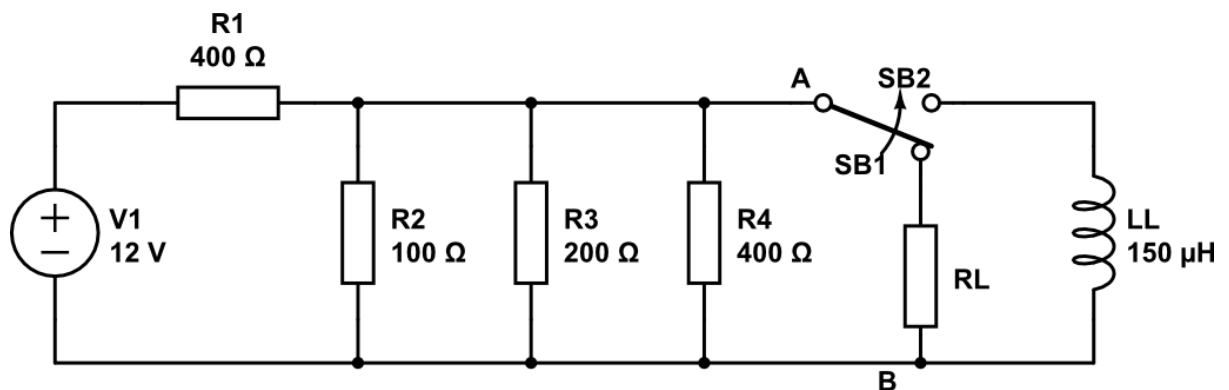


Tentamen Elektriska Kretsar och Elenergi för Z2 (RRY135).

2019-04-26, 14:00-18:00.

Institutionen för Rymd-, geo- och miljövetenskap.

1. Likströmskretsen på nästa sida består av en tvåpol A-B som kan anslutas till två olika laster genom en strömbrytare som kan skifta mellan två lägen, SB1 och SB2. SB1 kopplar in den resistiva lasten RL och SB2 kopplar in den induktiva lasten LL.
 - a) Resistanserna R2, R3 och R4 kan ersättas med en ekvivalenta resistans Rp. Bestäm värdet på Rp. (1 p)
 - b) Bestäm Thévenin-ekvivalenten till tvåpolen A-B. (2 p)
 - c) Med strömbrytaren i läge SB1, anpassa värdet på lasten RL så att vi får maximal effekt i lasten. (1 p)
 - d) Vilken ström går genom R3 när RL är inkopplad och anpassad? Om du inte fått fram ett värde på RL i c) så antag att $RL = R2$. (2 p)
 - e) Efter att strömbrytaren varit i lägen SB1 under en längre period kopplas den över till läge SB2. Vad är spänningen över den induktiva lasten LL (i) precis innan strömbrytaren kopplas till läge SB2, (ii) precis efter omkoppling till SB2 och (iii) efter att strömbrytaren varit i läge SB2 så länge att stationärtillstånd uppnåtts. (2 p)
 - f) Skriv uttrycket för strömmen genom LL. Sätt tidpunkten $t = 0$ då strömbrytaren kopplas till läge SB2. Rita även en kurva som visar strömmen genom LL som funktion av tiden t. (3 p)



a) $R_p = 400/7 = 57,1 \Omega$

b) $I_n = V1/R1 = 12/400 = 0,03 \text{ A}$

$$R_T = 400/8 = 50 \Omega$$

$$V_T = I_n * R_T = 0,03 * 50 = 1,5 \text{ V}$$

c) $RL = R_T = 50 \Omega$

d) $R_{tot} = 400 + 400/(7 + 8) = 426,7 \Omega$

$$I_{tot} = V1/R_{tot} = 12/426,7 = 0,028 \text{ A}$$

$$V_3 = V1 - I_{tot} * R1 = 12 - 0,028 * 400 = 0,75 \text{ V}$$

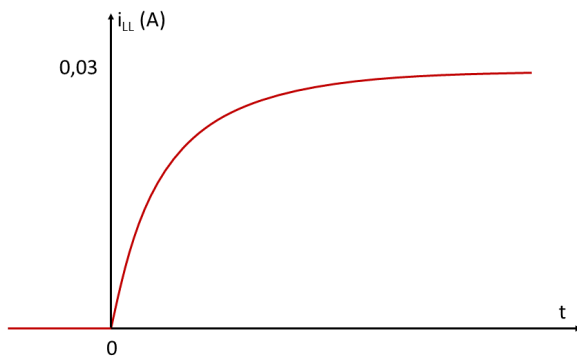
$$I_3 = V_3/R_3 = 0,75/200 = 0,00375 \text{ A}$$

e) (i) 0 V; (ii) 1,5 V; (iii) 0 V

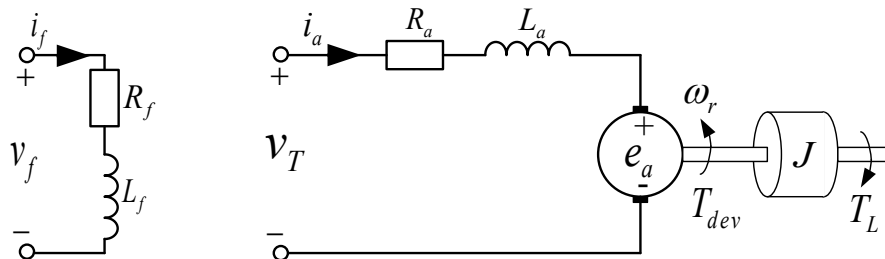
f) $\tau = LL/RT = 150 \cdot 10^{-6} / 50 = 3 \cdot 10^{-6} \text{ s} = 3 \mu\text{s}$

$t < 0 : i(t) = 0 \text{ A}$

$t \geq 0 : i(t) = 0,03 - 0,03 \cdot e^{-t/\tau} \text{ A}$



2. En separatmagnetiserad likströmsmotor driver en fläkt, som kan sägas ha ett lastmoment som är proportionellt mot varvtalet, $T_L = B \omega_m \text{ Nm}$. Vid märkdrift matas ankarlindningen och fältlindningen med 12V vardera från två separata omriktare, ankarströmmen är då 10A och tomgångsvarvtalet ($i_a=0$) är 5730 rpm. Fältlindningen har resistansen 10Ω och induktansen 200 mH, och ankarlindningen har resistansen $0,5 \Omega$ och induktansen 10 mH. Motor och last har tillsammans ett tröghetsmoment på $2 \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2$, och vid märkvarvtal är lastmomentet 80% av motorns märkmoment.



- a) Vid märkdrift, beräkna motorns flödeskonstant λ ($\lambda = k \cdot i_f \text{ Wb}$) och varvtal. (2p)
- b) När lasten är ansluten, beräkna det högsta varvtal som maskinen kan nå vid märkspänning på ankarkrets och fältkrets (om tidigare uppgift ej kunde lösas kan $\lambda=0.012 \text{ Wb}$ och $n_m=5570 \text{ rpm}$ användas). Hur stor är då ankarströmmen? (2p)
- c) Om fältspänningen sänks minskar motorns magnetisering, vilket gör att motorn kan rotera snabbare vid samma ankarmatning, men samtidigt producera ett något lägre vridmoment. Med samma last, hur snabbt kan motorn rotera utan att ankarspänningen på 12V och ankarströmmen på 10A överskrider? Och hur stor är då fältströmmen? (Om tidigare uppgift ej kunde lösas kan $\lambda=0.012 \text{ Wb}$ och $n_m=5570 \text{ rpm}$ användas vid märkdrift och $B=5 \cdot 10^{-4} \text{ Nm rad/s}$) (2p)
- d) Antag att det råder stationärtillstånd i fältlindningen vid märkspänning, men att ankarlindningen varit fränkopplad sin spänningskälla under lång tid. Plötsligt slås spänningsmatningen till och ankarlindningen kopplas omedelbart till 12V källan. Lasten är ansluten. Skissa hur ankarström och varvtal ser ut under startförloppet, och

beräkna approximativt strömmens högsta värde. Vad skulle ytterligare behöva tas hänsyn till för ett mer korrekt värde på max-strömmen? (2p)

a)

$$\text{Vid tomgång är } i_a = 0 \text{ A, vilket ger } v_T = \lambda \omega_r \Rightarrow \lambda = \frac{v_T}{\omega_r} = \frac{12}{5730 \cdot \pi / 30} = 0.02 \text{ Wb}$$

$$n_{\text{märk}} = \frac{v_T - R_a i_a}{\lambda} = \frac{12 - 0.5 \cdot 10}{0.02} = 350 \text{ rad/s} \quad 3342 \text{ rpm}$$

b)

$$\text{Antag stationärtillstånd: } v_T = R_a i_a + \lambda \omega_r$$

$$\text{Strömmen fås för aktuell last: } T_e = T_L \Rightarrow \lambda i_a = B \omega_r \Rightarrow i_a = \frac{B \omega_r}{\lambda}$$

Vi ser att vi behöver ett värde på B. Det kan vi få vid märkvarvtalet, då $T_L = B \omega_r = 80\%$ av $T_{e,\text{märk}}$

$$T_{e,\text{märk}} = \lambda i_{a,\text{märk}} = 0.02 \cdot 10 = 0.2 \text{ Nm}, \Rightarrow B = \frac{0.8 T_{e,\text{märk}}}{\omega_{r,\text{märk}}} = \frac{0.8 \cdot 0.2}{350} = 4.57 \cdot 10^{-4} \text{ Nm s/rad}$$

$$\text{Sätt nu in uttrycket för strömmen i spänningsekvationen ovan: } v_T = R_a \frac{B \omega_r}{\lambda} + \lambda \omega_r = \omega_r \left(\frac{R_a B}{\lambda} + \lambda \right)$$

$$\text{Och lös ut varvtalet: } \omega_r = \frac{v_T}{\frac{R_a B}{\lambda} + \lambda} = \frac{12}{\frac{0.5 \cdot 4.57 \cdot 10^{-4}}{0.02} + 0.02} = 381.86 \text{ rad/s} \quad 3647 \text{ rpm}$$

$$\text{Ankarströmmen i arbetspunkten: } i_a = \frac{B \omega_r}{\lambda} = \frac{4.57 \cdot 10^{-4} \cdot 381.86}{0.02} = 8.73 \text{ A}$$

Alternativ beräkning av B, varvtal och i_a , vid föreslaget värde på λ och märkvarvtal:

$$B = \frac{0.8 \cdot 0.012 \cdot 10}{5570 \cdot \pi / 30} = 1.65 \cdot 10^{-4} \text{ Nm s/rad}$$

$$\omega_r = \frac{12}{\frac{0.5 \cdot 1.65 \cdot 10^{-4}}{0.012} + 0.012} = 635.76 \text{ rad/s} \quad 6071 \text{ rpm}$$

$$i_a = \frac{1.65 \cdot 10^{-4} \cdot 635.76}{0.012} = 8.74 \text{ A}$$

c)

Nu arbetar vi ej i märkdriftpunkten, men vid stationärtillstånd är alltid $T_e = T_L \Rightarrow \lambda i_a = B \omega_r \Rightarrow$

$$\omega_r = \frac{\lambda i_a}{B}$$

Sätt in uttrycket för varvtalet i spänningsekvationen: $v_T = R_a i_a + \lambda \omega_r = R_a i_a + \lambda \frac{\lambda i_a}{B}$. Om vi sätt in max värden för ankarström och spänning kan vi beräkna vad flödeskonstanten bör vara. Så lös ut

$$\text{flödeskonstanten: } \lambda = \sqrt{\frac{B}{i_a} (v_T - R_a i_a)} = \sqrt{\frac{4.57 \cdot 10^{-4}}{10} (12 - 0.5 \cdot 10)} = 0.0179 \text{ Wb}$$

$$\text{Nu kan varvtalet beräknas enligt ovan till } \omega_r = \frac{\lambda i_a}{B} = \frac{0.0179 \cdot 10}{4.57 \cdot 10^{-4}} = 391.68 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad 3740 \text{ rpm}$$

För att slutligen beräkna fältströmmen bör vi först beräkna proportionalitetskonstanten mellan fältström och flödeskonstanten, $\lambda = k_f i_f$. Det kan vi göra med hjälp av märkdata: $k_f = \frac{\lambda}{i_f} = \frac{\lambda}{v_f / R_f} =$

$$\frac{0.02}{12/10} = 0.0167 \text{ Wb/A}, \text{ denna ändras inte vid fältförsvagning, ty den beror på motorns geometri.}$$

$$\text{Nu kan fältströmmen vid fältförsvagningen beräknas som: } I_f = \frac{\lambda}{k_f} = \frac{0.0179}{0.0167} = 1.07 \text{ A}$$

Alternativ beräkning av λ , k_f , varvtal och fältström vid föreslagna värden på λ , märkvarvtal och B:

$$\lambda = \sqrt{\frac{5 \cdot 10^{-4}}{10} (12 - 0.5 \cdot 10)} = 0.0187 \text{ Wb}$$

$$\omega_r = \frac{\lambda i_a}{B} = \frac{0.0187 \cdot 10}{5 \cdot 10^{-4}} = 374 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad 3571 \text{ rpm}$$

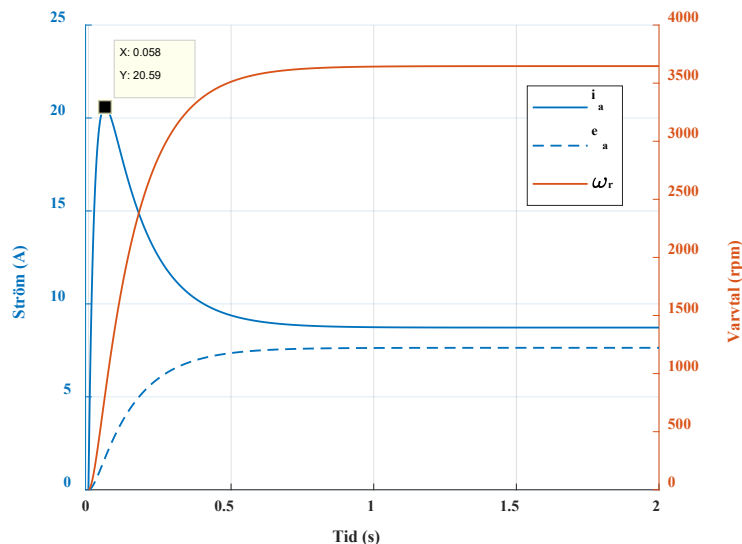
$$k_f = \frac{\lambda}{i_f} = \frac{\lambda}{v_f / R_f} = \frac{0.012}{12/10} = 0.01 \text{ Wb/A}$$

$$I_f = \frac{\lambda}{k_f} = \frac{0.0187}{0.01} = 1.87 \text{ A}$$

d)

Ankarström och varvtal skall se ut som i figuren nedan. Vid max-värdet på strömmen är $di/dt=0 \Rightarrow V_L=0$. Då begränsas strömmen av ankarresistansen $i_{a,\max}=V_T/R=12/0.5=24 \text{ A}$

För ett korrekt värde på max-strömmen bör även den inducerade spänningen vid aktuellt varvtal beaktas. Det gör att max-strömmen blir lite lägre än den approximativa beräkningen.



3. En sinusformad spänningskälla $v(t)=10\cos(\omega t)$ V är kopplad till en krets enligt figur. Antag att $L_2 = 3 \cdot L_1$ och $C_2=3 \cdot C_1$.

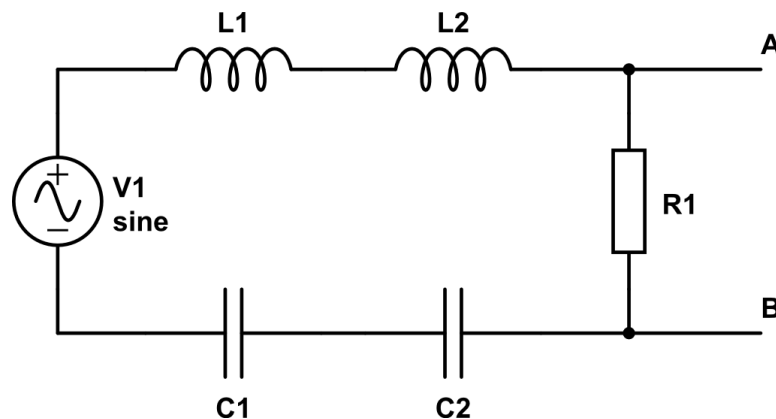
a) Beräkna inimpedansen $Z_{in}(\omega)$ som spänningskällan ser. Ange impedansen på rektangulär komplex form. (2 p)

b) Sätt in följande komponentvärden: $R_1=100 \Omega$, $L_1=2 \text{ mH}$ och $C_1=\frac{2}{3} \text{ mF}$ och beräkna inimpedansen $Z_{in}(\omega)$ för $\omega=5000 \text{ rad/s}$. Ange $Z_{in}(\omega)$ på polär komplex form. Är $Z_{in}(\omega)$ kapacitiv eller induktiv vid denna vinkelfrekvens? (2p)

c) Beräkna spänningen över R_1 $v_{R1}(t)$ i tidsplanet. Använd samma komponentvärden och vinkelfrekvens som i b). (2p)

- d) Vid en viss vinkelfrekvens $\omega = \omega_0$ uppstår resonans i kretsen. Beräkna ω_0 . Använd samma komponentvärden som i b).

Vad krävs för att resonans ska uppstå i en allmän resonanskrets? (2p)



$$a) Z_{in}(\omega) = j\omega L1 + j\omega L2 + R1 - \frac{j}{\omega C2} - \frac{j}{\omega C1} = R1 + j\omega(L1 + 3L1) - \frac{j}{\omega} \left(\frac{1}{C1} + \frac{1}{3C1} \right) = R1 + j(4\omega L1 - \frac{4}{3\omega C1})$$

$$b) |Z_{in}(\omega)| = \left(R1^2 + \left(4\omega L1 - \frac{4}{3\omega C1} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} = \left(100^2 + \left(4 \cdot 5000 \cdot 0,002 - \frac{4}{5000 \cdot 0,002} \right)^2 \right)^{1/2} = 107,6 \Omega$$

$$\arg(Z_{in}(\omega)) = \arctan \left(\frac{4\omega L1 - \frac{4}{3\omega C1}}{R1} \right) = \arctan \left(\frac{39,6}{100} \right) = 21,60^\circ = 0,377 \text{ rad}$$

$$Z_{in}(\omega) = 107,6 \cdot e^{j21,60^\circ} \Omega$$

Vid denna vinkelfrekvens är $Z_{in}(\omega)$ induktiv (eftersom fasvridningen är $>0^\circ$).

- c) Omvandla spänningen $v(t)$ till frekvensplanet: $V_1 = 10 e^{j0^\circ} \text{ V}$

$$\text{Beräkna strömmen } I_1 = \frac{V_1}{Z_{in}} = \frac{10 e^{j0^\circ}}{107,6 \cdot e^{j21,60^\circ}} = 0,0929 \cdot e^{-j21,60^\circ}$$

$$\text{Ohms lag ger } V_{R1} = I_1 \cdot R1 = 9,29 \cdot e^{-j21,60^\circ} \text{ V}$$

$$\text{Omvandla spänningen till tidsplanet: } v_{R1}(t) = 9,29 \cos(5000t - 21,60^\circ) \text{ V}$$

- d) Resonans uppstår då kretsens reaktans $X = 0$, dvs inimpedansen blir rent resistiv.

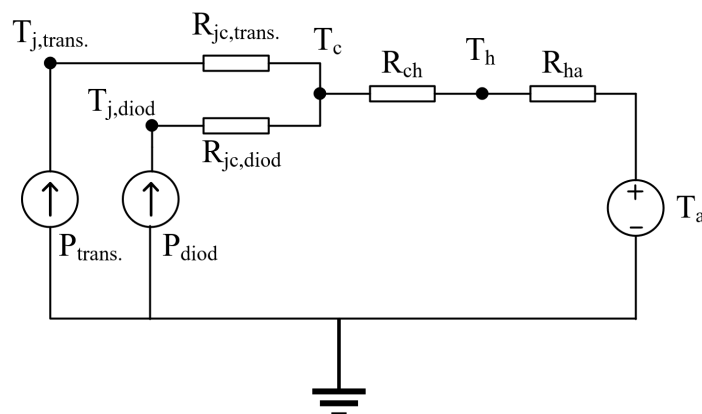
$$4\omega L1 - \frac{4}{3\omega C1} = 0$$

$$\omega^2 = \frac{4}{3C1 \cdot 4L1}$$

$$\omega_0 = \left(\frac{1}{3 \frac{0,002}{3} \cdot 0,002} \right)^{1/2} = \frac{1}{0,002} = 500 \text{ rad/s}$$

4. Din kompis vill ha hjälp med att designa en omvandlare för att ladda två seriekopplade likadana båt batterier med en solcellspanel bestående av 20 celler. Batterispänningen för ett batteri kan variera mellan 12V och 14V, och vid stark solinstrålning kommer solpanelen som högst ge en spänning på 10V och en ström på 3A. Ni har tillgång till en lämplig switch, diod och kondensator samt en induktans på 250 μH . Vid en viss tidpunkt är solinstrålningen maximal samtidigt som batterispänningen hos båda batterierna har sitt lägsta värde.
- Vilken av de två kraftelektroniska DC/DC omvandlare som behandlas i kursen skall du välja, motivera varför (1p)
 - Härled och beräkna duty cyclen i den nämnda tidpunkten. (2p)
 - Skissa strömmarna genom **switchen**, **dioden**, **kondensatorn**, och den resistiva **lasten**, samt spänningen över **switchen** och **induktansen**, för två switch perioder (T_{sw}), då switchfrekvensen är 200kHz. Markera relevanta värden på x- och y-axlar. Rita även schemat för omvandlaren (se formelsamlingen) och sätt ut de strömmar och spänningar som du ritat (3p).
 - Termiska kretsar kan analyseras på liknande sätt som elektriska där $P=\Delta T/R_{th}$ är analogt med ohms lag (P =effekt W, T = temperatur K eller $^{\circ}\text{C}$ och R_{th} =termisk resistans K/W). I det aktuella driftfallet har transistorn och dioden 1W i förluster var och egen inkapsling, men sitter på ett gemensamt kretskort som behöver en kylfläns, se termiska parametrar och krets nedan. I den aktuella tidpunkten, vilken är den högsta möjliga termiska resistansen för kylflänsen, för att varken transistorns eller diodens chiptemperatur skall överstiga 125°C , vid en omgivningstemperatur på 40°C i termiskt stationärtillstånd? Vilken av transistorn och dioden kommer att vara den dimensionerande komponenten, varför? (2p)

$R_{jc,trans}$: Kisel till kapsel, MOSFET	1.2 K/W
$R_{jc,diod}$: Kisel till kapsel, diod	1.5 K/W
R_{ch} : Kapsel till kylfläns, kretskort	0.5 K/W



- a) Eftersom solpanelens spänning alltid kommer att vara lägre än de två batterierna, oavsett solinstrålning, så behöver vi en upp-spänningsomvandlare (boost converter) från solpanelen till batteriet
- b) För att förenkla beräkningar antas det att omvandlaren arbetar i steady-state, kontinuerlig drift (CCM), samt att utspänningen är en ren DC-spänning ($v_o = V_o$).

Härledning av ett uttryck för relationen mellan in- och ut-spänning via duty-cylen görs genom att studera medelspänningen över induktansen. Eftersom omvandlaren arbetar i steady-state måste detta medelvärde över en period vara lika med noll. Under den tid som switchen leder kommer spänningen över induktansen att vara lika med inspänningen ($v_L = V_{in}$) och under den tid som switchen ej leder kommer spänningen över induktansen att vara lika med inspänningen minus utspänningen ($v_L = V_{in} - V_{ut}$).

$$V_L = \frac{1}{T} \int_0^T v_L dt = \frac{1}{T} \int_0^{DT} V_{in} dt + \frac{1}{T} \int_{DT}^T V_{in} - V_{ut} dt =$$

$$= \frac{1}{T} (V_{in}DT + (V_{in} - V_{ut})(T - DT)) = V_{in} + V_{ut}(1 - D) = 0$$

$$V_{ut} = \frac{1}{(1 - D)} V_{in} \rightarrow D = \frac{V_{in} - V_{ut}}{V_{ut}}$$

I det aktuella driftfallet är V_{in} (solpanelen) 10V och V_{ut} (batteripaketet) 12V. Det ger duty cyclen

$$D = 1 - \frac{V_{in}}{V_{ut}} = 1 - \frac{10}{24} = 0.583$$

- c) Nedan syns strömmarna genom **switchen**, **dioden**, **kondensatorn**, och den resistiva **lasten**, samt spänningen över **switchen** och **induktansen**

Vi antar en stor C, så lastströmmen är näst intill konstant.

SW leder:

Antag ideal switch, då är dess spänningsfall =0

$V_L = V_{in} > 0$ och konstant $\Rightarrow di_L/dt > 0$ och konstant, det betyder att strömmen genom L och switch ökar linjärt.

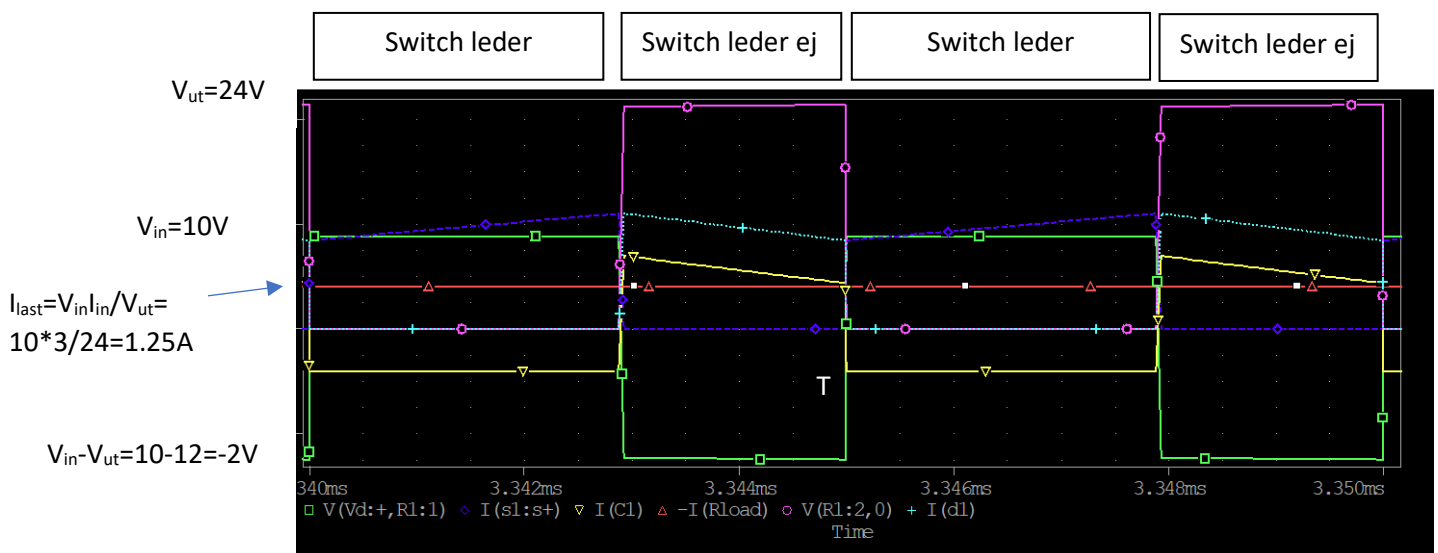
Dioden leder ej, så dess ström är noll. Då förser kondensatorn lasten med ström, så $i_c = -i_{last} \approx$ konstant så kondensatorn laddas ur.

SW leder ej:

Antag ideal switch, då är dess ström =0

$V_L = V_{in} - V_{ut} < 0$ och konstant $\Rightarrow di_L/dt < 0$ och konstant, det betyder att strömmen genom L och diod minskar linjärt.

Dioden leder, så dess spänningsfall är noll, och dess ström förser både lasten och kondensatorn som laddas upp.



d)

Eftersom både transistorn och dioden sitter på samma kretskort och kylfläns, har de samma kapseltemperatur. Därmed kommer den komponent med högst ΔT över sig att vara den komponent som kommer att nå 125°C först.

$$\Delta T_{\text{transistor}} = 1\text{W} \cdot 1.2 \text{ K/W} = 1.2 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{\text{diod}} = 1\text{W} \cdot 1.5 \text{ K/W} = 1.5 \text{ }^\circ\text{C} \quad \text{--- dioden är dimensionerande}$$

Det termiska nätverket ger oss följande ekvation:

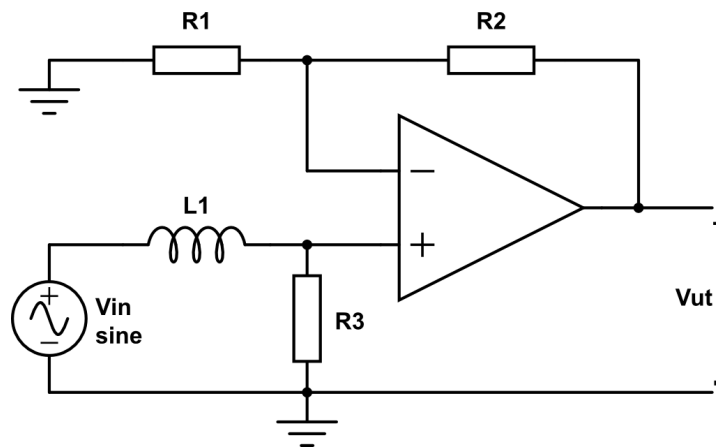
$$T_{j,\text{diod}} = P_{\text{diod}} \cdot R_{j\text{c,diod}} + (P_{\text{diod}} + P_{\text{trans}}) \cdot (R_{\text{ch}} + R_{\text{ha}}) + T_a$$

$$R_{\text{ha}} \leq (T_{j,\text{diod}} - P_{\text{diod}} \cdot R_{j\text{c,diod}} - (P_{\text{diod}} + P_{\text{trans}}) R_{\text{ch}} - T_a) / (P_{\text{diod}} + P_{\text{trans}}) = (125 - 1 \cdot 1.5 - 2 \cdot 0.5 - 40) / 2 = 41.25 \text{ K/W}$$

En högre termisk resistans skulle leda till en för hög chip temperatur i dioden i detta driftfall.

5. En sinusformad spänningskälla $v_{\text{in}}(t) = 2\cos(\omega t)$ V med variabel vinkelfrekvens ω är kopplad till en op-krets enligt figur. Parametervärden: $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 9 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 50 \text{ }\Omega$, och $L_1 = 250 \text{ }\mu\text{H}$. Operationsförstärkaren kan antas vara ideal.

- Bestäm överföringsfunktionen $H(\omega) = V_{\text{ut}}/V_{\text{in}}$. (3 p)
- Skissa ett Bodediagram för beloppet av $H(\omega)_{\text{dB}}$. Ange värdet på maximal förstärkning (i dB) och värdet/värdena på brytfrekvensen/erna. (2 p)
- Vilken typ av filter representerar kretsen? Motivera svaret. (1 p)
- Bestäm utspänningen $v_{\text{ut}}(t)$ för $\omega = 20 \text{ krad/s}$. (2 p)



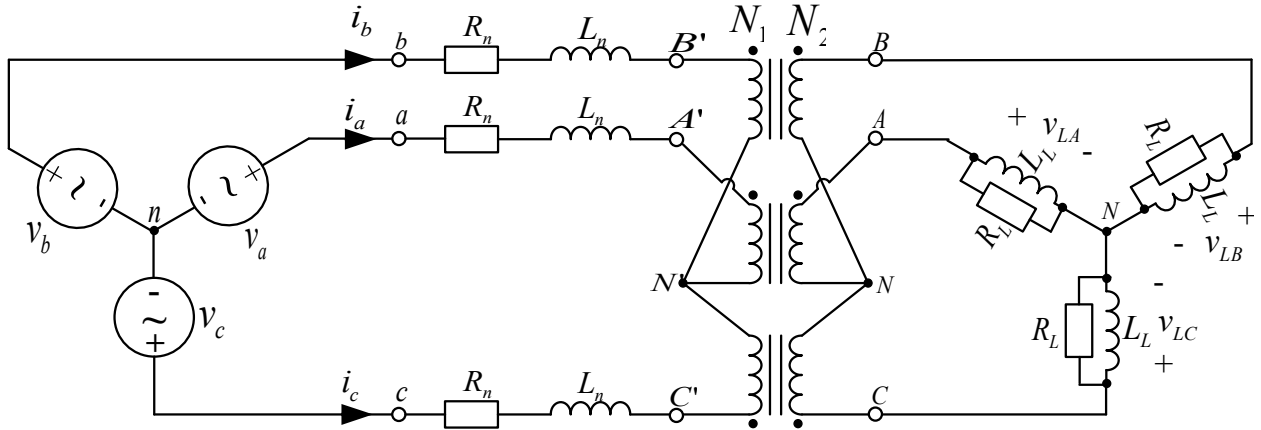
a)
$$H(\omega) = 10 \frac{1}{1 + \frac{j\omega}{2 \cdot 10^5}}$$

b) Plot

c) Lågpas eftersom vi har 10 gångers förstärkning på låga frekvenser och en förstärkning som minskar med ökande vinkelfrekvens.

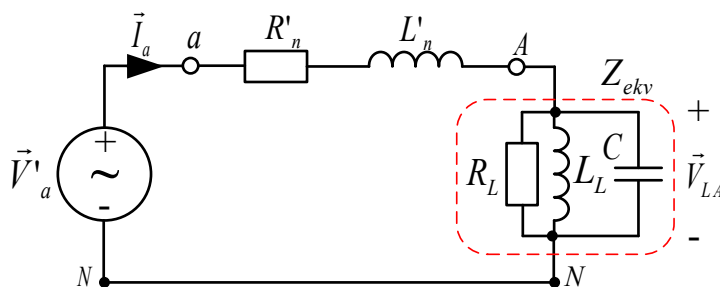
d) Magnituden av $H(20000) = 9,95$ och fasförskjutningen $-5,71^\circ$
 $V_{\text{ut}} = 19,9 \cos(20000t - 5,71^\circ) \text{ V}$

6. Ett elnätbolag vill ha hjälp av dig att faskompensera en induktiv 3-fas last som är ansluten till deras 10 kV nät enligt figuren nedan. I figuren nedan visas tre Thévenin ekvivalenta kretsar, en för varje fas, av elnätet i anslutningspunkten för lasten. Transformatorerna kan antas vara ideala med omsättningstal $n = N_1/N_2 = 10/0.4$. Nätspanningen är 10 kV RMS huvudspänning 50 Hz, nätimpedansen är $R_n=50 \Omega$, $L_n=0.4 \text{ H}$ och lastimpedansen är $R_L=10 \Omega$, $L_L=25 \text{ mH}$.



- Beräkna den aktiva och reaktiva effekten ifrån spänningskällan och spänningen över lasten utan faskompensering. (3p)
- Faskompensera nu lasten så att $\cos\varphi$ för lasten blir 1 och beräkna värdet på den komponent du använder för faskompenseringen (2p)
- Beräkna de aktiva effektförlusterna i elnätet både med och utan faskompensering. Hur stor är ökningen eller minskningen av förlusterna procentuellt sett med faskompensering jämfört med fallet utan? (2p)

- a) Eftersom lasten är balanserad, och vi antar att även källan är balanserad, räcker det med att räkna på en fas, men inte glömma de andra faserna vid beräkning av totaleffekter. Vi kan därmed rita kretsen som en ekvivalent en-fas-krets. Då ansluts nollpunkten i källan med nollpunkten i transformatorn primärsida, $n-N'$, och nollpunkten för transformatorns sekundärsida ansluts med lastens nollpunkt, $N-N$. Efter detta impedanstransformeras nätimpedanserna till transformatorns sekundärsida och spänningskällan transformeras till sekundärsidan. Den nya kretsen visas i figuren nedan där även kompenseringens kondensatorn för deluppgift b) och c) ritats in, den ska bortses från i uppgift a)



Vi börjar med att beräkna last impedansen

$$R_L = 10 \Omega, \quad L_L = 25 \text{ mH} \Rightarrow Z_L = j\omega L_L = j2\pi 50 \cdot 25 \cdot 10^{-3} = j7.85 \Omega$$

Transformerar över nät impedanserna och nätspänningen till sekundärsidan

$$R'_n = \frac{R_n}{n^2} = \frac{50}{\left(\frac{10}{0.4}\right)^2} = 80 \text{ m}\Omega, \quad L'_n = \frac{L_n}{n^2} \Rightarrow Z'_n = j\omega L'_n = \frac{j2\pi 50 \cdot 0.4}{\left(\frac{10}{0.4}\right)^2} = j0.20 \Omega$$

$$\vec{V}'_a = \frac{V_{LL}}{\sqrt{3}n} \angle 0^\circ = 231 \angle 0^\circ \text{ V}$$

Beräkna slutligen den ekvivalenta last impedansen

$$Z_{ekv} = \frac{R_L Z_L}{R_L + Z_L} = \frac{10 \cdot j7.85}{10 + j7.85} = 3.82 + j4.86$$

Beräkna strömmen på transformatorns sekundärsida:

$$\vec{I}'_a = \frac{\vec{V}'_a}{R'_n + Z'_n + Z_{ekv}} = \frac{231 \angle 0^\circ}{0.080 + j0.20 + 3.82 + j4.86} = \frac{231 \angle 0^\circ}{3.9 + j5.06} = \frac{231 \angle 0^\circ}{6.38 \angle 52.4^\circ} = 36.2 \angle -52.4^\circ \text{ A}$$

Källan avger följande effekter:

$$P_n = 3 \operatorname{Re}\{\vec{V}'_a \vec{I}'_a^*\} = 3 \operatorname{Re}\{231 \angle 0^\circ \cdot 36.2 \angle 52.4^\circ\} = 15.3 \text{ kW}$$

$$Q_n = 3 \operatorname{Im}\{\vec{V}'_a \vec{I}'_a^*\} = 3 \operatorname{Im}\{231 \angle 0^\circ \cdot 36.2 \angle 52.4^\circ\} = 19.9 \text{ kVAR}$$

$$\vec{V}_{LA} = \frac{Z_{ekv} \vec{V}'_a}{R'_n + Z'_n + Z_{ekv}} = \frac{3.82 + j4.86}{3.9 + j5.06} 231 \angle 0^\circ = \frac{6.18 \angle 51.8^\circ}{6.39 \angle 52.4^\circ} 231 \angle 0^\circ = 223.4 \angle -0.55^\circ \text{ V}$$

b) För att faskompensera en induktiv last (som är parallellkopplad med en resistans) kopplar vi en kondensator parallellt med lasten, som visas i figuren ovan. Värdet på kapacitansen skall vara så att dess impedans blir lika stor som last-induktansens impedans. Detta gör att kapacitansen producerar lika mycket reaktiv effekt som induktansen konsumerar och lasten får en effektfaktor lika med ett.

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = -j \frac{1}{\omega C} = -j|Z_L| \Rightarrow C = \frac{1}{\omega|Z_L|} = \frac{1}{2\pi 50 \cdot 7.85} = 405 \mu\text{F}$$

c)

$$\text{Effektförlusterna i nätet utan kondensator } P_{\text{loss},Rn} = 3R'_n |\vec{I}'_a|^2 = 3 \cdot 0.080 \cdot 36.2^2 = 314.0 \text{ W}$$

Beräknar sedan den ekvivalenta last-impedansen med kondensatorn

$$Z_C = -j|Z_L| = -j7.85 \Omega$$

$$Z_{ekv} = \frac{1}{\frac{1}{R_L} + \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_C}} = \frac{1}{\frac{1}{9} + \underbrace{\frac{1}{j7.85} + \frac{1}{-j7.85}}_{=0}} = 10 \Omega$$

$$\vec{I}'_a = \frac{\vec{V}'_a}{R'_n + Z'_n + Z_{ekv}} = \frac{231 \angle 0^\circ}{0.080 + j0.20 + 10} = \frac{231 \angle 0^\circ}{10.080 + j0.20} = \frac{231 \angle 0^\circ}{10.08 \angle 1.14^\circ} = 22.92 \angle -1.14^\circ \text{ A}$$

$$P_{\text{loss},Rn,C} = 3R'_n |\vec{I}'_a|^2 = 3 \cdot 0.080 \cdot 22.9^2 = 125.86 \text{ W}$$

Effektförlusterna i nätet minskar med faskompensering $(125.9-314)/314=-60\%$