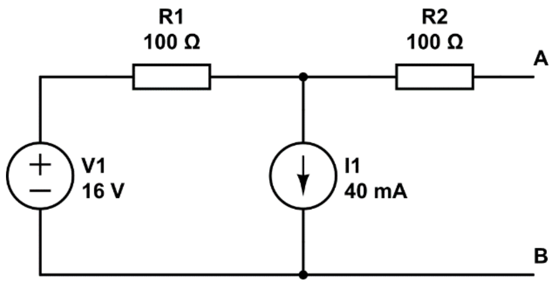
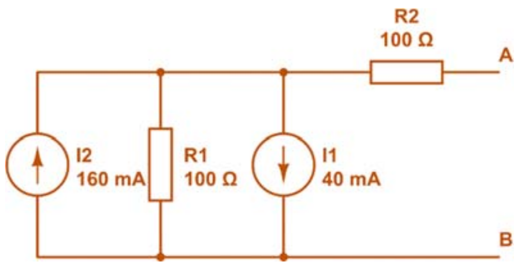
Lösningsförslag
Tentamen Elektriska Kretsar och Elenergi för Z2 (RRY135).
2019-08-20, 14:00-18:00.
Institutionen för Rymd-, geo- och miljövetenskap.

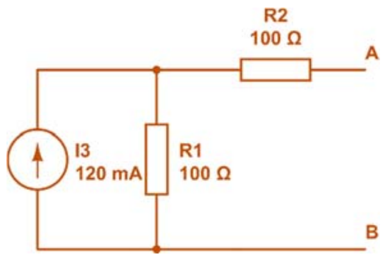
****

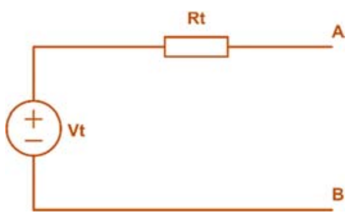
1. a) Beräkna Thevenin-ekvivalenten till kretsen nedan. (2 p)
   b) Bestäm den största effekt som kan utvecklas i en resistor som kopplas mellan A och B i kretsen nedan. (2 p)
   c) En urladdad kondensator med kapacitansen 10 µF ansluts mellan A och B (lasten från deluppgift b är inte ansluten). Vad är strömmen I_C genom kondensatorn precis när den kopplats in och när den varit inkopplad så länge att stationärtillstånd uppnåtts. (2 p)
   d) Skriv upp differentialekvationen för spänningen över kondensatorn. Hitta lösningen för spänningen över kondensatorn, för alla t >= 0. Sätt tidpunkten t = 0 då kondensatorn kopplas in. Rita även en kurva som visar spänningen över kondensatorn som funktion av tiden t. (3 p)



a)







Vt = I3 · R1 = 12 V;
Rt = R1 + R2 = 200 Ω

b) Max effekt fås när resistansen R_L i den inkopplade lasten är lika stor som Rt.
R_L = Rt = 200 Ω

$$P_L = V_L \cdot I_L = R_L \cdot I_L^2 = R_L \cdot \frac{V_t^2}{(R_t + R_L)^2} = \frac{V_t^2}{4 \cdot R_t}$$

Pmax = $Vt^2/4Rt = 12^2/(4\cdot200)$ = 0,18 W

c) Vid t=0 s fungerar kondensatorn som en kortslutning: I_C = Vt/Rt = 12/200 = 0,06 A
När stationärtillstånd uppnåtts (t large) fungerar kondensatorn som ett avbrott: I_C = 0 A

d) Första ordningens krets med tidskonstanta källor.

$$i_C(t) = C \cdot \frac{dV_C}{dt}$$

KVL ger $-Vt + Rt\cdot i_C + V_C = -Vt + Rt\cdot C\cdot(dV_C/dt) + V_C = 0$

$\tau = Rt\cdot C = 0{,}002$ s

$$\frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}v(t) = \frac{V_t}{\tau}$$

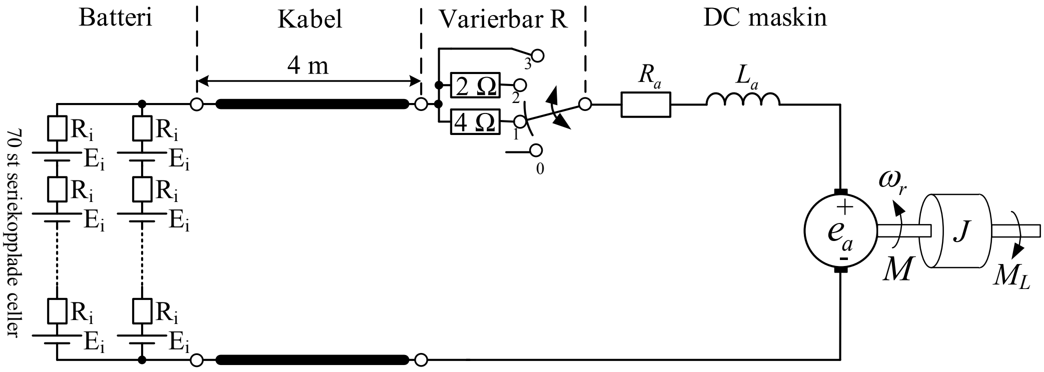
Lösningen är på formen $V_C = k_1 + k_2 \cdot e^{\frac{-t}{\tau}}$

$t \to \infty$: $V_C = V_t = k_1 + k_2 \cdot 0 = k_1 \quad \to \quad k_1 = 12$ V

t = 0 s: $k_1 + k_2\cdot e^0 = 0 \quad \to \quad k_2 = -k_1 = -12$ V

$V_C(t) = 12 - 12\cdot e^{-500t}$ V

2. En permanentmagnetiserad likströmsmaskin har parametrarna R_a=1.2 Ω och L_a=1.5 mH. Märkdata för maskinen är: V_T=260 V, I_a=23 A, n_r=1850 rpm. Maskinen är kopplad till ett batteri genom en resistans som kan varieras i 4 steg och via en kabel enligt figuren nedan. Kabeln har en total ekvivalent resistans på 0.041 Ω. Batteriet består av 2 st parallellkopplade grenar med 70 st seriekopplade celler i varje gren enligt figuren nedan. Cellerna har en cellspänning på E_i=3.7 V och en intern resistans på R_i=20 mΩ.



a) Rita det ekvivalenta kretsschemat för denna krets i stationärtillstånd (Tips: Gör först om batteriet till en ekvivalent Thévenin krets och slå sedan ihop alla resistanser till en ekvivalent resistans) och beräkna den ekvivalenta Thévenin spänningen för batteriet och de 4 resistansvärdena för den ekvivalenta resistansen, ett värde per steg.
(2 p)

b) Beräkna maskinens länkade flöde, λ, samt märkmoment. Beräkningsstegen måste visas. (2 p)

Om inte uppgift b) kunde lösas kan följande värden användas: länkat flöde λ=1.2 Wb, märkmoment $M_{märk}$ = 27.6 Nm.

c) För steg 1, 2 och 3 för resistansen, beräkna maskinens tomgångsvarvtal och varvtal vid märkmoment. Rita maskinens moment-varvtalskurvor för de 3 lägena.
(3 p)

d) Maskinen driver en omrörare med ett lastmoment proportionellt mot varvtalet, $M_L=0.14\omega_r$. Rita in lastens moment och varvtalskarakteristik i figuren från fråga c) samt beräkna det högsta varvtalet som maskinen kan nå.
(2 p)

e) Beskriv hur omkopplaren skall ändras för att starten skall bli så mjuk som möjligt, använd figuren från uppgift c).
(2 p)

Lösning: a)

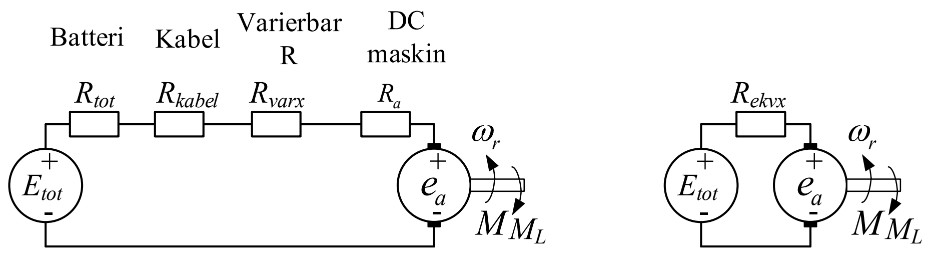
Eftersom alla celler har samma spänning och det är lika många seriekopplade i varje gren så blir den ekvivalenta spänningen för batteriet 70 gånger cellspänningen

$$E_{tot} = 70E_i = 70 \cdot 3.7 = 259\ V$$

För den ekvivalenta resistansen

$$R_{tot} = \frac{70R_i}{2} = \frac{70 \cdot 20 \cdot 10^{-3}}{2} = 0.7\ \Omega$$

I stationärtillstånd kan denna krets förenklas till



där $R_{ekvx} = R_{tot} + R_{kabel} + R_{varx} + R_a = 0.7 + 0.041 + R_{varx} + 1.2 = 1.941 + R_{varx}$

$$R_{ekv0} = 1.941 + R_{var0} = 1.941 + \infty = \infty\ \Omega$$

$$R_{ekv1} = 1.941 + R_{var1} = 1.941 + 4 = 5.941\ \Omega$$

$$R_{ekv2} = 1.941 + R_{var2} = 1.941 + 2 = 3.941\ \Omega$$

$$R_{ekv3} = 1.941 + R_{var3} = 1.941 + 0 = 1.941\ \Omega$$

b) Det sammanlänkade flödet för maskinen fås från ankarekvationen

$$v_T = R_a I_a + E_a = R_a I_a + \omega_r \lambda \ \Rightarrow \ \omega_r \lambda = v_T - R_a I_a \Rightarrow \lambda = \frac{v_T - R_a I_a}{\omega_r}$$

Använd värdena angivna för märkdrift

$$\lambda = \frac{260 - 1.2 \cdot 23}{1850 \frac{\pi}{30}} = 1.20\ \mathrm{Wb}$$

Märkmoment för motorn är

$$M_{rated} = \lambda i_{a,rated} = 1.20 \cdot 23 = 27.6\ \mathrm{Nm}$$

c) Börjar med tomgångsvarvtalet. I alla fall är tomgångsvarvtalet det samma eftersom i tomgång är ankarströmmen Ia=0A, dvs spänningsfallet över alla serieresistanser är då noll

$E_{tot} = R_{ekvx} I_a + E_a \ \Rightarrow \ \omega_r = \frac{E_{tot} - R_{ekvx} I_a}{\lambda} = [I_a = 0] = \frac{v_T}{\lambda} = \frac{259}{1.2} = 215.8$ rad/s = 2061 RPM

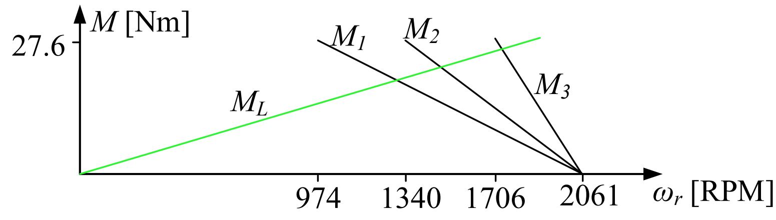
Varvtalet vid märkmoment fås vid märkström, dvs Ia=23 A

$\omega_{r1} = \frac{E_{tot} - R_{ekv1} I_{a,n}}{\lambda} = \left[I_{a,n} = 23\right] = \frac{259 - 5.941 \cdot 23}{1.2} = 102.0$ rad/s = 974 RPM

$\omega_{r2} = \frac{E_{tot} - R_{ekv2} I_{a,n}}{\lambda} = \left[I_{a,n} = 23\right] = \frac{259 - 3.941 \cdot 23}{1.2} = 140.3$ rad/s = 1340 RPM

$\omega_{r3} = \frac{E_{tot} - R_{ekv3} I_{a,n}}{\lambda} = \left[I_{a,n} = 23\right] = \frac{259 - 1.941 \cdot 23}{1.2} = 178.6$ rad/s = 1706 RPM

Momentvarvtalskurvorna:



d) Lastmomentet och det utvecklade momentet måste vara lika, detta ger att

$$M_L = B\omega_r = M = \lambda i_a \Longrightarrow i_a = \frac{0.14\omega_r}{\lambda}$$

Det högsta varvtalet fås från det lägsta värdet på den variabla resistansen

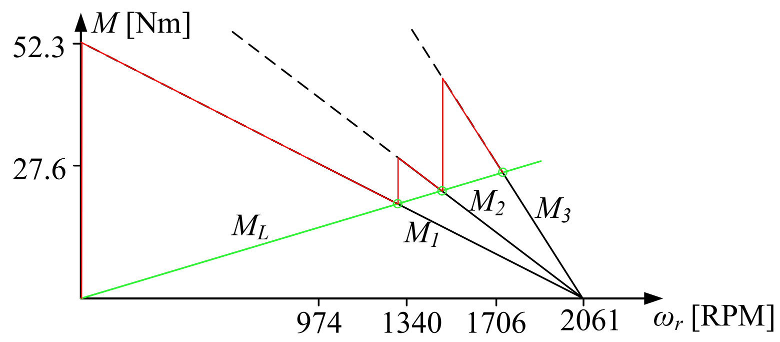
$$E_{tot} = R_{ekv3} i_a + \omega_r \lambda = R_{ekv3} \frac{0.14\omega_r}{\lambda} + \omega_r \lambda \Rightarrow$$

$$\omega_r = \frac{E_{tot}}{R_{ekv3}\frac{0.14}{\lambda} + \lambda} = \frac{259}{1.941\frac{0.14}{1.2} + 1.2} = 181.6 \text{ rad/s} = 1734 \text{ RPM}$$

$$M_L = M = B\omega_r = 0.14 \cdot 181.6 = 25.4\ Nm$$

e)

För att få en så mjuk start som möjligt skall omkopplarens läge först ändras från 0 till läge 1. Detta kommer att ge en initial startström på cirka $I_a = \frac{E_{tot}}{R_{ekv1}} = \frac{259}{5.941} = 44\ A$, nästan dubbla märkströmmen och ett moment på 52.3 Nm. Maskinen kommer nu att accelerera upp till ca 1300 rpm då lastmomentet och momentet motorn kan producera på detta läge är lika (M_1=M_L), se figuren nedan.



Då slås brytaren om till läge 2, initialt ökar då strömmen och momentet, ett hop upp till M_2 kurvan. Nu producerar maskinen mer moment än den bromsas med och den kommer då att accelerera igen, upp till då lastmomentet och momentet motorn kan producera på detta läge är lika (M_2=M_L). Nu slås brytaren om till läge 3 och igen fås ett hopp i moment upp till M_3 kurvan. Nu producerar maskinen mer moment än den bromsas med och den kommer då att accelerera igen, upp till då lastmomentet och momentet motorn kan producera på detta läge är lika (M_3=M_L). Nu har maskinen nått det högsta varvtalet den kan nå, 1734 rpm.

3. En sinusformad spänningskälla $v(t)=10\cos(\omega t)$ V är kopplad till en krets enligt figur. Antag att $C2=3\cdot C1$.

   a) Du har tillgång till en låda kondensatorer med kapacitansen 1 nF. Antag att C1 = 1 nF. Hur skulle du koppla ihop kondensatorer ifrån lådan så att den totala impedansen för dessa kondensatorer blir den samma som den totala impedansen för de två seriekopplade kondensatorerna C1 och C2 i kretsen nedan. Rita kretsen som den skulle se ut med 1 nF kondensatorer.

   (1 p)

   b) Beräkna inimpedansen $Z_{in}(\omega)$ som spänningskällan ser. Ange impedansen på rektangulär komplex form. Ange svaret uttryckt i L1, C1, R1 och ω.

   (2 p)

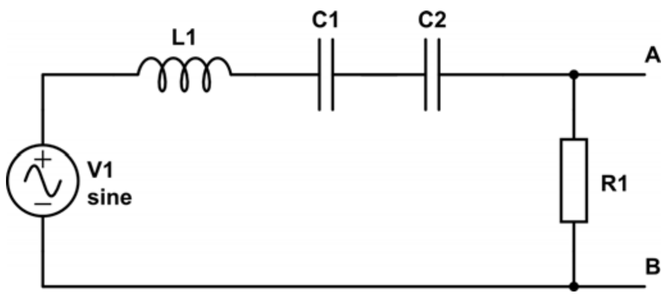
   c) Värdena på komponenterna i kretsen kan väljas så att man får ett filter som släpper igenom frekvenser mellan f_L = 90 kHz och f_H = 110 kHz, men dämpar ut frekvenser som är lägre än f_L eller högre än f_H. Om vi antar att C1 = 1 nF, vad blir värdena på L1 och R1? (3 p)

   d) Beräkna spänningen över R1 $v_{R1}(t)$ i tidsplanet vid $\omega = 1\ 10^6\cdot$rad/s med följande komponentvärden: R1 = 1 kΩ, L1 = 2 mH, C1 = 1 nF.

   (2 p)

   e) Vad får man för typ av filter om man byter plats på L1 och R1? Motivera ditt svar.

   (2 p)

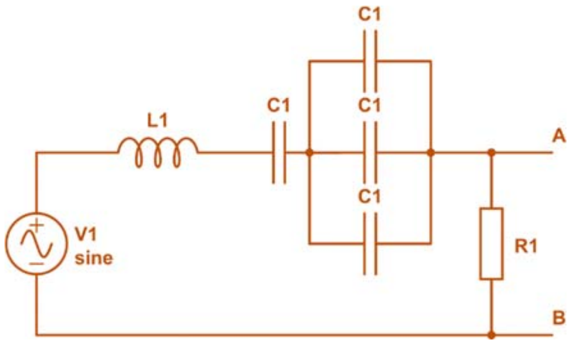


3.

a) Impedans för de två seriekopplade kondensatorerna C1 och C2:

$$Z_C(\omega) = \frac{j}{\omega C1} - \frac{j}{\omega C2} = -\frac{j}{\omega}\left(\frac{1}{C1} + \frac{1}{3C1}\right) = -j\frac{4}{3\omega C1}$$

C1 = 1 nF behöver inte ändras.
Ersätt C2 med tre parallellkopplade kondensatorer med kapacitansen C1.
C1//C1//C1: C1 + C1 + C1 = 3 C1 = C2



b) $Z_{in}(\omega) = j\omega L1 - \frac{j}{\omega C1} - \frac{j}{\omega C2} + R1 = R1 + j\omega L1 - \frac{j}{\omega}\left(\frac{1}{C1} + \frac{1}{3C1}\right) =$

$$= R1 + j(\omega L1 - \frac{4}{3\omega C1})$$

c) Vi behöver ett bandpassfilter med f_0 = 100 kHz och bandbredden BW = 110 -90 = 20 kHz
BW = f_0/Q ger Q = 100000/20000 = 5

$Q_S = \frac{1}{\omega_0 R1 C_{tot}} \rightarrow R1 = 424\ \Omega$

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L1 C_{tot}}} \rightarrow L1 = 3{,}38\ mH$

d) $V_1 = 10 \cdot e^{j0°}\ V$

$Z_{in}(\omega) = R1 + j\left(\omega L1 - \frac{4}{3\omega C1}\right) = 1000 + j(2000 - 1333) = 1000 + j667 =$

$= 1202\ e^{j33{,}7°}\ \Omega$

$I = \frac{V_1}{Z_{in}} = \frac{10 \cdot e^{j0°}}{1202\ e^{j33{,}7°}} = 0{,}00832\ e^{-j33{,}7°}$

$V_{R1} = R1 \cdot I = 8{,}32\ e^{-j33{,}7°}$

$V_{R1}(t) = 8{,}32 \cdot \cos(1 \cdot 10^6 \cdot t - 33{,}7°)\ V$

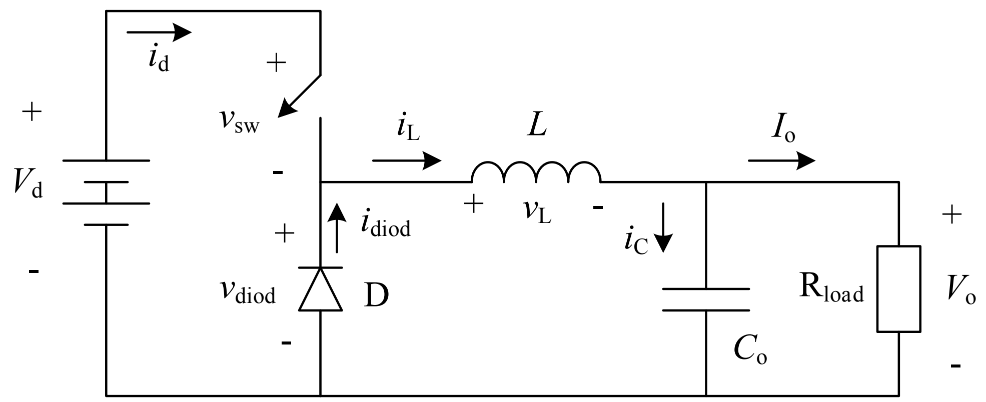
e) Högpassfilter
Vid låga frekvenser ligger större delen av spänningen över kondensatorerna och ger därmed låg spänning på utgången AB.
Vid höga frekvenser ligger större delen av spänningen över spolen och ger därmed hög spänning på utgången AB.

4. Betrakta nedanstående buck-omriktare. Antag att den går i CCM.

a) Skissera strömmarna $i_c(t)$, $i_d(t)$ och $i_{diod}(t)$ samt spänningarna $v_L(t)$, $v_{diod}(t)$ och $v_{sw}(t)$ för två switch perioder (T_{sw}). (3 p)

b) Härled ett utryck för duty cyclen (D) för omriktaren som en funktion av inspänningen (V_d) och utspänningen (V_0). (2 p)

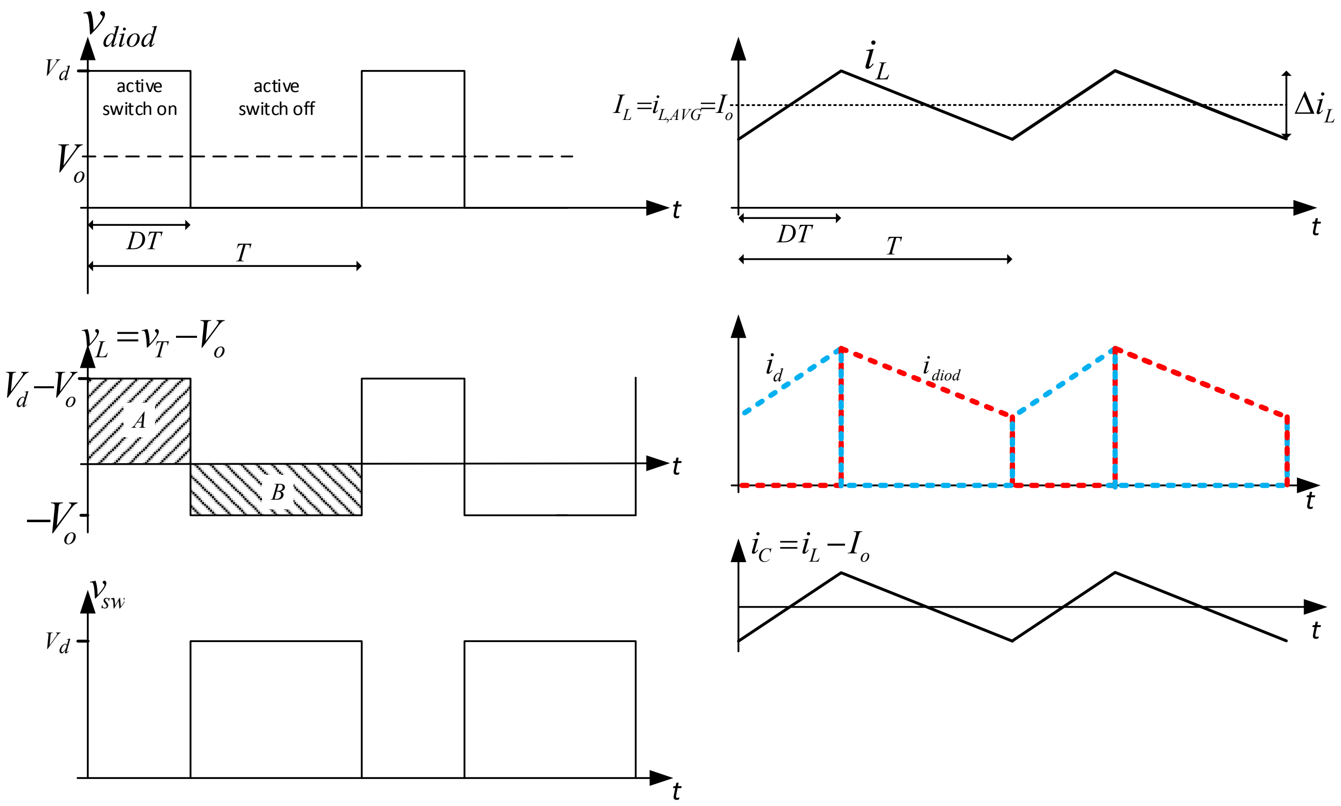
$$30V \leq V_d \leq 40V \qquad V_o = 12V \qquad L = 200\mu H \qquad C_o = 330\mu F \qquad T_{sw}=25\mu s$$



Uppgift 4 Lösning:

Antar följande för alla uppgifter: CCM, C mycket stor, stationärtillstånd samt Förlustfri omriktare.

a)



b) Detta görs genom att studera medelspänningen över induktansen. Eftersom omvandlaren arbetar i steady-state måste medelvärdet över en period vara lika med noll.

$$V_L = 0 = \frac{1}{T_s}\int_0^{T_s} v_L(t)dt = \frac{1}{T_s}\int_0^{DT_s} V_d - V_o dt + \frac{1}{T_s}\int_{DT_s}^{T_s} -V_o dt = \frac{1}{T_s} DT_s(V_d - V_o) - \frac{1}{T_s}(T_s - DT_s)V_o \Rightarrow$$

$$0 = DV_d - V_o \Rightarrow V_o = DV_d$$

5. I förstärkarkretsen nedan är kapacitansen C känd, C=40 nF. Förstärkarkretsens asymptotiska Bodediagram för amplituden av överföringsfunktionen H(ω)=Vut/Vin visas i diagrammet nedan. Op-förstärkaren kan antas vara ideal.

   Överföringsfunktionen kan skrivas på formen $H(\omega) = K \cdot \frac{1+j\frac{\omega}{\omega_2}}{1+j\frac{\omega}{\omega_1}}$ enligt:

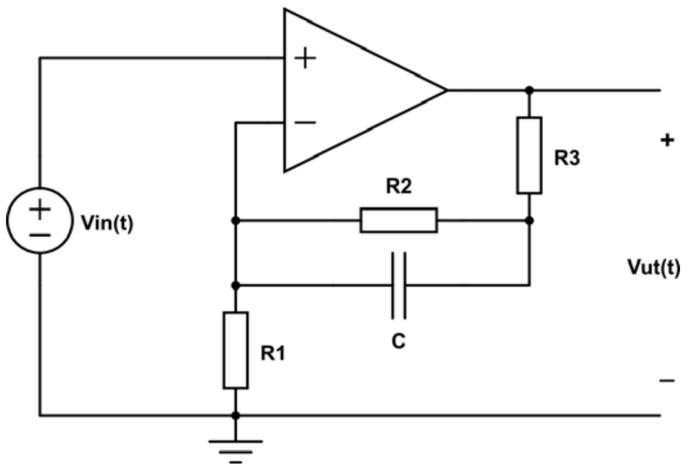
$$\mathrm{H}(\omega) = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_1} \cdot \frac{1 + j\omega C \cdot \dfrac{R_2(R_1 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}}{1 + j\omega C R_2}$$

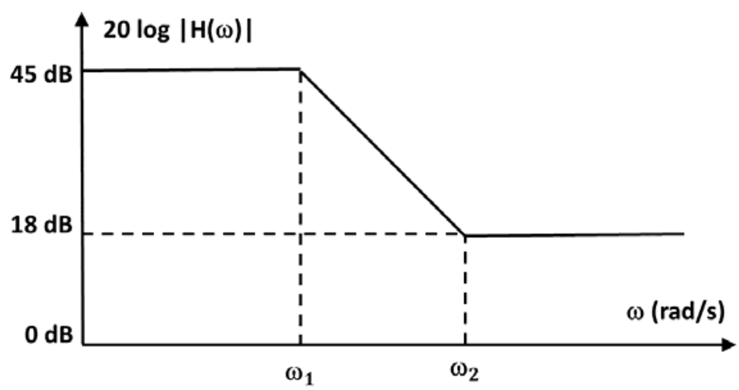
   a) I uttrycket $H(\omega) = K \cdot \frac{1+j\frac{\omega}{\omega_2}}{1+j\frac{\omega}{\omega_1}}$ är ω_1 och ω_2 brytvinkelfrekvenserna som syns i det asymptotiska Bodediagrammet. Ange ω_1 och ω_2 uttryckt i R1, R2, R3 och C.

   (1 p)

   b) Första brytvinkelfrekvensen är vid $\omega_1 = 2\pi \cdot 100 = 628$ rad/s. Beräkna de numeriska värdena för R1, R2, R3 och ω_2.

   (4 p)





   c) Förstärkarkretsen modifieras genom att byta ut kondensatorn mot en spole med induktansen L. Bestäm överföringsfunktion H(ω) för den nya kretsen. Uttryck svaret i R1, R2, R3, L och ω. Svaret ska vara skrivet på formen $H(\omega) = K \cdot \frac{1+j\frac{\omega}{\omega_2}}{1+j\frac{\omega}{\omega_1}}$.

   (3 p)

a) Från överföringsfunktionen får vi att $\omega_1 = 1/CR_2$ och $\omega_2 = \frac{1}{\frac{R_2(R_1+R_3)}{R_1+R_2+R_3}C} = \frac{R_1+R_2+R_3}{R_2(R_1+R_3)C}$

b) $\omega_1 = 2\pi \cdot 100 = 1/CR_2$

$$R_2 = \frac{1}{2\pi \cdot 100 \cdot \mathrm{C}} = 39789\ \Omega$$

Sätter vi ω=0 är H(0)=K och Bodediagrammet ger H(0)=45 dB

$K = \frac{R_1+R_2+R_3}{R_1} = 10^{\frac{45}{20}}$=177,8

Vid höga vinkelfrekvenser (>ω2) är C kortsluten så att $\frac{\mathrm{Vut}}{\mathrm{Vin}} = \frac{R_1+R_3}{R_1}$. Enligt Bodediagrammet har vi då $\frac{\mathrm{Vut}}{\mathrm{Vin}} = 10^{\frac{18}{20}}$=7,94

$$\frac{R_1 + R_3}{R_1} = 1 + \frac{R_3}{R_1} = 7{,}94$$

$R_3=6{,}94 \cdot R_1$

$$K = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_1} = \frac{R_1 + 39789 + 6{,}94 \cdot R_1}{R_1} = 177{,}8$$

$R_1=234\ \Omega$

$R_3=1626\ \Omega$

$\omega_2=14{,}1$ krad/s

c) $R_2//j\omega L \quad = \frac{R_2 \cdot j\omega L}{R_2+j\omega L} = \frac{j\omega L}{1+\frac{j\omega L}{R_2}}$

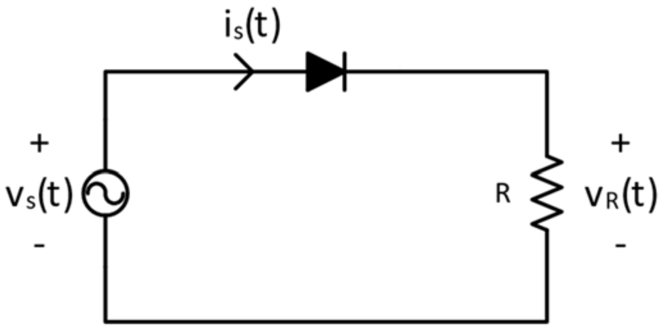
$$\mathrm{H}(\omega) = \frac{\mathrm{Vut}}{\mathrm{Vin}} = \frac{R_1 + R_3 + R_2//j\omega L}{R_1} = \frac{R_1 + R_3 + \frac{j\omega L}{1 + \frac{j\omega L}{R_2}}}{R_1} =$$

$$= \frac{R_1 + R_3 + \frac{j\omega L}{R_2}(R_1 + R_3) + j\omega L}{R_1(1 + \frac{j\omega L}{R_2})} =$$

$$= \frac{R_1 + R_3}{R_1} \cdot \frac{1 + j\omega L \cdot \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_2(R_1 + R_3)}}{1 + \frac{j\omega L}{R_2}}$$

Vi har nu överföringsfunktionen på den efterfrågade formen med $K = \frac{R_1+R_3}{R_1}$

6. En effektresistor är matad från en spänningskälla enligt kretsen nedan:



Dioden kan antas vara ideal.

a) Skissa vågformerna $v_s(t)$, $i_s(t)$ och $v_R(t)$ under en period. (1.5 p)

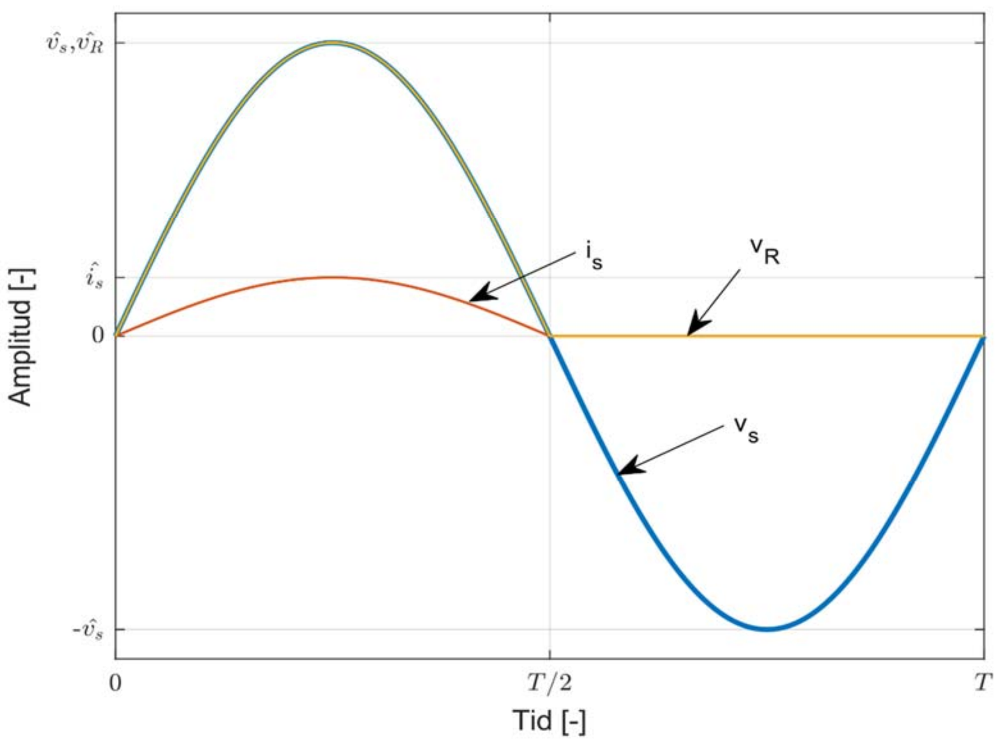
b) Givet att $v_s(t) = 100\sin(\omega t)$, $R = 50\ \Omega$ och $f = 50\ Hz$.
Beräkna amplituden på strömmen $i_s(t)$. (1 p)

c) Beräkna den genomsnittliga effektutvecklingen i resistorn. (2.5 p)

d) Resistorn sitter monterad på en kylfläns där omgivningstemperaturen är 25 °C. Den termiska resistansen mellan resistorn och kylflänsen är 900 mK/W samt mellan kylflänsen till omgivningen är 1.2 K/W. Beräkna temperaturen på kylflänsen.

Om du inte har löst uppgift c). kan du anta att effekten från resistorn är 75 W.
(2 p)

Lösningsförslag a).



b).

$v_s(t) > 0$ (dioden leder)

$$i_s(t) = \frac{v_s(t)}{R} = \frac{100\sin(\omega t)\ V}{50\ \Omega} = 2\sin(\omega t)\ A$$

$v_s(t) < 0$ (dioden leder inte)

$i_s(t) = 0\ A$

Amplituden på strömmen är 2 A.

c).

Effektutveckling under första halvperioden: (dioden leder)

$$P_1 = I_{s1,rms}{}^2 R = \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^2 50 = 100\ W$$

Effektutveckling under andra halvperioden: (dioden leder inte)

$$P_2 = I_{s2,rms}{}^2 R = 0^2 50 = 0\ W$$

Genomsnittlig effekt under perioden:

$$P_{avg} = \frac{1}{T}(P_1 T_1 + P_2 T_2) = \frac{1}{T}\left(100\frac{T}{2} + 0\frac{T}{2}\right) = 50\ W$$

d).

Temperaturen vid kylflänsen (T_{hs}) kan bestämmas från kretsen nedan som:

$$T_{hs} = T_a + P \cdot R_{th,hs-a} = 25°\text{C} + 50\ W \cdot 1.2\ °\text{C}/W = 85\ °\text{C}$$

$$(T_{hs} = T_a + P \cdot R_{th,hs-a} = 25°\text{C} + 75\ W \cdot 1.2\ °\text{C}/W = 115\ °\text{C})$$