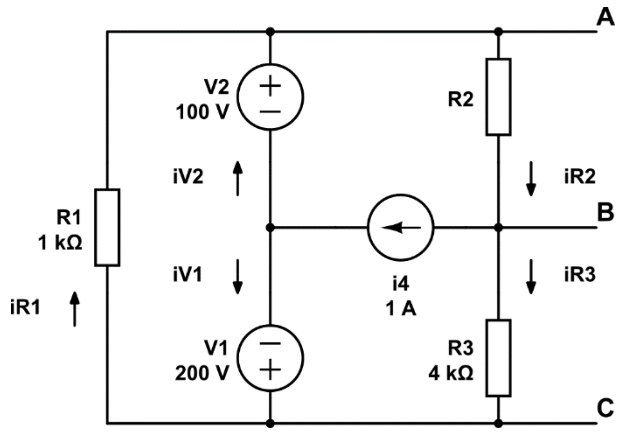
Lösningsförslag till distanstentamen
Elektriska Kretsar och Elenergi för Z2 (RRY135)
2020-05-02, 14:00-18:00
Institutionen för Rymd-, geo- och miljövetenskap

****

1. Kretsberäkningar för likspänningskrets.
   Sätt värdet på R2 lika med din födelsemånad i kΩ (tex om du är född i november är R2 = 11 kΩ).



a) Beräkna strömmarna iR1, iR2 och iR3 genom de tre resistorerna. (3p)
b) Beräkna strömmarna iV1 och iV2 genom spänningskällorna. (2p)
c) Beräkna effekten i R2 och ange om det är avgiven eller mottagen effekt. (2p)
d) Beräkna spänningen v4 över strömkällan. (1 p)

Lösningsförslag uppgift 1 med R2 = 6 kΩ

a) Kretsen består av tre maskor. Maskströmmarna kommer i detta fall att vara de samma som iR1, iR2 och iR3. När vi har en strömkälla som delas av två maskor kan vi använda en supermaska ("supermesh") genom att kombinera de två maskorna.
   Använd KVL:
   $R1 \cdot iR1 + V2 - V1 = 0$
   $R2 \cdot iR2 + R3 \cdot iR3 + V1 - V2 = 0$
   För strömkällan gäller $i4 = iR2 - iR3 = 1$ A => $iR3 = iR2 - 1$
   $R2 \cdot iR2 + R3 \cdot (iR2 - 1) + V1 - V2 = 0$

$iR2(R2 + R3) = R3 \cdot 1 - V1 + V2$

$iR2(6000 + 4000) = 4000 - 200 + 100$

$iR1 = (V1 - V2)/R1 = 0{,}1$ A

$iR2 = 0{,}39$ A

$iR3 = -0{,}61$ A

b) $iV1 = iR1 - iR3 = 0{,}71$ A

$iV2 = -iR1 + iR2 = 0{,}29$ A

c) $P = iR2^2 \cdot R2 = 913$ W mottagen effekt

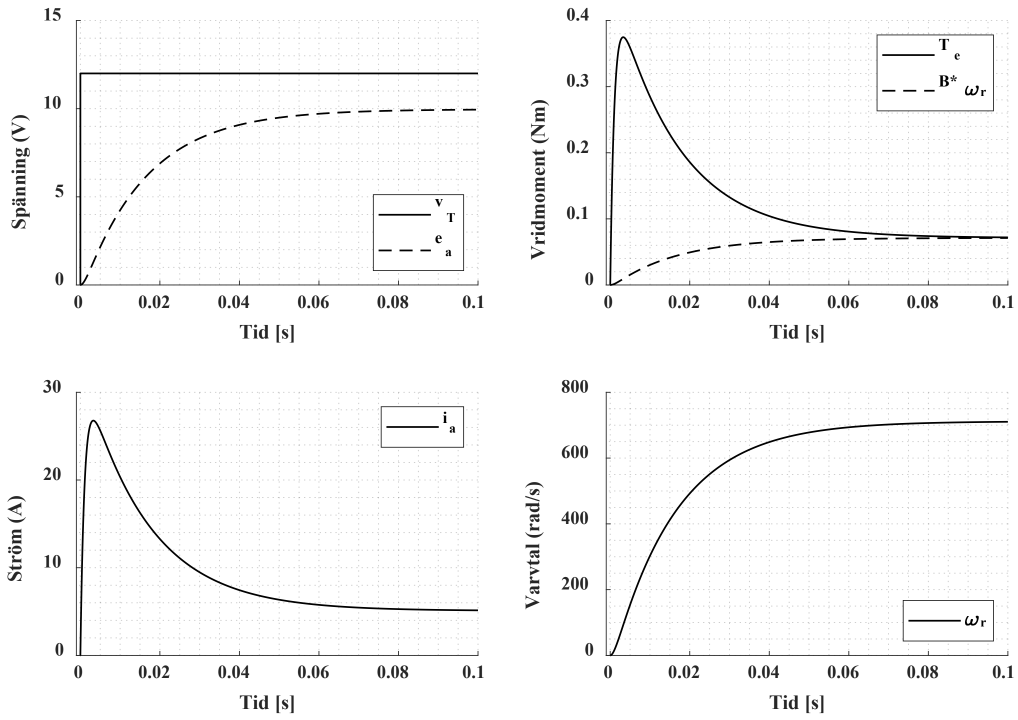
d) $200 - v4 + iR3 \cdot R3 = 0$

$v4 = 200 + (-0{,}61) \cdot 4000 = -2240$ V

Svar för alla värden på R2 finns i följande tabell:

R2	**1000**	**2000**	**3000**	**4000**	**5000**	**6000**	**7000**	**8000**	**9000**	**10000**	**11000**	**12000**
iR1 [A]	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
iR2 [A]	0,780	0,650	0,557	0,488	0,433	0,390	0,355	0,325	0,300	0,279	0,260	0,244
iR3 [A]	-0,220	-0,350	-0,443	-0,513	-0,567	-0,610	-0,645	-0,675	-0,700	-0,721	-0,740	-0,756
iV1 [A]	0,320	0,450	0,543	0,613	0,667	0,710	0,745	0,775	0,800	0,821	0,840	0,856
iV2 [A]	0,680	0,550	0,457	0,388	0,333	0,290	0,255	0,225	0,200	0,179	0,160	0,144
P [W]	608,4	845,0	931,2	950,6	938,9	912,6	879,9	845,0	810,0	776,0	743,6	713,0
v4 [V]	-680,0	-1200,0	-1571,4	-1850,0	-2066,7	-2240,0	-2381,8	-2500,0	-2600,0	-2685,7	-2760,0	-2825,0

2. I figuren nedan visas en direktstart av en permanentmagnetiserad likströmsmaskin, dvs. vid tiden 0 s ansluts maskinen till en konstant spänning av 12 V.



a)

Visa hur man med hjälp av graferna kan estimera maskinens ankarresistans, $\boldsymbol{R_a}$, ankarinduktans $\boldsymbol{L_a}$, länkade flödeskonstant $\boldsymbol{\lambda}$, lastens proportionalitetskonstant gentemot varvtalet $\boldsymbol{b}$ (för $T_L=b\omega$), och maskinens tröghetsmassa $\boldsymbol{J}$, samt beräkna dess värden. Kommentera även om varje parameter kan misstänkas ha över- eller under-estimerats och motivera ditt svar. (5p)

b)

Förklara varför strömmen och varvtalet ser ut som de gör i figuren ovan över direktstarten. Med andra ord, förklara steg-för-steg hur maskinen fungerar under uppstarten. Förklara även hur strömmen och varvtalet skulle påverkas om lastmomentet skulle minskas något efter 0.1s. (4p)

c)

Din kompis har en batterielektrisk två-hjuling som drivs av en separatmagnetiserad likströmsmaskin via en fyrkvadrant-dc/dc-omriktare. En solig vindstilla vårmorgon lånar du fordonet och kör på en slingrig landsväg. I en lång brant nedförsbacke med konstant lutning, bromsar du för att hålla hastigheten 45 km/h vid hela nedfarten. Då producerar maskinen ett vridmoment på 5,3 Nm och roterar med 2700 rpm. Estimera maskinens ledningsförluster och verkningsgrad ($\eta = \frac{P_{ut}}{P_{in}}$) i detta driftläge.

Maskinens parametrar fås via tentandens födelsedata (ÅÅÅMMDD) enligt tabell nedan, förutom J= 0.017 kgm^2.
(2p)

Parameter	**Beroende på födelsedata**		**Parameter**	**Beroende på födelsedata**
$\mathbf{R_a}$	DD/1500+0.15 Ω		$\mathbf{L_a}$	$MM\cdot 10^{-5}+8\cdot 10^{-4}$ H
I_f ($\lambda=k_f*I_f$, $k_f=1$)	DD/1500 + 0.18 A		**b** ($T_{frict}=b\omega$)	$MM\cdot 10^{-4}$ Nm s/rad

Lösningsförslag uppgift 2:

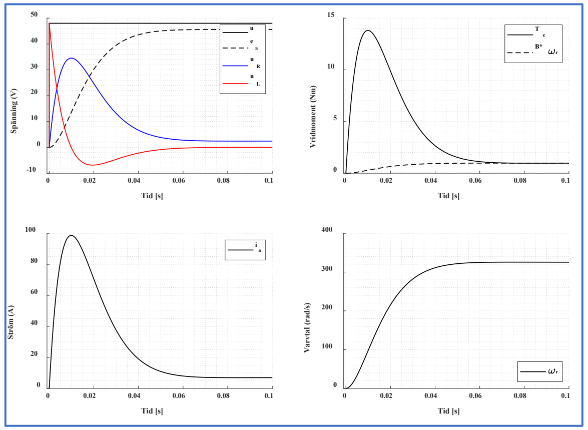
2a)

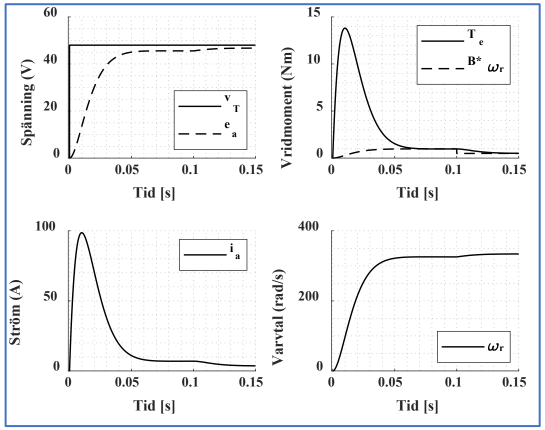
	Grafer AA – 12 V
R_a	Korrekt Ra=0.4 Ω
	<u>Vid ström-toppen</u> - utan hänsyn till e_a => $V_R \approx V_T$ <u>Bör ge:</u> överestimering ty V_R är egentligen lägre pga e_a
	V_R=V_T = 12 V, i_a = 26.5 A Ra = 12/26.5 = 0.45 Ω
	<u>Vid ström-toppen</u> – med kompensation för e_a => $V_R \approx V_T - e_a$ <u>Bör ge:</u> ganska bra estimering
	e_a=1.5 V, i_a=26.5 A Ra=(12-1.5)/26.5=0.4 Ω
	<u>I stationärtillståndet:</u> V_L=0 => V_R=V_T-e_a <u>Bör ge:</u> ganska bra estimering
	e_a=10 V, I_a= 5.2 A R_a=(12-10)/5.2=0.39 Ω
L_a	Korrekt L_a =0.4 mH
	$v_L = L\frac{di_L}{dt} \Rightarrow L = \frac{v_L}{{di_L}/{dt}} \approx \frac{v_T}{{di_L}/{dt}}$ Induktansen kan estimeras under den kraftiga strömökningen i början. <u>Bör ge:</u> överestimering i samtliga fall. Ju längre tidsförlopp som studeras desto större överestimering, eftersom även V_R och e_a tar spänningen från L_a, vilket även gör di/dt ickelinjär med avtagande derivata. Vid strömpeaken är ju v_L=0 ty di_a/dt=0
	$L \approx \frac{12}{{20}/{0.00125}} = 0.75\ mH$ $L \approx \frac{\frac{12}{2}}{{26.5}/{0.0025}} = 0.56\ mH$
λ:	Korrekt ***λ*** =0.014 Wb
	λ kan estimeras i stationärtillståndet, via Te= $\lambda\ i_a$ *eller* $e_a=\lambda w$ <u>Bör ge:</u> bra estimering, inga andra faktorer än avläsning av graferna kan vara källa till fel
	$\lambda=T_e/i_a=0.072/5.2=0.014\ Wb$ $\lambda=e_a/w=10/710=0.0141\ Wb$
b	Korrekt b=10^{-4} Nms/rad
	b kan estimeras vid stationärtillståndet då T_L = b ω => b= T_L/ω <u>Bör ge:</u> bra estimering, inga andra faktorer än avläsning av graferna kan vara källa till fel
	b=T_e/ω=0.072/710 = 1*10^{-4} Nms/rad
J	Korrekt J = 10^{-5} kgm2
	J dω / dt = T_e – T_L Använd accelerationsförloppet i början fram till högsta värdet på T_e, då är T_e >> T_L => J= T_e/ (dω/dt) Antag att medelvärdet av vridmomentet under denna tid är halva toppvärdet. <u>Bör ge:</u> något underskattat värde, eftersom T_e stiger snabbare än linjärt under denna tid.
	dt = 0.0025 s J= 0.375/2 / (90 /0.003) = 6*10^{-6} kgm2

2b)

Se figuren nedan där spänningarna över resistansen och induktansen också är inritade. För att förklara strömkurvformen behöver man titta på spänningen över induktansen och för att förklara varvtalet behöver man studera skillnaden mellan det utvecklade momentet och lastmomentet. (Här söks förklaring till det dynamiska förloppet)

(Här räcker beskrivning till de nya stationärvärdena) Om lastmomentet skulle minska så krävs en lägre ankarström för att ge ett motsvarande lägre drivande moment. Med en lägre ankarström så blir spänningsfallet över ankarresistansen lägre och därmed måste mot-emkn bli högre, vilket medför ett högre varvtal.





2c)

Maskinen bromsar under körning i nedförsbacken, med vridmomentet $T_{broms} = T_{dev} + T_{frikt}$

$T_{dev} = \ -5.3\ Nm$

$T_{frikt} = b\omega$

$\omega = n\,\dfrac{\pi}{30} = 2700 * \dfrac{\pi}{30} = 282.7\ \ rad/s$

$\lambda = k_f I_f = [k_f = 1] = I_f =$ … A $\qquad \Longrightarrow \lambda \approx\ 0{,}19\ A$

$T_e = \lambda i_a \quad \Longrightarrow \quad i_a = \dfrac{T_e}{\lambda} = -\cdots\ \ A\,, \quad i_a < 0\ A \qquad \Longrightarrow i_a \approx .29\ A$

$e_a = \lambda\omega$

$V_T = R_a i_a + e_a = \cdots\ \ V$ under inbromsning är $e_a > V_T$ $\qquad \Longrightarrow V_T \approx\ 48\ V$

$P_{cu} = R_a i_a^2 = \cdots\ \ W \qquad \Longrightarrow P_{cu} \approx 127\ W$

$P_{in} = P_{mek} = \omega T_{broms} = \cdots\ \ \ W \qquad \Longrightarrow P_{in} \approx\ -1530{,}5\ W$

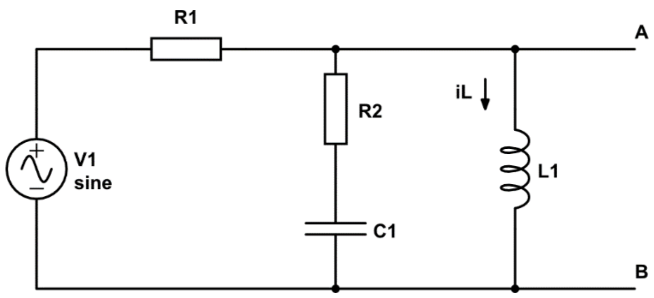
$P_{ut} = P_{el} = V_T i_a = \cdots\ \ W \qquad \Longrightarrow P_{ut} \approx\ -1370\ W$

$\eta = \dfrac{P_{ut}}{P_{in}} = \dfrac{P_{el}}{P_{mek}} = \cdots\ \ \ \%$ $\qquad \Longrightarrow \eta \approx 90\%$

3. Växelströmskrets och resonans

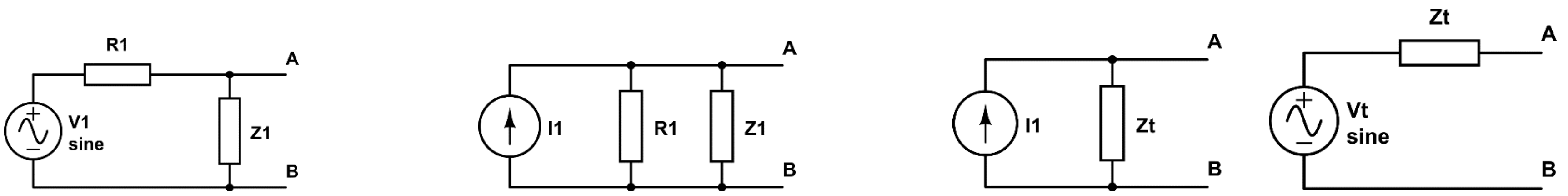
Kretsen nedan har v(t) = 12 cos ωt V, R1 = 400 Ω, R2 = 200 Ω, L = 2 mH och C = 10 nF.

a) Bestäm Theveninekvivalenten (utan numeriska värden) för kretsen! ………...(2p)
b) Bestäm resonansfrekvensen för kretsen! ……… (2p)
c) Bestäm strömmen i(t) genom spolen vid resonans! ……… (3p)



Lösningsförslag uppgift 3

a)



Z1 är impedansen av (R2 + 1/jωC1) parallellt med jωL, dvs

$$Z1 = \left(\frac{1}{R2+\frac{1}{j\omega C}} + \frac{1}{j\omega L}\right)^{-1} = \left(\frac{\omega C}{\omega CR2-j} + \frac{1}{j\omega L}\right)^{-1} = \left(\frac{j\omega^2 CL+\omega CR2-j}{(\omega CR2-j)(j\omega L)}\right)^{-1} = \frac{(\omega CR2-j)(j\omega L)}{j\omega^2 CL+\omega CR2-j} = \frac{\omega L(1+j\omega CR2)}{\omega CR2+j(\omega^2 CL-1)}$$

I1 = V1/R1

$$Zt = \left(\frac{1}{R1} + \frac{1}{Z1}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{R1} + \frac{\omega CR2 + j(\omega^2 CL - 1)}{\omega L(1 + j\omega CR2)}\right)^{-1} = \left(\frac{\omega L(1 + j\omega CR2)}{\omega LR1(1 + j\omega CR2)} + \frac{R1(\omega CR2 + j(\omega^2 CL - 1))}{\omega LR1(1 + j\omega CR2)}\right)^{-1}$$

$$= \frac{\omega LR1(1 + j\omega CR2)}{\omega L + \omega CR1R2 + j(\omega^2 CLR1 - R1 + \omega^2 CLR2)} = \frac{LR1 + j\omega CLR1R2}{L + CR1R2 + j\left(\omega CL(R1 + R2) - \frac{R1}{\omega}\right)}$$

Vt = I1·Zt = V1·Zt / R1

b) Resonans uppstår då den imaginära delen av Z1 blir 0

$$Z1 = \frac{\omega L(1 + j\omega CR2)}{\omega CR2 + j(\omega^2 CL - 1)} = \frac{\omega L(1 + j\omega CR2)\big(\omega CR2 - j(\omega^2 CL - 1)\big)}{\big(\omega CR2 + j(\omega^2 CL - 1)\big)\big(\omega CR2 - j(\omega^2 CL - 1)\big)} = \frac{\omega L(\omega CR2 + \omega CR2(\omega^2 CL - 1) + j(\omega^2 C^2 R2^2 - \omega^2 CL + 1))}{(\omega CR2)^2 + (\omega^2 CL - 1)^2}$$

$$= \frac{\omega L(\omega^3 C^2 LR2 + j(\omega^2 C^2 R2^2 - \omega^2 CL + 1))}{\omega^2 C^2 R2^2 + \omega^4 C^2 L^2 - 2\omega^2 CL + 1}$$

$$\omega^2 C^2 R2^2 - \omega^2 CL + 1 = 0$$

$\omega^2 = \frac{1}{CL - C^2 R2^2}$ vilket ger resonansvinkelfrekvensen $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{CL - C^2 R2^2}} = \frac{1}{\sqrt{10\cdot 10^{-9}\cdot 0{,}002 - (10\cdot 10^{-9})^2\cdot 200^2}} = 250\ krad/s$ eller resonansfrekvensen f_0=39789 Hz

c) Vid resonans blir $Z1 = \frac{\omega^4 C^2 L^2 R2}{\omega^2 C^2 R2^2 + \omega^4 C^2 L^2 - 2\omega^2 CL + 1} = \frac{\omega^2 C^2 L^2 R2}{C^2 R2^2 + \omega^2 C^2 L^2 - 2CL + \frac{1}{\omega^2}}$

Stoppar vi in siffror får vi Z1 = 1000 Ω

Ztot = R1 + Z1 = 400 + 1000 = 1400 Ω

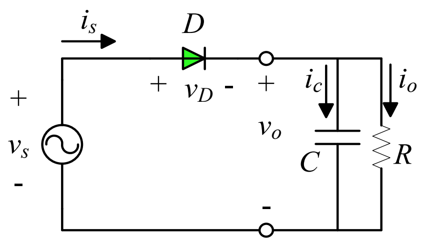
Spänningsdelning ger $V_{AB} = \frac{Z1}{Ztot}\cdot V1 = 0{,}714\cdot 12\cdot e^{j0°} = 8{,}57\cdot e^{j0°}\ V$

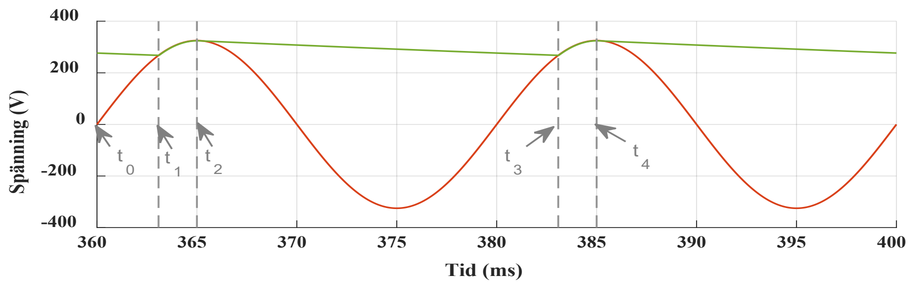
Strömmen genom spolen blir $I_L = \frac{V_{AB}}{j\omega L} = -j\frac{V_{AB}}{\omega L} = \frac{8{,}57}{2{,}5\cdot 10^5\cdot 0{,}002} e^{-j90°} = 0{,}0171\cdot e^{-j90°}\ A$

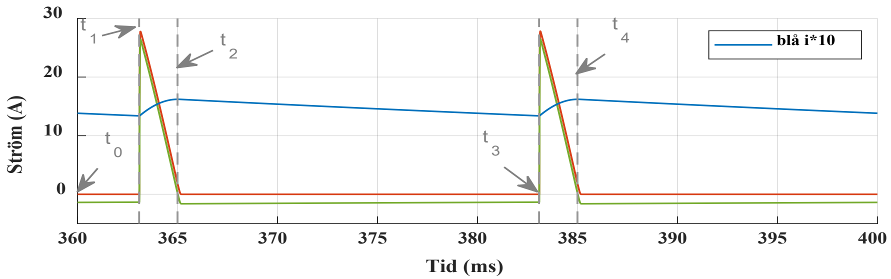
$i_L(t) = 0{,}0171\cdot\cos(2{,}5\cdot 10^5\cdot t - 90°) = 0{,}0171\cdot\sin(2{,}5\cdot 10^5\cdot t)$ A

4. Du har fått ett hedersuppdrag att hoppa in som övningsledare vid ett tillfälle för en klass kunskapstörstiga Z-studenter som läser en kurs motsvarande RRY135. Övningen går ut på att härleda kurvformerna till kretsen nedan, samt härleda hur man approximativt kan relatera storleken på kapacitansen till önskad nivå på spännings-ripplet över lasten. Eftersom du läst RRY135 är din ambition att först identifiera kretsens ”tillstånd”, sedan göra relevanta antaganden och ansättningar och slutligen utgå från kända samband som ”ohm’s lag” och Kirchoff’s ström och spänningslagar för att härleda graferna vid och/eller mellan de angivna tidpunkterna, samt relationen mellan utspänningsripplet och kondensatorns kapacitans. Beskriv tydligt dessa härledningar.

……………(6p)







Lösningsförslag uppgift 4:
Härledningen är mycket lik den för helvågslikriktaren med kapacitans på utgången från föreläsningen och laboration 4.

Antaganden:

- $V_s = V_m \sin(\omega t)$
- Stationärtillstånd => periodicitet, alla perioder lika så det räcker att rita en period
- C mycket stor ⇒
  - $v_0 \approx$ konstant
  - $v_0 > 0$
- Dioden ideal (inget spänningsfall då den leder, ingen ström när den inte leder)

Kretsen har 2 tillstånd: Dioden leder/blockerar

Om **dioden leder**:

KVL: $-v_s + v_D + v_0 = 0 \quad \{v_D = 0\} \Rightarrow \quad v_s = v_o$ då dioden leder är in- och utspänning lika

KCL: $i_s = i_C + i_o \quad \Rightarrow \quad i_s = C\frac{dv_o}{dt} + \frac{v_o}{R} > 0$ då dioden leder, dvs vid positiva halvperioder av inspänningen och då dess derivata är positiv

Om **dioden blockerar, dvs. är backspänd**:

KVL: $-v_s + v_D + v_0 = 0 \;\Rightarrow\; v_D = v_s - v_o < 0$ *då* $v_s < v_o$ dioden är backspänd och blockerar när inspänningen är lägre än utspänningen

KCL: $i_s = i_C + i_o = 0$ då dioden blockerar $\Rightarrow$ $i_C = -i_o$ då dioden blockerar laddas C ur genom R, som en transient urladdning med stor tidskonstant eftersom C är stor, så det går långsamt.

Dags att rita:

1. Först kan man rita inspänningen v_s som en sinusvåg (röd graf i given figurs övre fönster) och ansätta tiderna t_0-t_4 enligt given figur.
2. Därefter kan man börja rita utspänningen v_o, genom att identifiera under vilka tider som dioden leder och blockerar.
3. Vid tiden $t=t_0$
   a. Vi vet att $v_s = 0$ ty nollgenomgång för sinuskurvan. Eftersom C är stor är v_o alltid positiv. Vid denna tidpunkt är alltså $v_s < v_o$, dvs dioden är backspänd och blockerar. Vi kan då rita att v_o avtar långsamt från en hög nivå (men ej högre än maxvärdet på v_s, eftersom v_s är enda källan som kan ladda C). Detta tillstånd håller på tills $t=t_1$.
   b. Vi kan rita $i_s = 0$
   c. Vi kan rita i_o ty $i_o = v_o/R$, och R är ju endast en konstant, så polariteten och formen på i_o är samma som på v_o fast med lägre magnitud.
   d. Då kan vi även rita i_C då $i_C = -i_o$. Strömmen är negativ dvs. kondensatorn laddas ur.
4. Vid tiden $t=t_1$

a. v_s har ökat i amplitud så att $v_s=v_o$ vid $t=t_1$. Dioden är då ej längre backspänd och kan börja leda. Vi kan rita v_o som följer ovanpå v_s.

b. Vi kan rita i_o ty $i_o=v_o/R$

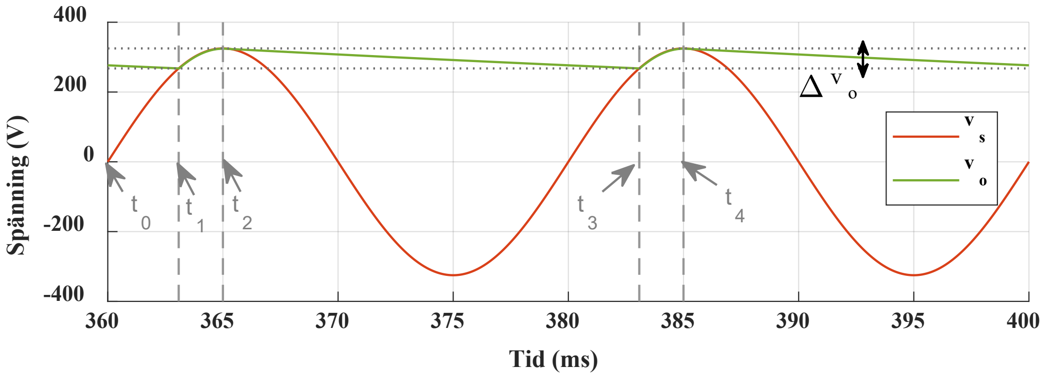
c. i_C kan vi rita mha $i_C=C\, dv_o/dt$. Derivatan på v_o är hög och positiv vid $t=t_1$, men derivatan avtar och blir noll vid $t=t_2$. Detsamma gäller då strömmen i_C. Kondensatorn laddas upp.

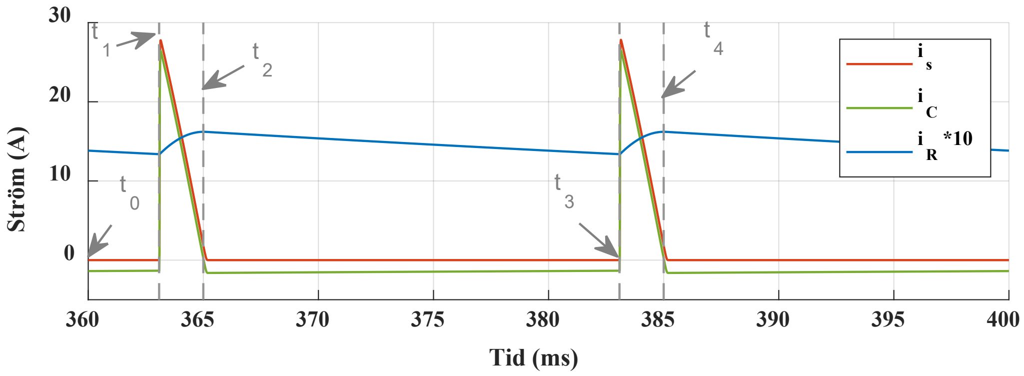
d. Vi kan rita $i_s=i_C+i_o$

5. Efter tiden $t=t_2$

a. Efter toppen på v_s, sjunker v_s snabbare än v_o, på grund av stor C. Därmed är $v_s<v_o$ igen och dioden backspänns. Det samma händer nu som mellan t_0-t_1.

b. Detta tillstånd kommer vara till $t=t_3$, varefter det som hände vid $t=t_1$ upprepas.





Spänningsripplet:

Spänningsripplet Δv_o är definieras enligt figuren som skillnaden i max. och min. värde på v_o.

Sedan kan vi utgå från relationen mellan ström och spänning för en kondensator: $i_C(t) = C\frac{dv_o(t)}{dt}$

Då kan vi skriva att spänningen över kondensatorn vid tiden $t=t_3$ är spänningen vid tiden $t=t_2$ plus laddningsmänden Q som laddas ur under den tiden, dividerat med kapacitansen C, dvs.

$$v_o(t_3) = v_o(t_2) + \frac{1}{C}\underbrace{\int_{t_2}^{t_3} i_o(t)dt}_{Q} = v_o(t_2) + \frac{1}{C}Q$$

Under urladdning ger det spänningsripplet $\Delta v_o = v_o(t_3) - v_o(t_2) = \frac{Q}{C}$

Eftersom Q är lite anonymt går vi vidare i härledningen, så vi kan använda mer kända parametrar, men nu mer approximativt.

$$Q = \int_{t_2}^{t_3} i_C(t)dt \approx \begin{Bmatrix} \text{antar att } C \text{ laddas ur} \\ \text{under hela periodtiden } T \end{Bmatrix} \approx \int_{t_1}^{t_3} i_C(t)dt \approx \begin{Bmatrix} \text{antar} \\ i_C = i_o \end{Bmatrix} \approx \int_{t_1}^{t_3} i_o(t)dt = \frac{T}{1}\underbrace{\frac{1}{T}\int_{t_1}^{t_1+T} i_o(t)dt}_{i_{o,medel}} = T i_{o,medel}$$

Då kan vi uttrycka spänningsripplet $\Delta v_o = \frac{T\, i_{o,medel}}{C}$

5. Operationsförstärkare, överföringsfunktion och Bodediagram

a) Bestäm överföringsfunktionen H(ω) för kretsen i figuren nedan. (3p)

b) Skriv överföringsfunktionen på formen

$$\mathrm{H}(\omega) = \mathrm{K} \cdot \frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_1}} \quad \text{Ekv. 5.1}$$

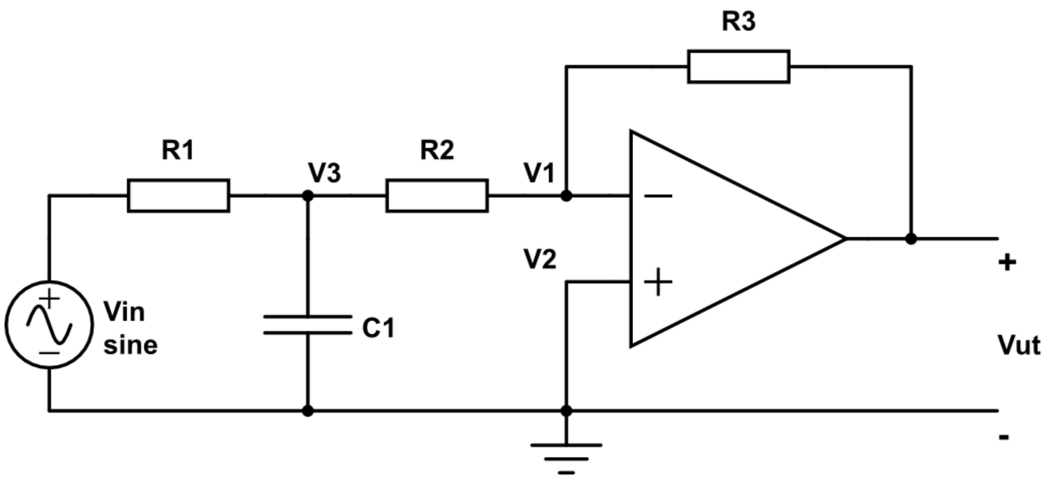
Där K är likströmsförstärkningen och ω_1 är brytfrekvensen. (1p)

c) Sätt in följande komponentvärden i din överföringsfunktion. R1 = R2 = 50·MM Ω och R3 = MM kΩ och C = MM µF, där MM är din födelsemånad. (1p)

d) Skissa ett Bodediagram för amplituden av $H(\omega)_{dB}$. I diagrammet ska värdet på maximal förstärkning (i dB) och värdet på brytfrekvensen vara markerade. Om du inte fått fram en överföringsfunktion på rätt form i b) så använd ekv. 5.1 med K = -20 och ω_1 = 2000 rad/s. (3p)

e) Skissa ett Bodediagram för fasen av $H(\omega)_{dB}$. I diagrammet ska värdet på maximal och minimal fasvridning och värdet på brytfrekvensen vara markerade. (2p)

f) Vilken typ av filter representerar kretsen? Motivera svaret. (1p)



Lösningsförslag uppgift 5:

a) och b)

Antag ideal OP. Vi vet då att V1=V2 och att inströmmarna till OPn är 0.

Nodanalys med V1 ger $\frac{V1-V3}{R2}+\frac{V1-Vut}{R3}=0,$

men V1=0 vilket ger $Vut=-\frac{R3}{R2}\cdot V3$ ekv. 5.2

Nodanalys med V3 ger $\frac{V3-Vin}{R1}+\frac{V3}{\frac{1}{j\omega C}}+\frac{V3-V1}{R2}=0$

Med V1=0 fås $V3(\frac{1}{R1}+\frac{1}{R2}+j\omega C)=\frac{1}{R1}Vin$

Detta kan skrivas om så att vi får $V3=\frac{R2}{R1+R2+j\omega R1R2C}Vin$ ekv 5.3

Stoppar vi in ekv 5.3 i ekv 5.2 får vi $Vut=-\frac{R3}{R2}\cdot\frac{R2}{R1+R2+j\omega R1R2C}\cdot Vin$

Överföringsfunktionen blir $H(\omega)=\frac{Vut}{Vin}=-\frac{R3}{R1+R2+j\omega R1R2C}=-\frac{R3}{R1+R2}\cdot\frac{1}{1+j\omega\cdot\frac{R1R2}{R1+R2}\cdot C}$

$K=-\frac{R3}{R1+R2}$ och $\omega_1=\frac{1}{\frac{R1\cdot R2}{R1+R2}\cdot C}=\frac{R1+R2}{R1\cdot R2\cdot C}$

c) För MM=6 fås $\mathrm{H}(\omega)=\mathrm{K}\cdot\frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_1}}=-10\cdot\frac{1}{1+j\frac{\omega}{1111}}$

Svar för alla värden på MM finns i följande tabell:

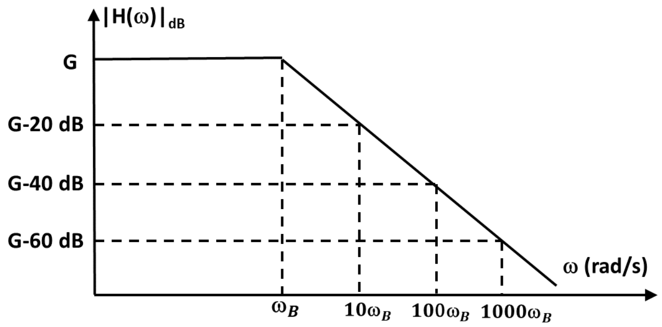
MM	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
K	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-10
ω_1	40000	10000	4444	2500	1600	1111	816	625	494	400	331	278

d) Bodediagram (asymptot) för amplituden visas i figuren nedan.

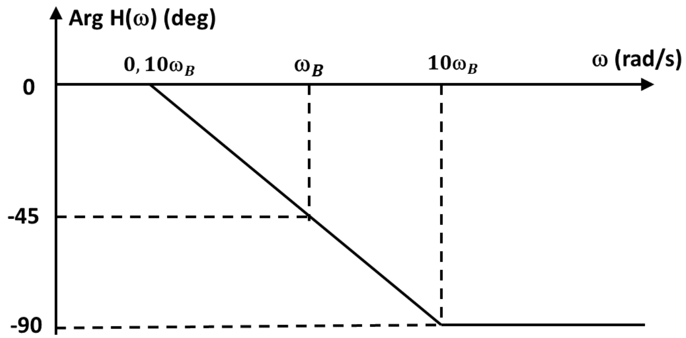
Maximal förstärkning G = 20·log(10)=20 dB

Brytvinkelfrekvensen ω_B= ω_1 i tabellen ovan

Vid vinkelfrekvenser över brytvinkelfrekvensen har vi dämpning med -20 dB/dekad



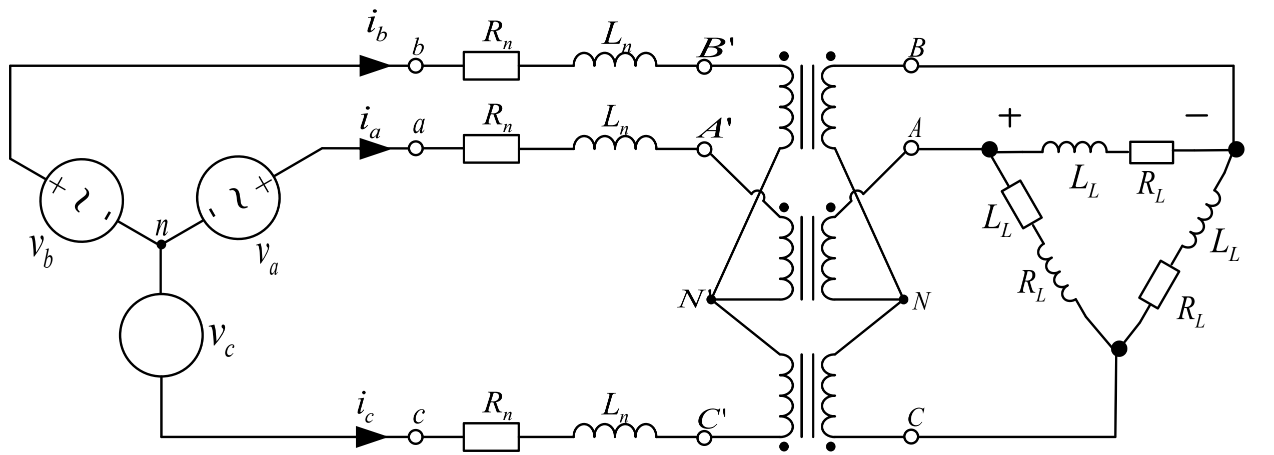
e) Bodediagram (asymptot) för fasen visas i figuren nedan.
Brytvinkelfrekvensen $\omega_B = \omega_1$ i tabellen ovan



f) Första ordningens lågpassfilter. Vid vinkelfrekvenser över brytvinkelfrekvensen har vi dämpning med -20 dB/dekad

6. Ett industriföretag har anslutit en tre-fas-last till elnätet i en deltakoppling via en transformator, enligt figuren nedan. Transformatorn kan antas vara ideal med omsättningstal $n = N_1/N_2 = 10/0.4$. Nätspänningen är 10 kV RMS huvudspänning 50 Hz, nät- och lastimpedansen fås ur tentandens födelsedata (ÅÅÅÅMMDD) enligt tabellen nedan.

	R	**L**
Nät	R_n= MM*5 Ω	L_n= MM/20 H
Last	R_L= DD Ω	L_L= DD/400 H



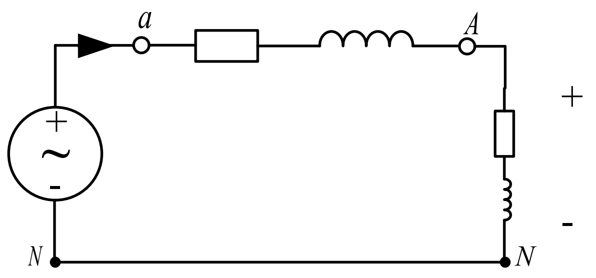
a) Rita den Thevinen-ekvivalenta kretsen för en fas och märk tydligt ut strömmar, spänningar och impedanser, samt förklara eventuella introducerade dylika parametrar. ....(1p)

b) Beräkna (4p)
   - fasströmmen från källan
   - den total aktiva och reaktiva effekten från källan
   - ledningens aktiva effektförluster
   - spänningsfallet över lasten, v_{AB}

c) För att korrigera lastens effektfaktor kan man koppla in en kondensatorbank. Beräkna värdet som behövs på kondensatorerna om en kondensatorbank skulle kopplas in parallellt med lasten i en Y-koppling, så att lastens effektfaktor blir 1. (2p)

Lösningsförslag uppgift 6:

a) Eftersom lasten och nätet är balanserade och vi antar att källan också är det, räcker det med att vi räkna på en fas. För att kunna rita en ekvivalent Thevinen-krets för en fas, bör den delta-kopplade lastens ekvivalenta Y-kopplade impedans först beräknas, samt en ekvivalent nollpunkt definieras för lasten som N i sammanstrålningspunkten för den Y-ekvivalenta lasten. Sedan kan man antingen transformera källa och nätimpedans till transformatorns sekundärsida, eller transformera lastimpedansen till transformatorns primärsida.
I detta lösningsförslag väljs att källa och nätimpedans transformeras till transformatorns sekundärsida. Den ekvivalenta Thevinen-kretsen ser då ut enligt nedan. (Numeriska värden gäller här för MM=6 och DD=15.)



b) Vi börjar med att beräkna lastens Y-ekvivalenta impedans: $Z_Y = Z_\Delta/3$

$$Z_{L,Y} = \frac{Z_{L,\Delta}}{3} = \frac{R_L + j\omega L_L}{3} = \frac{R_L}{3} + j\frac{\omega L_L}{3} = \cdots + j \ldots (5.0000 + 3.9270i)$$

Sedan transformerar vi över källan till sekundärsidan:

$$\boldsymbol{V'_a} = \frac{N_2}{N_1}\boldsymbol{V_a} = \frac{0.4}{10}\frac{10 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} = 230.94\ V\ (rms)$$

Sedan transformerar vi över ledningens impedans till sekundärsidan:

$$Z'_n = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 Z_n = \left(\frac{0.4}{10}\right)^2 (R_n + j\omega L_n) = R'_n + j\omega L'_n = \cdots + j \ldots (0.0480 + 0.1508i)$$

Den totala impedansen i den Thevinen ekvivalenta kretsen blir då:

$$Z_{tot} = Z'_n + Z_{L,Y} = R'_n + \frac{R_L}{3} + j\left(\omega L'_n + \frac{\omega L_L}{3}\right) = \cdots + j \ldots (5.0480 + 4.0778i)$$

Fasströmmen på sekundärsidan kan nu beräknas, och V'a antas som riktfas (dvs. fasen är 0):

$$\boldsymbol{I'_a} = \frac{\boldsymbol{V'_a}}{Z_{tot}} = \frac{\boldsymbol{V'_a}}{R'_n + \frac{R_L}{3} + j\left(\omega L'_n + \frac{\omega L_L}{3}\right)} = \frac{|\boldsymbol{V'_a}|_{(rms)}}{\sqrt{\left(R'_n + \frac{R_L}{3}\right)^2 + \left(\omega L'_n + \frac{\omega L_L}{3}\right)^2}} \angle \tan^{-1}\left(\frac{\omega L'_n + \frac{\omega L_L}{3}}{R'_n + \frac{R_L}{3}}\right)$$ (27.6839 -22.3631i)

$$\boldsymbol{I_a} = \left(\frac{N_2}{N_1}\right) |\boldsymbol{I'_a}| \angle \tan^{-1}\frac{Im\{\boldsymbol{I'_a}\}}{Re\{\boldsymbol{I'_a}\}} = \cdots \text{ A (rms)}$$ (1.1074 - 0.8945i)

Källan avger:

$$P_n = 3\,Re\{\boldsymbol{V'_a}\boldsymbol{I'_a}^*\} = 3\,Re\left\{230.94\angle 0° \cdot |\boldsymbol{I'_a}| \angle - \tan^{-1}\frac{Im\{\boldsymbol{I'_a}\}}{Re\{\boldsymbol{I'_a}\}}\right\} = \cdots .\text{(W)}$$ (1.9180e+04)

$$Q_n = 3\,Im\{\boldsymbol{V'_a}\boldsymbol{I'_a}^*\} = 3\,Im\left\{230.94\angle 0° \cdot |\boldsymbol{I'_a}| \angle - \tan^{-1}\frac{Im\{\boldsymbol{I'_a}\}}{Re\{\boldsymbol{I'_a}\}}\right\} = \cdots \text{(VAr)}$$ (1.5494e+04)

Aktiva effektutvecklingen i ledningen är:

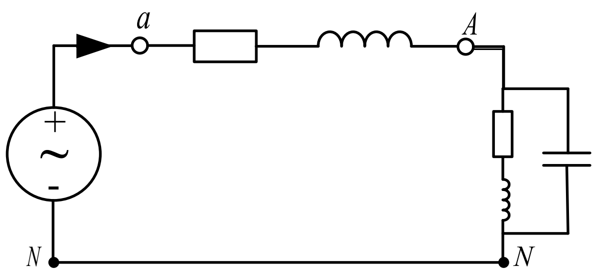
$$P_{loss,Rn} = 3R'_n|\boldsymbol{I'_a}|^2 = \cdots\ (W)$$ (182.3767)

Spänningsfallet över lasten, V_{AB}:

$$\boldsymbol{V_{AN}} = \boldsymbol{I'_a} Z_{L,Y}$$ (2.2624e+02 - 3.1012e+00i)

$$\boldsymbol{V_{AB}} = \boldsymbol{V_{AN}}\sqrt{3}\angle 30^{\circ} = \boldsymbol{V_{AN}}\left(\frac{3}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \cdots\ V\ (rms)$$ (3.4204e+02 + 1.9128e+02i)

c) Vid faskompensering skall de parallellkopplade kondensatorerna, C kompensera lastens behov av reaktiv effekt.



Vid maximal faskompensering är lastens totala reaktiva effektbehov från ledningen noll:

$Q_L + Q_C = 0 \quad \Longrightarrow \quad Q_C = -Q_L$ (-1.4921e+04)

$Q_L = 3\,|\boldsymbol{I}'_a|^2 Im\{Z_{L,Y}\} = 3\,|\boldsymbol{I}'_a|^2 \frac{\omega L_L}{3}$

$Q_C = -3\frac{|\boldsymbol{V}_{AN}|^2}{X_C} = -3\omega C|\boldsymbol{V}_{AN}|^2 \quad \Longrightarrow$

$C = \frac{3\,|\boldsymbol{I}'_a|^2 \frac{\omega L_L}{3}}{3\omega|\boldsymbol{V}_{AN}|^2} = \frac{|\boldsymbol{I}'_a|^2 \frac{L_L}{3}}{|\boldsymbol{V}_{AN}|^2} = \cdots\ F$ (3.0924e-04)