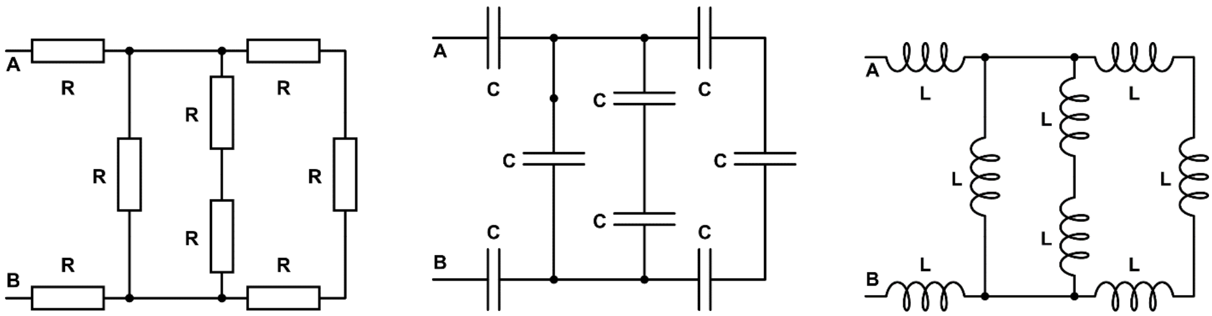
Lösningsförslag
Tentamen Elektriska Kretsar och Elenergi för Z2 (RRY135).
2020-01-20, 14:00-18:00.
Institutionen för Rymd-, geo- och miljövetenskap.

****

1. Beräkna den ekvivalenta resistansen R_{AB} för den vänstra kretsen, den ekvivalenta kapacitansen C_{AB} för den mittersta kretsen och den ekvivalenta induktansen L_{AB} för den högra kretsen. Utryck dina svar i R, C respektive L. (3 p)



Ekvivalent resistans R_{AB}:

Kretsen innehåller tre parallellkopplade grenar med resistanserna R, 2R och 3R. Dessa kan ersättas med $R_p = \frac{1}{\frac{1}{R}+\frac{1}{2R}+\frac{1}{3R}} = \frac{1}{\frac{6}{6R}+\frac{3}{6R}+\frac{2}{6R}} = \frac{6R}{11}$. R_p är i sin tur seriekopplad med två resistorer, vilket ger:

$$R_{AB} = R + R + \frac{6R}{11} = \frac{28R}{11}$$

Ekvivalent kapacitans C_{AB}:

Här bör vi först beräkna värdena för de två seriekopplade kapacitanserna $C_2 = C/2$ och de tre seriekopplade kapacitanserna $C_3 = C/3$. Kapacitansen C_p i de tre parallellkopplade grenarna blir då $C_p = C + C_2 + C_3 = C + C/2 + C/3 = 11C/6$. Slutligen är C_p seriekopplad med två kapacitanser vilket ger:

$$C_{AB} = \frac{1}{\frac{1}{C}+\frac{1}{C}+\frac{6}{11C}} = \frac{1}{\frac{11}{11C}+\frac{11}{11C}+\frac{6}{11C}} = \frac{11C}{28}$$

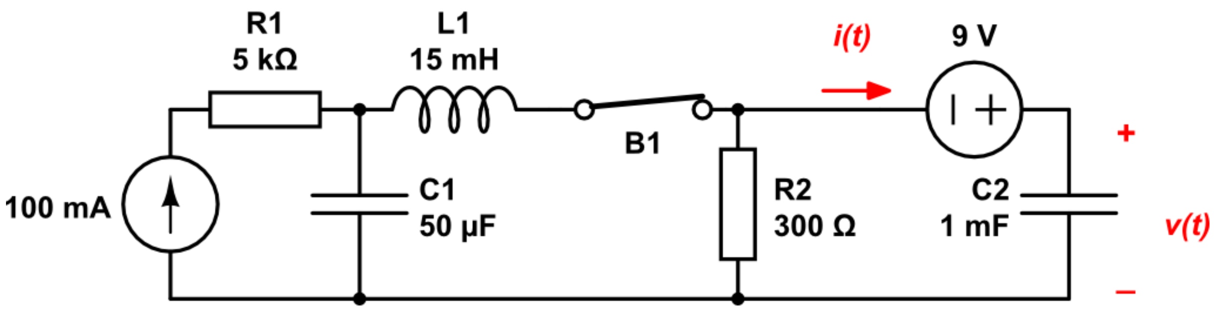
Notera att seriekopplingar för kondensatorer beräknas på samma sätt som parallellkopplingar för resistorer och parallellkopplingar för kondensatorer som seriekopplingar för resistorer.

Ekvivalent induktans L_{AB}:

L_{AB} beräknas på samma sätt som R_{AB}, dvs

$$L_{AB} = \frac{28L}{11}$$

2. Kretsen nedan befinner sig i stationärtillstånd vid tiden t=0 då brytaren B öppnas.
   a) Bestäm strömmen $i(0^-)$ och spänningen $v(0^-)$ precis innan brytaren B öppnas. (2 p)
   b) Bestäm den energi w_c som är lagrad i C2 vid tiden t=0. ….(1 p)
   c) Bestäm $i(0^+)$ precis efter brytaren B öppnats. ….(1 p)
   d) Bestäm $v(t)$ och $i(t)$ för t>0 då brytaren B öppnats. ….(3 p)



Lösning:

a) Vid stationärtillstånd innan B öppnas kan spolar ersättas med kortslutningar och kondensatorer med avbrott.

Strömmen $i(0^-) = 0\ A$

Hela strömmen från strömkällan går då genom $R2$, vilket ger $v_{R2} = 300 \cdot 0{,}1 = 30\ V$ och spänningen $v(0^-) = 30 + 9 = 39\ V$

b) $W_c = 0{,}5\ C2 \cdot v^2(t) = 0{,}5 \cdot 0{,}001 \cdot 39^2 = 0{,}76\ J$

c) $C2$ börjar laddas ur.

Kirchoff ger $R2 \cdot i(t) - 9 + v(t) = 0$ *(Ekv. 2c)*

$v(0^+) = 39\ V$ ger $i(0^+) = (9-39)/300 = -0{,}1\ A$

d) Använd $i(t) = C2 \cdot dv/dt$ och stoppa in i Ekv. 2c.

$$\frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{R2 \cdot C2} \cdot v(t) = \frac{9}{R2 \cdot C2}$$

Ansätt lösningen $v(t) = k_1 + k_2 e^{\frac{-t}{R2 \cdot C2}}$

där k_1 är den stationära lösningen och $k_2 e^{\frac{-t}{R2 \cdot C2}}$ är den transienta lösningen.

Då t ⟶ ∞ har vi ett nytt stationärtillstånd med $v(t) = k_1 = 9$ V.

Då t = 0^+ får vi från ekv. 2c att $v(0+) = 9 - R2 \cdot i(0^+) = k_1 + k_2 e^{\frac{0}{R2 \cdot C2}} = 9 + k_2$

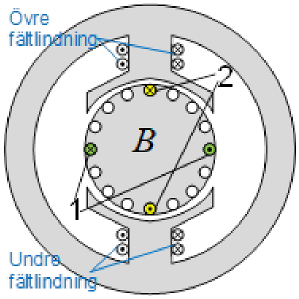
$k_2 = -R2 \cdot i(0^+) = -300 \cdot (-0{,}1) = 30$ V

$$v(t) = 9 - k_2 \cdot e^{-\frac{t}{R2C2}} = 9 + 30 \cdot e^{-\frac{t}{0{,}3}}\ V$$

$$i(t) = C2 \cdot \frac{dv}{dt} = C2 \cdot \frac{R2 \cdot i(0^+)}{R2 \cdot C2} \cdot e^{-\frac{t}{R2C2}} = -0{,}1 \cdot e^{-\frac{t}{0{,}3}}\ A$$

3.

I figuren bredvid visas en genomskärning av den separatmagnetiserade likströmsmaskinen med en övre och undre fältlindning samt två olika ankarlindningar markerade, 1 och 2.



a) Fältlindningen skapar ett magnetfält som kommer att ge den magnetiska flödestätheten *B* i rotorn. Vilken riktning genom rotorn kommer detta magnetfält att ha? (0.5p)

b) Vilken lindning, 1 eller 2, skall användas för att ett vridmoment skall skapas, och åt vilket håll kommer rotorn då att rotera? (1p)

c) Beskriv hur minst fyra faktorer påverkar hur stort vridmomentet blir. (1p)

d) I vilken lindning induceras det högst spänning, 1 eller 2? (0.5p)

Inga beräkningar behövs göras men **svaren behöver motiveras**.

Lösning:

a) Högerhandsregeln: tumme=ström-riktning, fingrar=B-fält-riktning. Ström in i pappret på högra sidan ger ett B-fält riktat medurs runt de ledarna, så att det har riktningen uppåt genom statortanden. Ström ut ur pappret på vänstra sidan ger ett B-fält moturs runt de ledarna, också det uppåt genom statortanden. Samma sak för både övre och undre fältlindningen ger ett B-fält uppåt genom rotorn, i papprets plan.

b) Högerhandsregeln: tumme=ström-riktning, fingrar=B-fält-riktning, ut-ur-handflata= kraft-riktning (F). För lindning 1: med vänstra ledaren fås en kraft riktad åt höger, och med högra ledaren fås en kraft riktad åt vänster. Deras nettokraft skapar inget vridmoment.
För lindning 2:, med övre ledaren fås en kraft riktad mot höger, och med den nedre ledaren en kraft riktad mot vänster. Dessa två krafter skapar ett vridmoment som vill rotera rotorn. Riktningen på krafterna på rotorns lindningar gör så att rotorn kommer att rotera medurs.

c) T_{dev}=f(B, i_a, r,l ,N). Större parametrar => högre vridmoment.

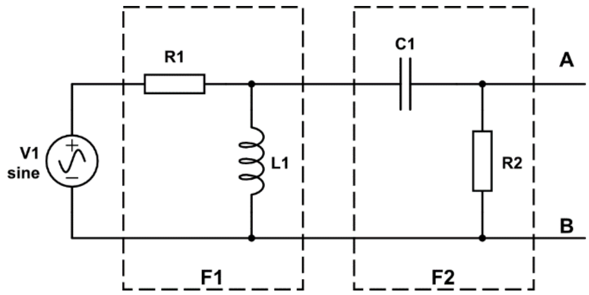
B: magnetfältet genom rotorn, i_a: ankarströmmen, r: rotorns radie, l rotorns längd, N: antal lindningsvarv på ankarlindningen

d) Den inducerade spänningen beräknas med

$$e = \frac{d\lambda}{dt} = \frac{dBA}{dt}$$

Den magnetiska flödestätheten B är konstant vid konstant fältström. Arean A av lindningen som är vinkelrät mot flödet ändras med rotorpositionen. För lindning 1 är ytan störst men en liten förändring av rotorpositionen förändrar ytan väldigt lite och därmed fås en låg inducerad spänning. För lindning 2 är ytan noll, men den ökar mycket vid en liten förändring av rotorpositionen och därmed fås en hög inducerad spänning.

4. En krets innehåller två kaskadkopplade filter F1 och F2.
   a) Vilken typ av filter är F1 och F2 och vilken ordningsgrad har de? (1p)
   b) Skriv överföringsfunktionen H_1 för filter F1 uttryckt i R1, L1 och f och överförings-funktionen H_2 för filter F2 uttryckt i R2, C1 och f. H1 och H2 ska skrivas på formen
   $$H(f) = \frac{j(\frac{f}{f_B})}{1+j(\frac{f}{f_B})},$$ (4p)
   c) Beräkna brytfrekvensen f_{B2} för F2 om R2 = 500 Ω och C1 = 159 nF. (1p)
   d) Sätt R1 = 500 Ω. Välj värde på L1 så att F1 får samma brytfrekvens som F2 får med komponentvärdena i deluppgift c). (1p)
   e) Om komponenterna i F1 och F2 väljs så att brytfrekvensen f_{B2} för F2 är dubbelt så hög som f_{B1} för F1, dvs $f_{B2} = 2f_{B1}$, rita ett Bodediagram som visar asymptoterna för den totala dämpning/förstärkning $|H_{12}|_{dB}$ som uppmäts på utgången AB. De två brytfrekvenserna f_{B1} och f_{B2} måste visas i Bodediagrammet. (2p)



Lösning:

a) Båda är högpassfilter av första ordningen. Tillsammans fungerar de som ett högpassfilter av andra ordningen då $f > f_{B1}$ och $f > f_{B2}$.

För att bestämma filtertyp kan man testa respektive filters frekvensberoende (krävs inte för att få full poäng på deluppgiften).

Alternativ 1: Analysera överföringsfunktionerna

$H_1 = \frac{j2\pi f L_1}{R1+j2\pi f L_1}$ $f \to 0$ ger $H_1 \to 0$ och $f \to \infty$ ger $H_1 \to 1$

$H_2 = \frac{R2}{R2+\frac{1}{j2\pi C1}}$ $f \to 0$ ger $H_1 \to 0$ och $f \to \infty$ ger $H_1 \to 1$

Alternativ 2: Analysera spänningar över impedanser

$Z_L = j\omega L1$ och $Z_C = 1/j\omega C1$

Låg frekvens ger låg impedans för Z_L och hög impedans för Z_C

Hög frekvens ger hög impedans för Z_L och låg impedans för Z_C

F1: Vid låg frekvens ligger större delen av inspänningen över R1, utspänningen är låg, och vid hög frekvens ligger större delen av inspänningen över L1, utspänningen är hög.

F1: Vid låg frekvens ligger större delen av inspänningen över C1, utspänningen är låg, och vid hög frekvens ligger större delen av inspänningen över R2, utspänningen är hög.

b) Spänningsdelning ger $V_{ut} = \frac{j2\pi f L_1}{R1 + j2\pi f L_1} \cdot V_{in}$.

Skriv om till $H_1 = \frac{\frac{j2\pi f L_1}{R1}}{1+\frac{j2\pi f L_1}{R1}}$ vilket ger f_{B1}=R1/(2π·L1)

Spänningsdelning ger $V_{ut} = \frac{R2}{R2+\frac{1}{j2\pi C1}} \cdot V_{in}$.

Skriv om till $H_2 = \frac{j2\pi f C1R2}{1+j2\pi f C1R2}$ vilket ger f_{B2}=1/(2π·C1·R2)

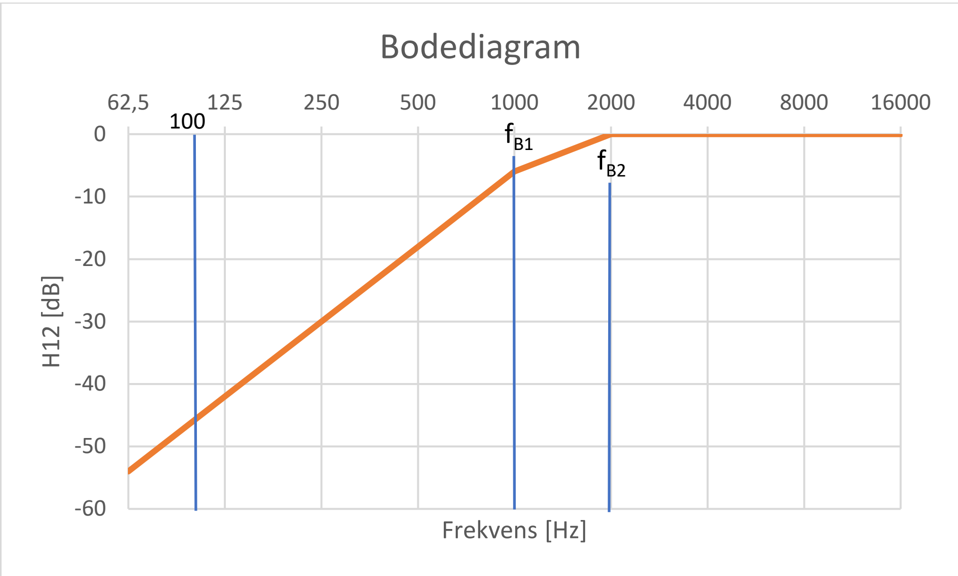
c) f_{B2}=1/(2π·C1·R2) = 1/(2π·159·10^{-9}·500) = 2002 Hz

d) f_{B1} = R1/(2π·L1) ger L1 = R1/(2π·f_{B1}) = 500/(2π·2002) = 39,75 mH

e) Vid f < f_{B1}, +40 dB/dekad eller +12 dB/oktav.

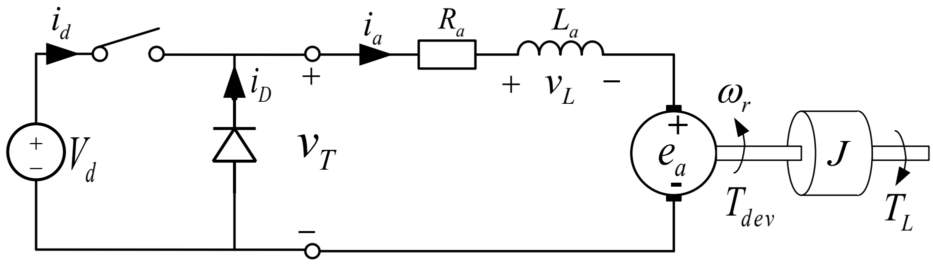
Vid f_{B1} < f < f_{B2}, +20 dB/dekad eller +6 dB/oktav.

Vid f > f_{B2}, 0 dB/dekad och 0 dB/oktav.



5.

En ~~12 V~~ permanentmagnetiserad likströmsmaskin enligt figuren nedan har parametrarna: R_a=1 Ω, L_a=100 µH och $\lambda=K\phi=0.1$ Wb (konstant), J=0.0001 kg m^2. Maskinen driver en fläkt som har momentkaraktäristiken $T_L = b\omega_r^2$Nm, b=10^{-5}. För att kunna styra varvtalet på maskinen är den kopplad till en nerspänningsomvandlare enligt figuren nedan, med en inspänning V_d=14 V. Nerspänningsomvandlarens utspänning är maskinens mot-emk, e_a och omvandlarens switch och diod kan anses vara förlustfria. Den termiska resistansen mellan lindningen och maskinens omgivning är 0.8 K/W.



a) Om nerspänningsomvandlarens switch är på hela tiden, beräkna maskinens varvtal, ankarström och den mekaniska effekt som fläkten mottar (3p)

b) Switchen i nerspänningsomvandlaren switchas nu med en periodtid på T. Antag en duty cycle (D) och skissera strömmen genom dioden $i_D(t)$, inströmmen $i_d(t)$, strömmen genom induktansen $i_a(t)$, spänningen över induktansen $v_L(t)$, ankarspänningen $v_T(t)$ samt spänningen över switchen $v_{sw}(t)$, för en periodtid. Glöm ej att sätta ut relevanta storheter på y och x-axlarna samt referenserna för strömmarna i figuren. Maskinens ankarresistans kan i denna uppgift försummas, dvs. R_a=0. (3p)

c) Härled sambandet mellan maskinens varvtal och nerspänningsomvandlarens inspänning (ω_r/V_d) som en funktion av duty cycle (D), och specificera utgångspunkten tydligt. Maskinens ankarresistans kan i denna uppgift försummas, dvs. R_a =0. (2p)

d) Det lägsta varvtal som fläkten används vid är ω_r=100 rad/s. Beräkna det lägsta värdet på switchfrekvensen, f=1/T, för att omvandlaren alltid skall arbeta i CCM. Maskinens ankarresistans kan i denna uppgift försummas, dvs. R_a=0. (3p)

e) Fläkten är inställd på att rotera vid max-hastighet när något fastnar i fläkten så den blir stillastående. Lindningens elektriska isolering brister om lindnings-temperaturen blir för hög. Om inte hindret tas bort, eller annan åtgärd görs, ungefär hur varm blir lindningen om omgivningstemperaturen är 40°C? Vad skulle man behöva ta hänsyn till för att räkna ut lindningens temperatur med noggrant? (2p)

f) För att kunna använda drivsystemet till att även suga in luft med fläkten behöver denna kunna rotera åt andra hållet. På vilket sätt behöver det nuvarande systemet ändras för att göra detta möjligt? Motivera ditt svar. (1p)

Lösning:

a) Om switchen är på hela tiden blir spänningen v_T=V_d. Antar stationärtillstånd, KVL runt slingan ger $V_d = R_a i_a + e_a = R_a i_a + \omega_r \lambda$. I stationärtillstånd gäller också att $T_e = T_L = \mathrm{b}\omega_r^2 \Rightarrow \lambda i_a = \mathrm{b}\omega_r^2 \Rightarrow i_a = \frac{\mathrm{b}\omega_r^2}{\lambda}$ insättning i ekvationen för ankarkretsen ger

$V_d = R_a \frac{\mathrm{b}\omega_r^2}{\lambda} + \omega_r \lambda$ lös denna för varvtalet

$$\omega_r^2 + \frac{\lambda^2}{\mathrm{b}R_a}\omega_r = \frac{\lambda}{\mathrm{b}R_a}V_d \Rightarrow \left(\omega_r + \frac{\lambda^2}{2\cdot \mathrm{b}R_a}\right)^2 = \frac{\lambda}{\mathrm{b}R_a}V_d + \left(\frac{\lambda^2}{2\cdot \mathrm{b}R_a}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\omega_r = -\frac{\lambda^2}{2\cdot \mathrm{b}R_a} \pm \sqrt{\frac{\lambda}{\mathrm{b}R_a}V_d + \left(\frac{\lambda^2}{2\cdot \mathrm{b}R_a}\right)^2} = -\frac{0.1^2}{2\cdot 10^{-5}\cdot 1} \pm \sqrt{\frac{0.1}{10^{-5}\cdot 1}14 + \left(\frac{0.1^2}{2\cdot 10^{-5}\cdot 1}\right)^2}$$

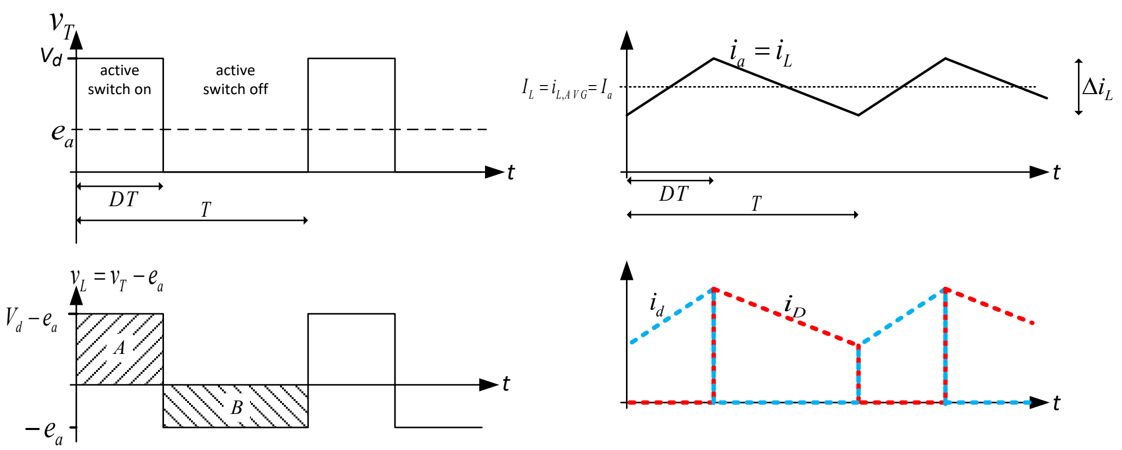
$\omega_r = -500 \pm \sqrt{140000 + 250000} = -500 \pm 624.4998 = 124.4998$ rad/s = **1189 RPM**.

$i_a = \frac{10^{-5}124.4998^2}{0.1} = \mathbf{1.55A}$

$P_{\mathrm{mek}} = T_L \omega_r = \mathrm{b}\omega_r^3 = 10^{-5}124.5^3 = \mathbf{19.3\ W}$

b) Antar följande för uppgifterna b), c) och d): CCM, mot-emkn konstant (ekvivalent mot C mycket stor), Stationärtillstånd samt Förlustfri omriktare.

Graferna blir liknande de för Buck-omvandlaren.



c) Detta görs genom att studera medelspänningen över induktansen. Eftersom omvandlaren arbetar i steady-state måste medelvärdet över en period vara lika med noll.

$$V_L = 0 = \frac{1}{T_s}\int_0^{T_s} v_L(t)dt = \frac{1}{T_s}\int_0^{DT_s} V_d - e_a dt + \frac{1}{T_s}\int_{DT_s}^{T_s} -e_a dt = \frac{1}{T_s}DT_s(V_d - e_a) - \frac{1}{T_s}(T_s - DT_s)e_a$$
$$\Rightarrow$$

$$0 = DV_d - e_a \Rightarrow e_a = DV_d = \lambda\omega_m \Rightarrow \frac{\boldsymbol{\omega_r}}{\boldsymbol{V_d}} = \frac{\boldsymbol{D}}{\boldsymbol{\lambda}}$$

d) För att omriktaren skall går i CCM så skall $\frac{\Delta i_L}{2} \le I_L = I_a = \frac{\mathrm{b}\omega_r^2}{\lambda}$. Som i BUCK med stor C, antas medelvärdet av induktansströmmen vara lika med ut-strömmen. Beräkna ström-ripplet.

$v_L = L\frac{di_L}{dt}$ spänningen över induktansen är konstant under tiden switchen är på, detta ger

$v_L = L\frac{\Delta i_L}{\Delta t} \Rightarrow \Delta i_L = \frac{v_L \Delta t}{L} = \frac{(V_d - e_a)D}{Lf_s}$detta ger att

$$\frac{\Delta i_L}{2} = \frac{(V_d - e_a)D}{2Lf_s} = \frac{(V_d - \lambda\omega_r)\lambda\omega_r}{2Lf_sV_d} \le I_L = \frac{\mathrm{b}\omega_r^2}{\lambda} \Rightarrow$$

$$f_s \ge \frac{(V_d - \lambda\omega_r)\lambda^2\omega_r}{2\mathrm{b}\omega_r^2 LV_d} = \frac{(V_d - \lambda\omega_r)\lambda^2}{2\mathrm{b}\omega_r\ LV_d} = \frac{\lambda^2}{2\mathrm{b}\omega_r L} - \frac{\lambda^3}{2\mathrm{b}LV_d}$$

Från detta ses att det lägsta varvtalet ger det högsta värdet på switchfrekvensen, vilket är det värdet som måste väljas för att omvandlaren alltid skall jobba i CCM i alla driftspunkter. Värdet fås till

$$f_s \ge \frac{(14-0.1\cdot 100)\cdot 0.1^2}{2\cdot 10^{-5}\cdot 100\cdot 100\cdot 10^{-6}\cdot 14} = 14.286\ \mathrm{kHz}$$

e) Fläktens max-varvtal fås vid D=1 => V_t=V_d. Fläkten är stilla, fast med full spänning. Då begränsas ankar-strömmen endast av R_a, ty e_a=0, vilket ger en mycket hög ström.

$$i_a = \frac{V_t}{R_a} = \frac{V_d}{R_a} = \frac{14}{1} = 14\ A$$

Förlusterna i ankarresistansen är då:

$$P_{loss,R_a} = R_a i_a^2 = 1 \cdot 14^2 = 196\ W$$

Temperaturen i lindningen blir då ungefär

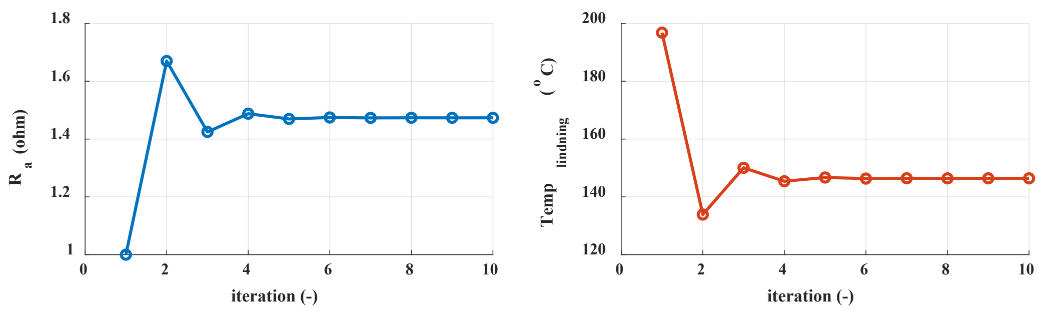
$$T_w = P_{loss,R_a} R_{th,wa} + T_a = 196 \cdot 0.8 + 40 = 196.8\ ^oC$$

Men för att beräkna lindningens temperatur mer noggrant behöver man främst ta hänsyn till att dess elektriska resistans är temperaturberoende. Samtidigt, om spänningen till maskinen är fix, kommer en högre R_a ge en lägre i_a. Så både R_a och i_a måste justeras, vilket ju påverkar den utvecklade effekten i R_a och således lindnings-temperaturen. Den slutgiltiga lindnings-temperaturen behöver därför itereras fram tills man når konvergens.

Om man antar att R_a är angett vid 25°C och ökar linjärt med dess temperatur T enligt:

$$R_T = R_{25\ ^oC}[1 + 0.0039(T - 25^oC)]$$

fås tillslut en lindningstemperatur på ca. 146°C



f) För att motorn skall kunna rotera både framåt och bakåt, behöver spänningens polaritet kunna växlas till motorn. Det kan man antingen lösa med en mekanisk omkopplingsknapp, eller en 4-kvadrant-omriktare.

6. En strömkälla i_{In} och en last RL är kopplade till en operationsförstärkarkrets enligt figuren nedan. Operationsförstärkaren kan antas vara ideal. Antag att $i_{In}(t)$ = 5cos(1000t) mA och använd följande komponentvärden: R1 = 2 kΩ, R2 = 1 kΩ, R3 = 5 kΩ och RL = 3 kΩ.

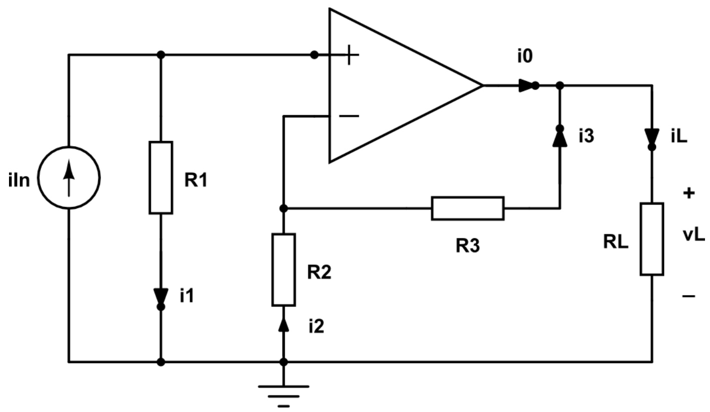
a) Ange inresistans, utresistans, bandbredd och förstärkning för en ideal op-förstärkare. (1p)

b) Beräkna strömmarna i1(t), i2(t), och i3(t) genom de tre resistorerna R1, R2 och R3. Svaren ska ges i tidsplanet. (3p)

c) Beräkna spänningen $v_L(t)$ över lasten. Svaret ska ges i tidsplanet. (1p)

d) Beräkna förstärkningen G som förstärkarkretsen (OP, R2 och R3) ger. Ge svaret i dB. (1p)

e) Beräkna medeleffekten i lasten. Ange också om lasten mottar eller avger effekt. (1p)



Lösning:

a) R_{in} går mot oändligheten

R_{ut} = 0 Ω

Oändlig bandbredd

Oändlig förstärkning

b) KCL och i^+ = 0 A ger i1 = iIn = 5cos(1000t) mA

i^- = 0 A ger i3 = i2

KVL ger i2·R2 +i1·R1 = 0

i2 = -i1·R1/R2 = -10cos(1000t) mA

c) KVL ger i2·R2 + i3·R3 + vL = 0

vL = -i2·(R2 + R3) = 60 cos(1000t) V

d) Alternativ 1: G = v_{ut}/v_{in} = vL/(iIn·R1) = 60/(0,005·2000) = 6

Alternativ 2: H = v_{ut}/v_{in} = (R2+R3)/R2 = 1 + 5000/1000 = 6

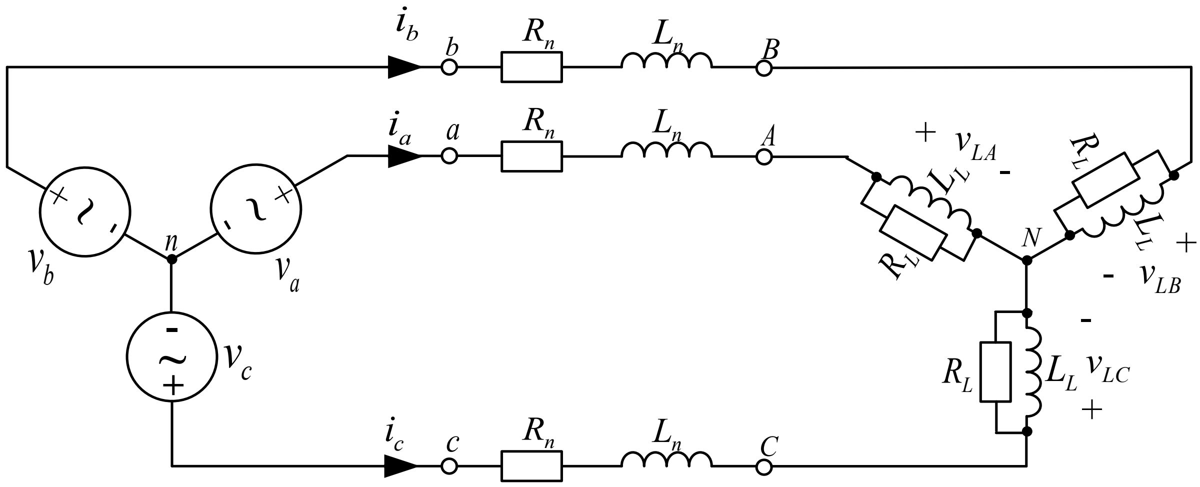
G_{dB} = 20·log6 = 15,6 dB

e) P = 0,5·V_m·I_m = 0,5 V_m^2/RL = 0,5·60^2/3000 = 0,6 W.

P är positiv så RL mottar effekt

7.

Ett företag vill ha hjälp av dig att faskompensera en induktiv 3-fas last. I figuren nedan visas tre Thévenin ekvivalenta kretsar, en för varje fas, av elnätet i anslutningspunkten för lasten. Tomgångsspänningen är 400 V RMS huvudspänning 50 Hz, nätimpedansen är R_n=0.5 Ω, L_n=3.5mH och lastimpedansen är R_L=40 Ω, L_L=100 mH.



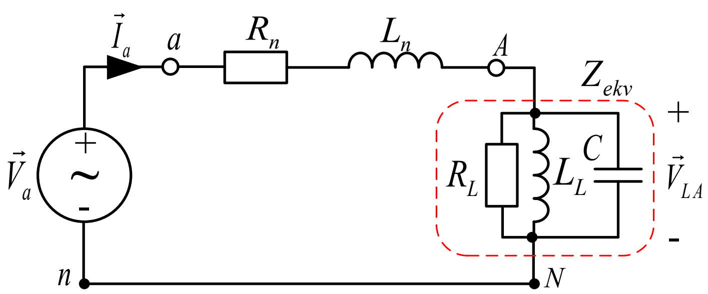
a) Beräkna den aktiva och reaktiva effekten ifrån spänningskällan, spänningsamplituden över lasten samt aktiva effektförlusterna i elnätet utan faskompensering. (3p)

b) Faskompensera nu lasten så att $cos\ \phi$ för lasten blir 1 och beräkna värdet på den komponent du använder för faskompenseringen. Var och hur skall den kopplas in? (2p)

c) Beräkna spänningsamplituden över lasten samt den aktiva effektförlusten i elnätet med faskompensering. (2p)

Lösning:

a) Behöver bara räkna på en fas för att lasten är balanserad och vi antar att källan är balanserad. Detta gör att att kretsen kan ritas om. När beräkningar görs på en ekvivalent enfaskrets ansluts nollpunkten i källan med nollpunkten i lasten, n-N. I figuren har även kompenserings kondensatorn för deluppgift b) och c) ritats in, den ska bortses från i uppgift a)



För nätet: $R_n = 0.5\ \Omega, \quad L_n = 3.5\ mH \ \Rightarrow\ Z_n = j\omega L_n = j2\pi 50 \cdot 3.5 \cdot 10^{-3} = j1.1\ \Omega$

För lasten: $R_L = 40\ \Omega, \quad L_L = 100\ mH \ \Rightarrow\ Z_L = j\omega L_L = j2\pi 50 \cdot 100 \cdot 10^{-3} = j31.42\ \Omega$

Ekvivalent last-impedans: $Z_{ekv} = \frac{R_L Z_L}{R_L + Z_L} = \frac{j40 \cdot 31.42}{40 + j31.42} = 15.26 + j19.43 = 24.71\angle 51.85°\ \Omega$

$$\vec{V}_a = \frac{V_{LL}}{\sqrt{3}}\angle 0° = 231\angle 0°\ V$$

$$\vec{I}_a = \frac{\vec{V}_a}{R_n + Z_n + Z_{ekv}} = \frac{231\angle 0°}{0.5 + j1.1 + 15.26 + j19.43} = \frac{231\angle 0°}{15.76 + j20.53} = \frac{231\angle 0°}{25.88\angle 52.49°} = 8.92\angle -52.49°\ A$$

Källan avger

$$P_n = 3\,Re\left\{\vec{V}_a\vec{I}_a^{\,*}\right\} = 3\,Re\{231\angle 0° \cdot 8.92\angle 52.49°\} = 3.76\text{ kW (3764.4 W)}$$
$$Q_n = 3\,Im\left\{\vec{V}_a\vec{I}_a^{\,*}\right\} = 3\,Im\{231\angle 0° \cdot 8.92\angle 52.49°\} = 4.90\text{ kVAr (4903.6 W)}$$
$$P_{loss,Rn} = 3R_n\left|\vec{I}_a\right|^2 = 3 \cdot 0.5 \cdot 8.92^2 = 119.4\ W$$
$$\vec{V}_{LA} = \frac{Z_{ekv}\vec{V}_a}{R_n + Z_n + Z_{ekv}} = \frac{15.26 + j19.43}{15.76 + j20.53}231\angle 0° = \frac{24.71\angle 51.86°}{25.88\angle 52.49°}231\angle 0° = 220.5\angle -0.63°\ V$$

Ger amplituden $\left|\overrightarrow{V_{LA}}\right| = \sqrt{2} \cdot 220.5 = 311.8\ V$

b) För att faskompensera en induktiv last kopplar vi en kondensator parallelt med lasten, som visas i figuren ovan. Värdet på kapacitansen skall vara så att des impedans blir lika stor som last induktansens impedans. Detta ger att kapacitansen producerar lika mycket reaktiv effekt som induktansen konsumerar och lasten får en effektfaktor lika med ett.

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{\omega C} = -j|Z_L| \quad \Rightarrow \quad C = \frac{1}{\omega |Z_L|} = \frac{1}{2\pi 50 \cdot 31.42} = 101.3\ \mu\text{F}$$

c) Börjar med att beräkna den ekvivalenta last impedansen med kondensatorn

$$Z_C = -j|Z_L| = -j31.42\ \Omega$$

$$Z_{ekv,C} = \frac{1}{\frac{1}{R_L} + \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_C}} = \frac{1}{\frac{1}{40} + \underbrace{\frac{1}{j31.42} + \frac{1}{-j31.42}}_{=0}} = 40\ \Omega$$

$$\vec{I}_a = \frac{\vec{V}_a}{R_n + Z_n + Z_{ekv,C}} = \frac{231\angle 0°}{0.5 + j1.1 + 40} = \frac{231\angle 0°}{40.5 + j1.1} = \frac{231\angle 0°}{40.51\angle 1.56°} = 5.7\angle -1.56°\ A$$

$$P_{loss,Rn} = 3R_n\left|\vec{I}_a\right|^2 = 3 \cdot 0.5 \cdot 5.7^2 = 48.7\ W$$
$$\vec{V}_{LA} = \frac{Z_{ekv}\vec{V}_a}{R_n + Z_n + Z_{ekv}} = \frac{40}{40.5 + j1.1}231\angle 0° = \frac{40\angle 0°}{40.51\angle 1.56°}231\angle 0° = 228\angle -1.56°\ V$$

Ger amplituden $\left|\overrightarrow{V_{LA}}\right| = \sqrt{2} \cdot 228 = 322.4\ V$