stationärtillstånd. Beräkna maskinens:

i. ankarspänning
ii. mot-EMK (e_a)
iii. utvecklade mekaniska effekt
iv. inmatade effekt in i ankarkretsen
v. verkningsgrad
vi. tomgångsvarvtal (utan fläkt)

Om inte a) kunde lösas kan du använda k_{if}=1.8 Wb/A (3p)

c) Fläkten kopplas bort och maskinen ansluts istället till en last som har ett konstant lastmoment (lastmomentet är oberoende av varvtalet) som är lika med 80% av märkmomentet. Genom att sänka fältströmmen kan en elmaskin nå högre varvtal, på bekostnad av att det producerade vridmoment då inte kan bli lika högt. Vilket är det högsta varvtal som maskinen kan driva lasten på utan att märkspänning och märkström överskrids?
Om inte a) kunde lösas kan du använda k_{if}=1.8 Wb/A (3p)

d) Beskriv hur man kan gå till väga för att mäta ankar-resistansen och ankar-induktansen för en separatmagnetiserad likströmsmaskin. Beskrivningen skall inkludera relevant kretsschema för mätuppkoppling, parameterdefinitioner och nödvändiga beräkningsformler. (2p)

Lösningsförslag: (Numeriska data är givna för MM=6, DD=15)

a)

Givet: $\lambda = k_{i_f} i_f$ Sökt: k_{i_f}, som beror på utformning, dimensioner och material av likströmsmaskinen.

Vi använder data för likströmsmaskinen då den arbetar i märkdrift och stationärtillstånd:

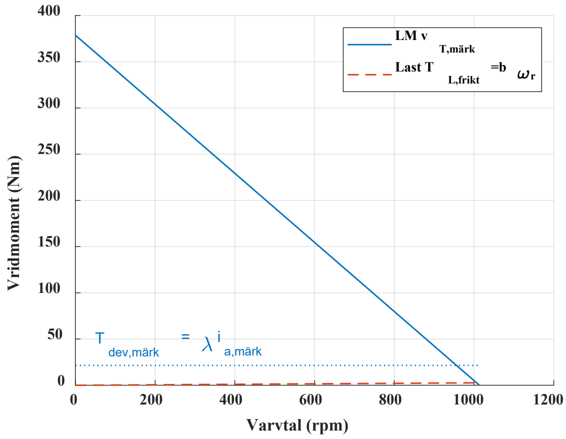
$v_T = R_a i_a + \lambda\omega_r$

Vid märkdrift är följande parametrar numeriskt givna: v_T, R_a, i_a, ω_r

Endast det länkade flödet är okänt, vilket kan beräknas som: $\lambda = \frac{v_T - R_a i_a}{\omega_r} = 2{,}0258\ Wb$

Även märk-fältströmmen kan beräknas vid stationärtillstånd som: $i_f = \frac{v_f}{R_f} = 0{,}9581\ A$

Kvar är då att beräkna $k_{i_f} = \frac{\lambda}{i_f} = 2{,}1143\ Wb/A$



b)

Antag märkfältström: $\lambda = k_{i_f} i_f = 0.9581 * 2.1143 = 2{,}0258\ Wb$ $\qquad \omega_r = 65\ rad/s$

<u>ii. mot-EMK :</u> $e_a = \lambda\omega_r = 131{,}7\ V$

<u>i. ankarspänning:</u>

Eftersom vi kan anta att det råder stationärtillstånd så är det drivande vridmomentet lika stort som det bromsande/lastande, så: $T_{dev} = T_{L,tot} = \left(T_{L,frikt} + T_{L,extra}\right) \Rightarrow \lambda i_a = \left(b + B_{fläkt}\right)\omega_r \Rightarrow$

$$i_a = \frac{\left(b + B_{fläkt}\right)\omega_r}{\lambda} = 4{,}01 A$$

$v_T = R_a i_a + \lambda\omega_r = 136{,}3\ V$

<u>iii. utvecklade mekaniska effekt:</u>

$P_{dev} = T_{dev}\omega_r = \lambda i_a \omega_r = 528{,}1\ W$

<u>iv. inmatade effekt in i ankarkretsen:</u>

$P_{el} = v_T i_a = 546{,}6\ W$

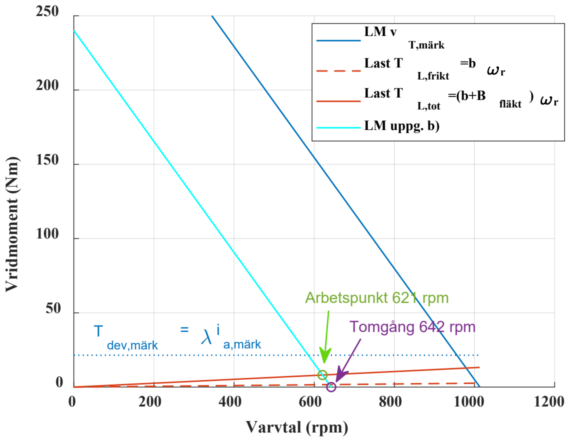
<u>v. verkningsgrad:</u>

$$\eta = \frac{P_{ut}}{P_{in}} = \frac{P_{dev}}{P_{el}} = 0{,}966 \Rightarrow 96{,}6\%$$

<u>vi. tomgångsvarvtal (utan fläkt):</u>

Förenklar genom att försumma friktionsmomentet.

$$n_{r,o} = \omega_{r,o} \cdot \frac{30}{\pi} = \begin{bmatrix} i_a = T_{dev} = 0\ i\ tomgång \\ v_T = \lambda\omega_{r,o} \\ \omega_{r,o} = \frac{v_T}{\lambda} \end{bmatrix} = \frac{v_T}{\lambda} \cdot \frac{30}{\pi} = 642{,}4\ rpm$$



c)

Beräknar först märk-vridmomentet: $T_{dev,märk} = \lambda i_{a,märk} = k_{i_f} i_{f,märk} i_{a,märk} = 21{,}5\ Nm$

Då kan lastens bromsande vridmoment beräknas till: $0{,}8 \cdot T_{dev,märk} = 17{,}2\ Nm$

I stationärtillstånd är $T_{dev} = T_{L,tot} = \left(T_{L,frikt} + T_{L,extra}\right)$, men eftersom $T_{L,frikt} \ll T_{L,extra}$ kan vi förenkla problemet och försumma $T_{L,frikt}$

$$\Rightarrow \lambda i_a = k_{i_f} i_f i_a = T_{L,extra} \Rightarrow \quad i_a = \frac{T_{L,extra}}{k_{i_f} i_f} \quad \begin{matrix} en\ lägre\ i_f \\ ger\ högre\ i_a \end{matrix}$$

så vi söker det minsta värdet på i_f innan i_a blir högre än sitt märk-värde.

$$\Rightarrow i_f \geq i_{f,min} = \frac{T_{L,extra}}{k_{i_f} i_{a,märk}} = 0{,}77\ A$$

Det ger varvtalet $\omega_r = \frac{v_{T,märk} - R_a i_{a,märk}}{k_{i_f}\ i_{f,min}} = 125{,}14\ rad/s \qquad \Rightarrow n_r = 1195\ rpm$

<u>Kontroll om det är det högsta varvtalet vi hittat</u>: vi tittar på hur varvtalet med den givna lasten, märkspänning, varierar med olika värden på det länkade flödet: $\omega_r = f(\lambda)$

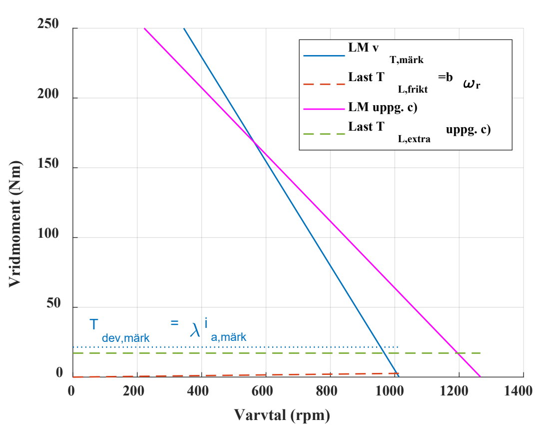
$$\omega_r = \frac{v_{T,märk}}{\lambda} - \frac{R_a i_a}{\lambda} = \left[i_a = \frac{T_{L,extra}}{\lambda} \right] = \frac{v_{T,märk}}{\lambda} - \frac{R_a T_{L,extra}}{\lambda^2} = \begin{bmatrix} ansätt \\ a = \frac{1}{\lambda} \end{bmatrix} = v_{T,märk}\ a - R_a T_{L,extra}\ a^2$$

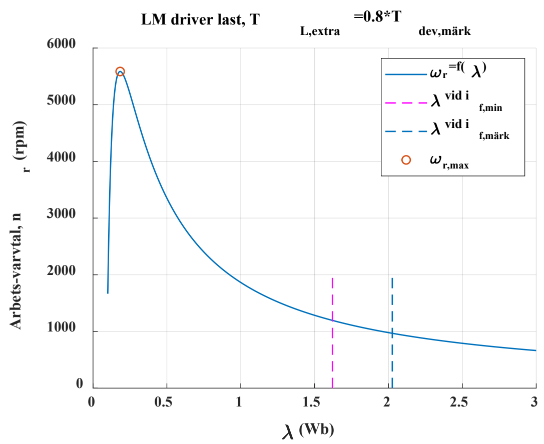
Vi söker en extrempunkt genom att räkna ut a då derivatan är noll:

$$\frac{d\omega_r}{da} = v_{T,märk} - 2\ R_a T_{L,extra}\ a = 0 \quad \Rightarrow a = \frac{v_{T,märk}}{2\ R_a T_{L,extra}} = 5{,}44\ Wb^{-1}$$

Vad är då fältströmmen vid detta läge? $i_f = \frac{\lambda}{k_{i_f}} = \frac{1}{a\ k_{i_f}} = 0{,}087\ A \quad < i_{f,min} \Rightarrow i_a > i_{a,märk}$

Alltså är det högsta möjliga varvtalet som kan nås det som räknades ut ovan, dvs. 1195 rpm





d)

Enligt uppgiftsbeskrivningen: ”Beskrivningen skall inkludera relevant kretsschema för mätuppkoppling, parameterdefinitioner och nödvändiga beräkningsformler”. Lösningsförslaget redovisas ej kretschema för mätuppkoppling eller parameterdefinitioner.

Ankarkretsens resistans och induktans kan mätas som gjordes i laboration 2 i kursen. Då utgår vi från en stillastående motor genom att inte spännings sätta fältkretsen. Om rotorn inte roterar, så induceras ingen spänning.

Om man matar ankarkretsen med en känd likspänning, och inväntar stationärtillstånd, så bidrar inte heller lindningens induktans med något spänningsfall. Om man då mäter likströmmen in i ankarkretsen, i_a, samt likspänningen över den, v_T, så kan man beräkna **ankarresistansen**, $R_a = v_T / i_a$.

För att mäta ankarlindningens induktans, bör ankarkretsen istället matas av en växelspänning med känd och stabil frekvens, så att$v_T = A \sin \omega t$ och $i_a = B \sin \omega t$. Mät växelströmmens och växelspänningens amplituder, $|v_T|\ och\ |i_a|$. Med dessa data kan sedan beloppet på impedansen beräknas som

$|Z| = \frac{|v_T|}{|i_a|} = \frac{A}{B}$ vilket även beror på R_a och $X_L = \omega L_a$ som $|Z| = \sqrt{R_a^2 + X_L^2}$ Lös sedan ut $X_L = \sqrt{|Z| - R_a^2}$

Ankarkretsens induktans kan sedan beräknas som $L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{\sqrt{|Z| - R_a^2}}{2\pi f}$

4. Växelströmskrets (7 p)

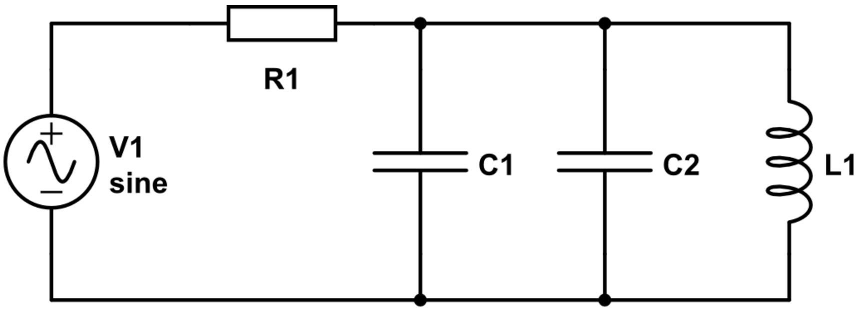
En sinusformad spänningskälla $v(t)=10\cos(\omega t+20°)$ V är kopplad till en krets enligt figur nedan.
Antag att $C2=4\cdot C1$.

a) Beräkna inimpedansen $Z_{in}(\omega)$ som spänningskällan ser. Ta fram ett uttryck för inimpedansen som en funktion av R1, C1, C2, L1 och ω. Ange impedansen på rektangulär komplex form. (2 p)

b) Sätt nu in R1=20 Ω, C1= 500 nF och L1=(2+D_2) mH (D_2 ska vara sista siffran i ditt födelsedatum, på samma sätt som i uppgift 1) och beräkna inimpedansen $Z_{in}(\omega)$ för ω=20 krad/s. Ange $Z_{in}(\omega)$ på polär komplex form med två decimaler. (2 p)

c) Är $Z_{in}(\omega)$ kapacitiv eller induktiv vid denna vinkelfrekvens? (1 p)

d) Beräkna strömmen i(t) genom R1 i tidsplanet. Använd samma komponentvärden och vinkelfrekvens som i b). (2 p)



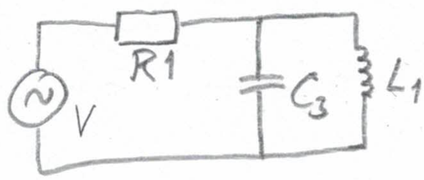
Tenta RRY135 20210115

Uppg. 4

a) Börja med att beräkna impedansen för de två parallellkopplade kondensatorerna. Detta kan göras på två olika sätt.

Alt. 1. $C_1 + C_2 = C_3 \Rightarrow Z_{C_3} = \frac{1}{j\omega C_3} = \frac{1}{j\omega(C_1+C_2)}$

Alt. 2. $Z_{C_3} = \frac{1}{\frac{1}{Z_{C_1}} + \frac{1}{Z_{C_2}}} = \frac{1}{j\omega C_1 + j\omega C_2} = \frac{1}{j\omega(C_1+C_2)}$



$$Z_{in}(\omega) = R_1 + \frac{1}{\frac{1}{Z_{C_3}} + \frac{1}{Z_{L_1}}} = R_1 + \frac{1}{j\omega C_3 + \frac{1}{j\omega L_1}} =$$

$$= R_1 + \frac{j\omega L_1}{1 + j\omega L_1 j\omega C_3} = \underline{R_1 + j\frac{\omega L_1}{1-\omega^2 L_1(C_1+C_2)}}$$

b) $$Z_{in}(20000) = 20 + j\frac{20000 \cdot 0{,}001 \cdot (2+D_2)}{1-(20000)^2 \cdot 0{,}001 \cdot (2+D_2)(5\cdot 10^{-7} + 4.5\cdot 10^{-7})} =$$

$$= \{D_2 = 1\} = 20 + j\frac{60}{1-3} = 20 - j30 =$$

$$= \sqrt{20^2+30^2}\, e^{-j\arctan\frac{30}{20}} = \underline{36{,}06\, e^{-j56{,}3^\circ}} \ \Omega$$

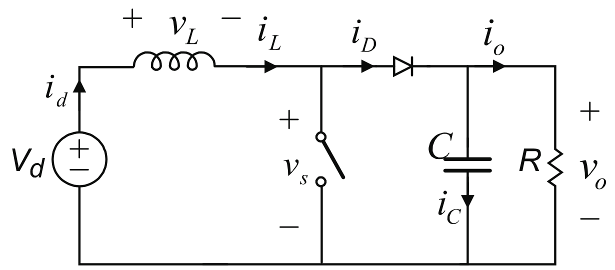
c) $-56{,}3^\circ < 0 \Rightarrow$ <u>$Z_{in}(20000)$ är kapacitiv</u>

d) $$I_{R1} = \frac{V}{Z_{in}(\omega)} = \frac{10\,e^{j20^\circ}}{36{,}06\,e^{-j56{,}3^\circ}} = 0{,}277\,e^{j76{,}3^\circ} \ A$$

$$\underline{i_{R1}(t) = 0{,}277\cos(20000t + 76{,}3^\circ) \ A}$$

5. Kraftelektronik (7 p)

För att skapa en likspänning till en last används Boostomriktaren nedan. Inspänningen varierar mellan $\boldsymbol{v_{d,min}}$ och $\boldsymbol{v_{d,max}}$, medan utspänningen $\boldsymbol{v_o}$ hålls konstant genom att justera dutycyclen D för olika värden på inspänningen. Övriga parametrar fås ur tentandens födelsedata (ÅÅÅÅMMDD) enligt tabellen nedan.



Parameter	Beroende på födelsedata		Parameter	Beroende på födelsedata
$\boldsymbol{v_o}$	48 + DD/10 [V]		**R**	20+MM/10 [ohm]
$\boldsymbol{v_{d,min}}$	5 + MM/10 [V]		**L**	1+DD [μH]
$\boldsymbol{v_{d,max}}$	12 + DD/10 [V]		**C**	1+DD/10 [mF]
			$\mathbf{f_{sw}}$	50+MM [kHz]

a) Härled sambandet mellan in och utspänning som funktion av dutycylen D, samt beräkna nödvändigt intervall på dutycyclen för att hålla utspänningen konstant (enligt tabell), då inspänningen varierar enligt ovan. (2p)

b) Kontrollera om omriktaren arbetar i CCM då inspänningen är som lägst och högst. Med given omriktarkonstruktion, vad skulle man kunna göra för att vara säker på att alltid arbeta i CCM? (2p)

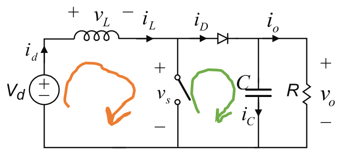
c) Beräkna den högsta nödvändiga termiska resistansen på kylflänsen som ansluts på diodens kapsel, för att diodens chiptemperatur inte skall överstiga 100°C vid en omgivningstemperatur på 40°C samt vid givna parametrar enligt tabellen nedan. (3p)

Parameter	Förklaring	Beroende på födelsedata
$\boldsymbol{v_{D,t}}$	Diodens tröskelspänning	0.7 [V]
$\boldsymbol{R_{on}}$	Diodens ledresistans	0.05 [ohm]
$\boldsymbol{R_{th,jc}}$	Termisk resistans mellan chip (junction) och kapsling (case)	1 + MM/100 [K/W]
$\boldsymbol{R_{th,ch}}$	Termisk resistans mellan kapsling och kylfläns	1 + DD/100 [K/W]
$\boldsymbol{R_{th,ha}}$	Termisk resistans mellan kylfläns och omgivning	?

Lösningsförslag: (Numeriska data är givna för MM=6, DD=15)

a)

Härledningen sambandet mellan in och utspänning som funktion av dutycylen D görs genom att studera medelspänningen över induktansen. Eftersom omvandlaren arbetar i stationärtillstånd måste medelvärdet över en period vara lika med noll. $V_{L,ave} = 0 = \frac{1}{T_s}\int_0^{T_s} v_L(t)dt$



KVL för orange-maska: $-V_d + V_L + V_s = 0 \implies V_L = V_d - V_s$

KVL för grön-maska: $-V_s + V_D + V_o = 0 \implies V_s = V_D + V_o$

När switchen är på/leder: $V_L = V_d$, ty $V_s = 0$ för en ideal switch

När switchen är av/öppen: $V_L = V_d - V_s = V_d - V_o$, ty $V_D = 0$ för en ideal diod

Vi kan nu dela upp integralen i två delar och fastställa sambandet mellan V_d *och* V_o:

$$\frac{1}{T}\int_0^T v_L dt = \frac{1}{T}\int_0^{DT} V_d dt + \frac{1}{T}\int_{DT}^{T} V_d - V_o dt = \frac{1}{T}\left(V_d DT + (V_d - V_o)(T - DT)\right) = V_d + V_o(1-D) = 0$$

$$V_o = \frac{V_d}{1-D} \quad \rightarrow \quad D = \frac{V_o - V_d}{V_o} = 1 - \frac{V_d}{V_o}$$

Nu kan dutycyclen beräknas för $V_{d,min}$ och $V_{d,max}$

$$D_{V_{d,min}} = 1 - \frac{V_{d,min}}{V_o} = 0{,}8869$$

$$D_{V_{d,max}} = 1 - \frac{V_{d,max}}{V_o} = 0{,}7273$$

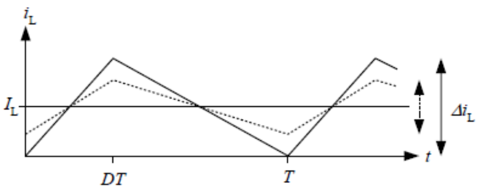
Så dutycyclen varieras mellan ca. 0,72-0,89

b)

Strömmen genom spolen har en triangelform likt figuren nedan, med ström-ripplet Δi_L.

CCM=continous conduction mode innebär att strömmen genom spolen aldrig blir noll: $i_L(t) > 0$.

Omriktaren kommer då att arbeta i CCM så länge som medelvärdet av strömmen genom spolen, I_L är större än halva ström-ripplet : $I_L > \frac{\Delta i_L}{2}$, vilket kan representeras av den prickade grafen i figuren.



För att beräkna medelvärdet på strömmen genom spolen kan vi anta att omvandlaren är ideal vilket gör att den instoppade effekten är lika med den uttagna.

$$P_d = P_o \Rightarrow V_d I_d = [I_d = I_L] = V_d I_L = V_o I_o = V_o \frac{V_o}{R} \rightarrow I_L = \frac{V_o^2}{R\,V_d}$$

Sambandet mellan ström och spänning för en ideal spole är $v_L(t) = L\frac{di_L(t)}{dt}$ Eftersom spänningen över spolen är konstant positiv respektive negativ, så är strömderivatorna också det. Då kan vi skriva om sambandet $v_L = L\frac{\Delta i_L}{\Delta t}$ som $\Delta i_L = \frac{v_L \Delta t}{L}$. Nu kan vi välja mellan de två tidsintervallen då switchen är öppen eller när den är stängd. Vi väljer här att titta på tiden då switchen är stängd och alltså leder.

Från a) vet vi att då är $v_L = V_d$ och $\Delta t = DT = \frac{D}{f_{sw}}$. Det ger att $\Delta i_L = \frac{V_d\,DT}{L} = \frac{V_d\,D}{L\,f_{sw}}$

NU kan vi jämföra värdena för spolens medelström och dess rippel.

När inspänningen är som <u>lägst</u> blir:

spolens medelström: $I_L = \frac{V_o^2}{R\, V_{d,min}} 21{,}24\ A$ spolens halva strömrippel: $\frac{\Delta i_L}{2} = \frac{V_{d,min}\, D}{2\, L\, f_{sw}} = 2{,}77\ A$

När inspänningen är som <u>högst</u> blir:

spolens medelström: $I_L = \frac{V_o^2}{R\, V_{d,max}} = 8{,}81\ A$ spolens halva strömrippel: $\frac{\Delta i_L}{2} = \frac{V_d\, D}{2\, L\, f_{sw}} = 5{,}48\ A$

Med de givna kretsparametrarna är spolens medelström högre än halva ripplet inom det givna variationsintervallet för inspänningen. Omriktaren kommer alltså alltid att arbeta i CCM.

Med given omriktarkonstruktion, vad skulle man kunna göra för att vara säker på att alltid arbeta i CCM?

Given omriktarkonstruktion innebär att vi inte byter komponenter. Kvar att påverka då är antingen lastresistansen, *R*, eller switchfrekvensen f_{sw}.

Enligt uttrycken ovan kan man se att en **lägre lastresistans ger en högre medelström** genom spolen. Samtidigt är det inte säkert att det går att påverka lastens resistans, om man inte byter last, vilket man kanske inte vill.

Man kan även se ovan att en **högre switchfrekvens ger lägre ström-rippel**. Switchfrekvensens högsta värde är ofta definierad i transistorns datablad. Samtidigt bör tänka på är att högre switchfrekvens ger högre switch-förluster, samt kan ge upphov till övertoner och elektromagnetiska störningar.

Det går att räkna ut lämpliga värden för både R och f_{sw} så att ens omriktare alltid arbetar i CCM, med liknande resonemang som i ovan beräkning.

c)

Diodens ledförluster: $P_{loss,Don} = R_{on} \cdot i_{D,rms}{}^2 + V_{D,t} i_{D,ave}$. Där $V_{D,t}$=0,7 V och R_{on} = 0,05 ohm.

Dioden leder när switchen är öppen annars är diodens ström noll. Medelvärdet av diodströmmen $i_{D,ave}$ är samma som utströmmen I_o, vilken kan antas vara konstant eftersom C är stor. I_o= V_o/R = 2,4 A

Vi förenklar och antar att när dioden leder är strömmen genom den konstant. Då kan vi beräkna diod-strömmen när dioden leder via:

$$i_{D,ave} = \underbrace{\frac{1}{T}\int_0^{DT} i_{D,off}(t)\, dt}_{=0} + \frac{1}{T}\int_{DT}^{T} i_{D,on}(t)\, dt = \frac{1}{T} i_{D,on} T - \frac{1}{T} i_{D,on}(DT) = i_{D,on}(1-D) \rightarrow$$

$i_{D,on} = \frac{i_{D,ave}}{(1-D)}$ vid $V_{d,min}$: $i_{D,on} = 21{,}24\ A$ vid $V_{d,max}$: $i_{D,on} = 8{,}81\ A$

Vilket ger RMS strömmen:

$$i_{D,rms} = \sqrt{\underbrace{\frac{1}{T}\int_0^{DT} i_{D,off}^2\, dt}_{=0} + \frac{1}{T}\int_{DT}^{T} i_{D,on}^2\, dt} = \sqrt{0 + \frac{1}{T}\left(i_{D,on}^2(T-DT)\right)} = \sqrt{i_{D,on}^2(1-D)}$$

Vid $V_{d,min}$: $i_{D,rms} = 7{,}14$ A vid $V_{d,max}$: $i_{D,rms} = 4{,}60\ A$

Diodens ledförluster vid $V_{d,min}$: $P_{loss,Don} = 4{,}23\ W$ vid $V_{d,max}$: $P_{loss,Don} = 2{,}74\ W$

Värmeförlusten i dioden är alltså högst då inspänningen är som lägst.

För termiska kretsar kan man använda Fourier's lag $P_{värme} = \frac{T_2 - T_1}{R_{th}}$ där $T_2 > T_1$

I detta fall där man kan anta att förlustvärmen från dioden går raka vägen genom kapslingen och kylflänsen till omgivningen. Det ger: $P_{loss,D,on} = \frac{T_j - T_a}{R_{th,jc} + R_{th,ch} + R_{th,ha}}$

Från det kan vi lösa ut $R_{th,ha} = \frac{T_j - T_a}{P_{loss,D,on}} - (R_{th,jc} + R_{th,ch}) = \frac{100-40}{P_{loss,D,on}} - (R_{th,jc} + R_{th,ch})$

vid $V_{d,min}$: $R_{th,ha} = 12{,}05$ K/W vid $V_{d,max}$: $R_{th,ha} = 19{,}77$ K/W

Då inspänningen är som lägst och dioden har sin högsta värmeförlust, krävs alltså ett lägre värde på $R_{th,ha}$. Om vi nu testar båda värdena på $R_{th,ha}$ fast med omvänd inspänning får vi chip-temperaturerna:

vid $V_{d,min}$ och största $R_{th,ha}$: $T_j = T_a + P_{loss,D,on}\left(R_{th,jc} + R_{th,ch} + R_{th,ha}\right) = 137\ ^oC$

vid $V_{d,max}$ och minsta $R_{th,ha}$: $T_j = 81\ ^oC$

Alltså är högsta nödvändiga termiska resistansen på kylflänsen som ansluts på diodens kapsel, för att diodens chiptemperatur inte skall överstiga 100°C vid en omgivningstemperatur på 40°C, **12,05 K/W**

6. Operationsförstärkare (6 p)

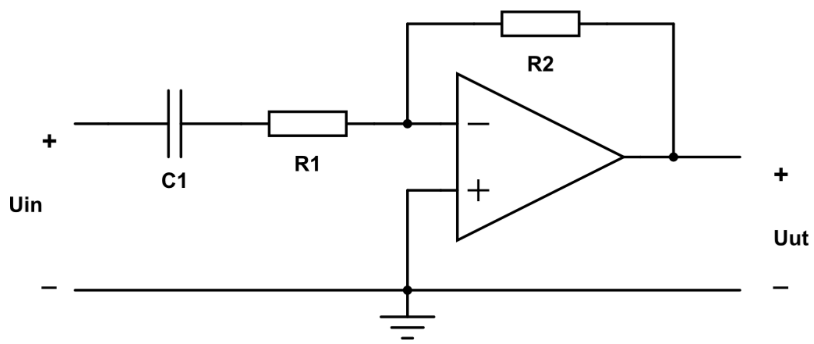
a) Bestäm överföringsfunktionen för filtret nedan på formen $H(\omega) = K \cdot \frac{j\frac{\omega}{\omega_1}}{1+j\frac{\omega}{\omega_1}}$

OP-förstärkaren får antas vara ideal. Överföringsfunktionen ska uttryckas med C1, R1, R2 och ω. (3 p)

b) Bestäm brytfrekvensen ω_1 om C1=200 nF, R1= (2+D_2) kΩ och R2= 200 kΩ där D_2 är sista siffran i ditt personnummer (enligt exempel i uppgift 1). (1 p)

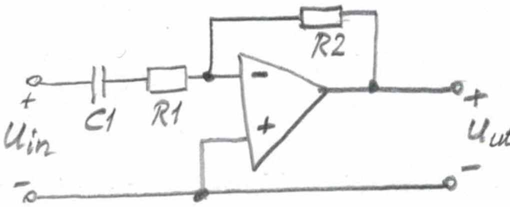
c) Vi har antagit att OP-förstärkaren är ideal. Ett av kriterierna för en ideal OP-förstärkare är att den har ”oändlig bandbredd”. Vad innebär det? (1 p)

d) Om vi inte har en återkoppling av utsignalen till ingången kommer vi nästan alltid att få en utsignal som är ”bottnad”, dvs den följer inte insignalen utan klipper signalen vid en viss amplitud. Förklara varför detta sker. (1 p)



Tenta RRY135 20210115

6. Ideal OP: $V_- = V_+ = 0\,V$



a) Nodanalys vid minusingången

$$\frac{0 - u_{in}}{R1 + \frac{1}{j\omega C1}} + \frac{0 - u_{ut}}{R_2} = 0$$

$$\frac{u_{in}}{R1 + \frac{1}{j\omega C1}} = \frac{-u_{ut}}{R_2} \Rightarrow \frac{u_{ut}}{u_{in}} = \frac{-R_2}{R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}} = \frac{-R_2 \cdot j\omega C_1}{1 + j\omega C_1 R_1} =$$

$$H(\omega) = \frac{u_{ut}}{u_{in}} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{j\omega C_1 R_1}{1 + j\omega C_1 R_1}$$

b) $$\omega_1 = \frac{1}{C_1 R_1} = \frac{1}{C_1 \cdot (2 + D_2) \cdot 1000} \quad D_2 = 1 \Rightarrow \omega_1 = \frac{1}{3000 C_1} = \frac{1}{3 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-7}} =$$

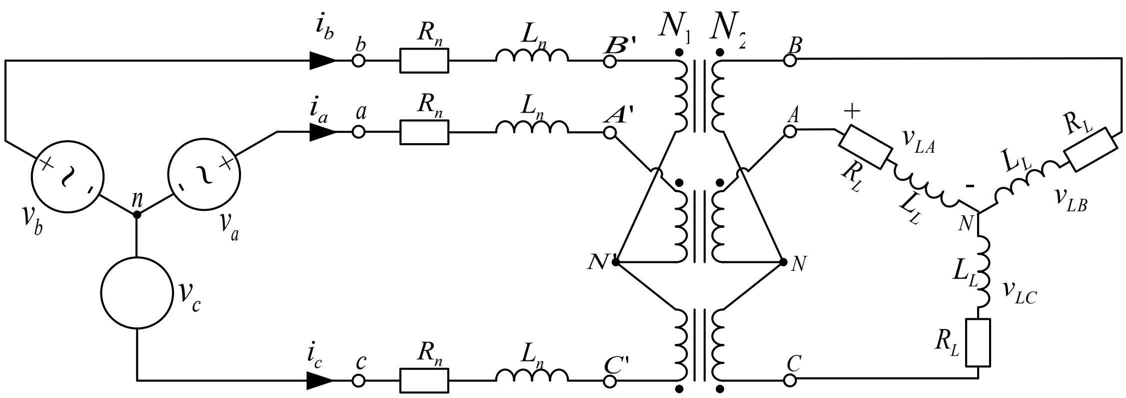
$$= 1667 \text{ rad/s}$$

c) Att OP-förstärkaren har oändlig bandbredd betyder att förstärkningen är samma för alla frekvenser. Insignalens frekvens påverkar inte OPns funktion.

d) En OP-förstärkare har en mycket stor förstärkning vilket betyder att även en mycket liten insignal borde ge en mycket stor utsignal, men utsignalen kan inte bli större än matningsspänningen. De flesta insignaler kommer därför ge en "bottnad" utsignal som är den samma som matningsspänningen.

7. Trefas (7 p)

Ett elnätsbolag vill ha hjälp av dig att faskompensera en induktiv tre-fas last som är ansluten till deras 10 kV nät enligt figuren nedan. I figuren nedan visas tre Thévenin ekvivalenta kretsar, en för varje fas, av elnätet i anslutningspunkten för lasten. Transformatorerna kan antas vara ideala med omsättningstal $n = N_1/N_2 = 10/0.4$. Nätspänningen är 10 kV RMS huvudspänning 50 Hz, nät- och lastimpedansen fås ur tentandens födelsedata (ÅÅÅÅMMDD) enligt tabellen nedan.



	R	L
Nät	R_n= 30 + DD [Ω]	L_n= 0.2+DD/100 [H]
Last	R_L= 10 +MM/2 [Ω]	L_L= 0.01 + MM/500 [H]

a) Beräkna
- fasströmmen från källan
- den aktiva och reaktiva effekten som utvecklas i lasten
- spänningen över lasten
- lastens effektfaktor (utan faskompensering) (4p)

b) Faskompensera nu lasten så att $cos\varphi$ för lasten blir 1 och beräkna värdet på den komponent du använder för faskompenseringen. (2p)

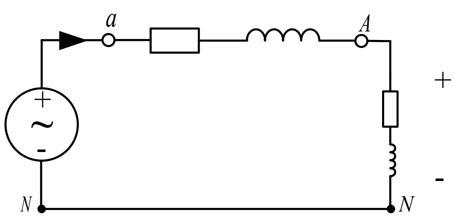
c) Vid överföring av energi, varför är det viktigt att lasten har hög effektfaktor? (1p)

Lösningsförslag: (Numeriska värden gäller här för MM=6 och DD=15.)

a)

Eftersom lasten och nätet är balanserade och vi antar att källan också är det, räcker det med att vi räknar på en fas. Sedan kan man antingen transformera källa och nätimpedans till transformatorns sekundärsida, eller transformera lastimpedansen till transformatorns primärsida.

I detta lösningsförslag väljs att källa och nätimpedans transformeras till transformatorns sekundärsida. Den ekvivalenta Thevinen-kretsen ser då ut enligt nedan.



Börjar med att beräkna last impedansen

$R_L = 13\ \Omega, \quad L_L = 22\ mH \ \Rightarrow \ Z_L = R_L + j\omega L_L = 13 + j2\pi 50 \cdot 22 \cdot 10^{-3} = 13 + j6{,}91\ \Omega$

Transformerar sedan över nät impedansen till sekundärsidan

$$R'_n = \frac{R_n}{n^2} = \frac{45}{\left(\frac{10}{0.4}\right)^2} = 72\ m\Omega, \quad L'_n = \frac{L_n}{n^2} = \frac{0.35}{\left(\frac{10}{0.4}\right)^2} = 0{,}56\ mH \ \Rightarrow$$

$$Z'_n = R'_n + j\omega L'_n = 72\ m\Omega + j2\pi 50 \cdot 0{,}56\ mH = 0{,}072 + j0.176\ \Omega$$

Transformerar över nätspänningen $\vec{V}'_a = \frac{V_{LL}}{n\sqrt{3}}\angle 0^\circ = 230{,}94\angle 0^\circ\ V.$ Vi väljer att använda denna som riktfas, dvs. vi ansätter dess fasvinkel till noll grader. Resterande signaler blir då relaterade till denna.

Nu kan vi beräkna fasströmmen:

$$\vec{I}'_a = \frac{\vec{V}'_a}{Z'_n + Z_L} = \frac{231\angle 0^\circ}{0{,}072 + j0.176 + 13 + j6{,}91} = \frac{231\angle 0^\circ}{13{,}07 + j7{,}08} = \frac{231\angle 0^\circ}{14{,}87\angle 28{,}47^o} = 15{,}53\angle - 28.47^\circ\ A$$

<u>Fasströmmen från källan</u> blir då: $\vec{I}_a = \frac{\vec{I}'_a}{n} = \frac{15{,}53}{n}\angle - 28.47^\circ\ A = 0{,}62\angle - 28.47^\circ\ A$

<u>Spänningsfallet över lasten:</u>

$$\vec{V}'_{L,a} = \vec{I}'_a Z_L = 15{,}53\angle - 28.47^\circ * 14{,}72\angle - 28.00^o = 228{,}66\angle - 0.47^\circ\ V$$

<u>Aktiv och reaktiv effekt som utvecklas i lasten:</u>

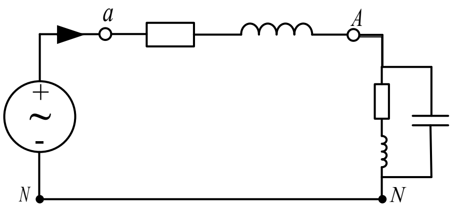
$$P_L = 3\,Re\{\vec{V}'_{L,a}\vec{I}'^{\,*}_a\} = 3\,Re\{228{,}66\angle - 0.47^\circ \cdot 15{,}53\angle 28.47^\circ\} = 9{,}4\ \text{kW}$$
$$Q_L = 3\,Im\{\vec{V}'_{L,a}\vec{I}'^{\,*}_a\} = 3\,Im\{228{,}66\angle - 0.47^\circ \cdot 15{,}53\angle 28.47^\circ\} = 5{,}0\ \text{kVAr}$$

<u>Lastens effektfaktor:</u>

$$PF_L = \cos\left(\arctan\left(\frac{Q_L}{P_L}\right)\right) = \cos\left(\arctan\left(\frac{X_L}{R_L}\right)\right) = 0{,}883$$

b)

För att faskompensera den induktiva lasten kopplar vi en kondensator (en per fas) parallellt med lasten enligt figuren nedan.



Den reaktiva effekten som lasten drar skall nu produceras av kondensatorn.

Den reaktiva effekten som lasten drar:

$Q_L = Q_C = 5{,}0\ kVAr$, detta vid en lastspänning på $228{,}66\angle - 0.47^\circ\ V$

Den skenbara effekten från kondensatorn

$$S_C = P_C + jQ_C = 3U_{Last}I_C^* = [I_C = j\omega C U_{Last}] = -j3\omega C|U_{Last}|^2$$
$$0 = Q_L + Q_C = Q_L - 3\omega C|U_{Last}|^2 \ \Rightarrow C = \frac{Q_L}{3\omega|U_{Last}|^2} = \frac{5001{,}3}{3 \cdot 2\pi 50 \cdot 228{,}66^2} = 0.10\ mF$$

c)

Genom att öka lastens effektfaktor kan vi minska den reaktiva effekten som överförs i elnätet, vilket innebär att strömmen i ledningarna minskar och därmed även effektförlusterna i elsystemet.