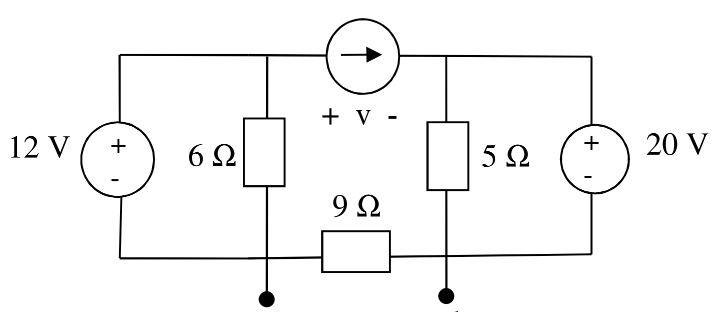
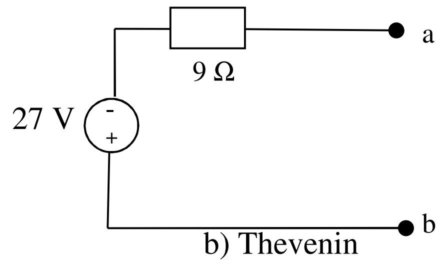
Kortfattade lösningsförslag RRY135, 2018-08-21.

1) Kretsen nedan innehåller 3 DC källor och 3 resistanser.

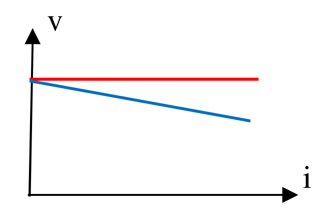
a) Bestäm effekten som varje källa i kretsen avger eller mottar (P_{12V}, P_{20V}, och P_{3A}). (4p)
b) Bestäm Thevenin-ekvivalenten till tvåpolen a-b. (3p)
c) Skissa v-i karakteristiken för en ideal spänningskälla och en ideal strömkälla. Hur skiljer sig karakteristiken från en verklig källa? (2p)



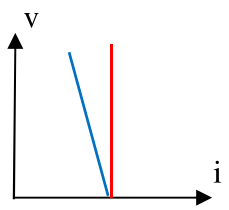


b) Thevenin

Lösning:
a) Effekten som källorna avger/mottar ges av p=vi där v är spänningen över källan och i strömmen genom källan. Ström in vid + (samordnade referens-riktningar) ger mottagen effekt om p>0, ström in vid – ger avgiven effekt om p>0. Beräkna spänningen v över strömkällan. KVL ger spänningen v enligt: -12V+v+20V+9Ω·3A=0 => v=-35 V. Strömkällan mottar alltså (ström in vid +) P_{3A}=-35V·3A=-105 W, dvs strömkällan avger P_{3A}=105 W. Vi söker nu strömmen genom spänningskällorna. KCL i nod a ger: i_{12V}=12V/6Ω+3A => i_{12V}=5 A. Spänningskällan avger P_{12V}=12V·5A=60W. Strömmen genom 20V källan fås av KCL i nod b: 3A=20V/5Ω+i_{20V} => i_{20V}=-1 => P_{20V}=20W avgiven effekt.
b) Thevenin-ekvivalent utgörs av spänningskälla v_t i serie med resistans R_t. Tomgångsspänningen ges av v_t=v_{ba}=3A·9Ω=27 V (+pol mot nod b). Nollställ källorna => R_t utgörs av 9 Ω (övriga resistanser kortsluts och nollställd strömkälla är ett avbrott) => R_t=9 Ω.
c) v-i karakteristik för ideal spänningskälla och strömkälla och verklig källa:
Den ideala spänningskällan håller v=konstant över sina poler oberoende av strömmen genom spänningskällan (kan alltså leverera hur mycket effekt som helst), för den verkliga spänningskällan minskar v för ökande ström.
Den ideala strömkällan håller i=konstant genom strömkällan oberoende av spänningen över strömkällan (kan alltså leverera hur mycket effekt som helst), för den verkliga strömkällan minskar i för ökande spänning.

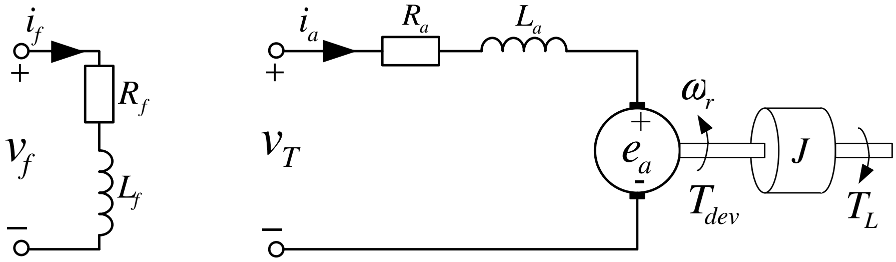


Ideal kontra verklig spänningskälla



Ideal kontra verklig strömkälla

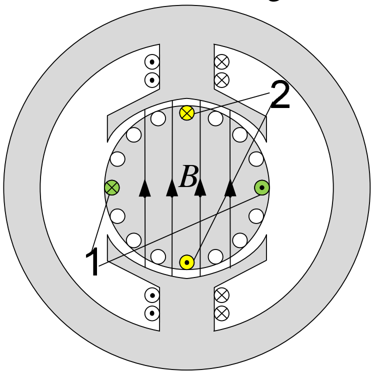
2. En separatmagnetiserad likströmsmaskin enligt figuren nedan har parametrarna: R_a=1.5 Ω, L_a=1.5 mH, R_f=200 Ω och L_f= 800 mH. Märkdata för maskinen är: V_T=200 V, I_a=12 A, n_m=950 rpm och V_f=200 V.



a) Det sammanlänkade flödet för maskinen, $\lambda=K\phi=k_f i_f$, är proportionellt mot fältströmmen. För märkdata beräkna proportionalitetskonstanten k_f. (2p)

b) Maskinen driver en omrörare med ett lastmoment proportionellt mot varvtalet, $T_L=B\omega_m$, och vid märkvarvtal är lastmomentet lika med 85% av märkmomentet. Beräkna det högsta varvtalet som maskinen kan nå vid märkspänning på ankarkrets och fältkrets samt beräkna maskinens verkningsgrad vid detta varvtal inkluderat förlusterna i fältkretsen (3p).

c) I figuren nedan visas en genomskärning av den separatmagnetiserade likströmsmaskinen med två olika ankarlindingar markerade, 1 och 2.



Vilken lindning, 1 eller 2, skall användas för att ett moment skall skapas? Vilket håll kommer momentet att vrida rotorn? I vilken lindning induceras det högst spänning? Vilken del i likströmsmaskinen ser till att rätt ankarlindning används? Inga beräkningar behövs göras men svaren behöver motiveras. (3p)

Lösning: a)

Det sammanlänkade flödet för maskinen, λ=Kϕ, är proportionellt mot fältströmmen, detta ger att

$$\lambda = K\phi = k_f i_f \Rightarrow E_a = \omega_r \lambda = \omega_r k_f i_f = v_T - R_a I_a \Rightarrow k_f = \frac{v_T - R_a I_a}{\omega_r i_f} \qquad i_f = \frac{v_f}{R_f}$$

Använd värdena angivna för märkdrift

$$k_f = \frac{200 - 1.5 \cdot 12}{950 \frac{\pi}{30} \frac{200}{200}} = 1.829 \text{ Wb/A}$$

b) Börjar med att beräkna lastmomentet. Märklastmoment för motorn är

$$T_{e,rated} = k_f i_{f,rated} i_{a,rated} = k_f \frac{v_{f,rated}}{R_f} i_{a,rated} = 1.829 \frac{200}{200} 12 = 21.9 \text{ Nm}$$

Lastmomentet $T_L = B\omega_r \Longrightarrow B = \frac{T_L}{\omega_r} = \frac{0.75 T_{e,rated}}{\omega_{r,rated}} = \frac{0.85 \cdot 21.9}{950 \frac{\pi}{30}} = 0.187$ Nms/rad

$$T_L = 0.187\omega_r \text{ Nm}$$

Lastmomentet och det utvecklade momentet måste vara lika, detta ger att

$$T_L = B\omega_r = T_e = k_f i_f i_a \Longrightarrow i_a = \frac{0.187\omega_r}{k_f i_f}$$

Maskinen matas med märkspänning

$$v_T = v_{T,rated} = R_a i_a + \omega_r k_f i_f = R_a \frac{0.187\omega_r R_f}{k_f v_f} + \frac{\omega_r k_f v_f}{R_f} \Rightarrow$$

$$\omega_r = \frac{v_{T,rated}}{R_a \frac{0.187 R_f}{k_f v_f} + \frac{k_f v_f}{R_f}} = \frac{200}{1.5 \frac{0.187 \cdot 200}{1.829 \cdot 200} + \frac{1.829 \cdot 200}{200}} = 100.9 \text{ rad/s} = 963 \text{ RPM}$$

Beräkna ankarströmmen

$$i_a = \frac{0.187\omega_r}{k_f i_f} = \frac{0.187 \cdot 100.9}{\frac{1.829 \cdot 200}{200}} = 10.3 \text{ A}$$

Verkningsgraden inkluderat fältkretsen

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \cdot 100\% = \frac{T_L \omega_r}{v_T i_a + v_f i_f} \cdot 100\% = \frac{B\omega_r^2}{v_{T,rated} i_a + \frac{v_{f,rated}^2}{R_f}} \cdot 100\%$$

$$= \frac{0.187 \cdot 100.9^2}{200 \cdot 10.3 + \frac{200^2}{200}} \cdot 100\% = 84.2\%$$

d)

Med högerhandsregeln fås för lindning 2, vänstra ledaren fås en kraft riktad mot höger och för högra ledaren fås en kraft riktad mot vänster. Detta ger ingen kraft som skapar ett moment. För lindning 1, den övre ledaren fås en kraft riktad mot höger och för den nedre ledaren en kraft riktad mot vänster. Dessa två krafter skapar ett moment som vill rotera rotorn medurs. Detta ger att lindnig 2 skall användas för att ett moment skall skapas.

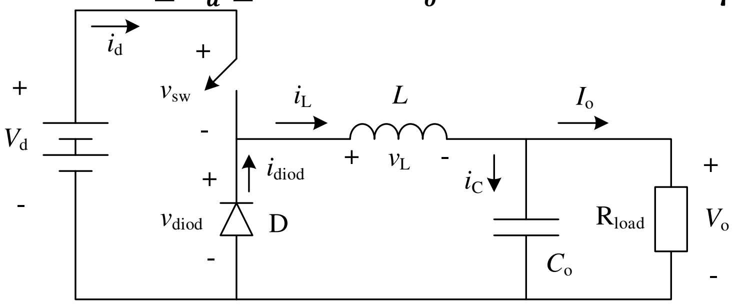
Högst spänning induceras i lindning 2 på grund av att det är för denna lindning som arean mot flödesriktningen ändras mest vid en liten vinkelförändring. Det är denna förändring av yta som ger upphov till förändringen av flödestätheten i lindningen och därmed ger en inducerad spänning.

Det är kommutatorn och kolborstarna som ser till att rätt lindning kopplas in när maskinen roterar.

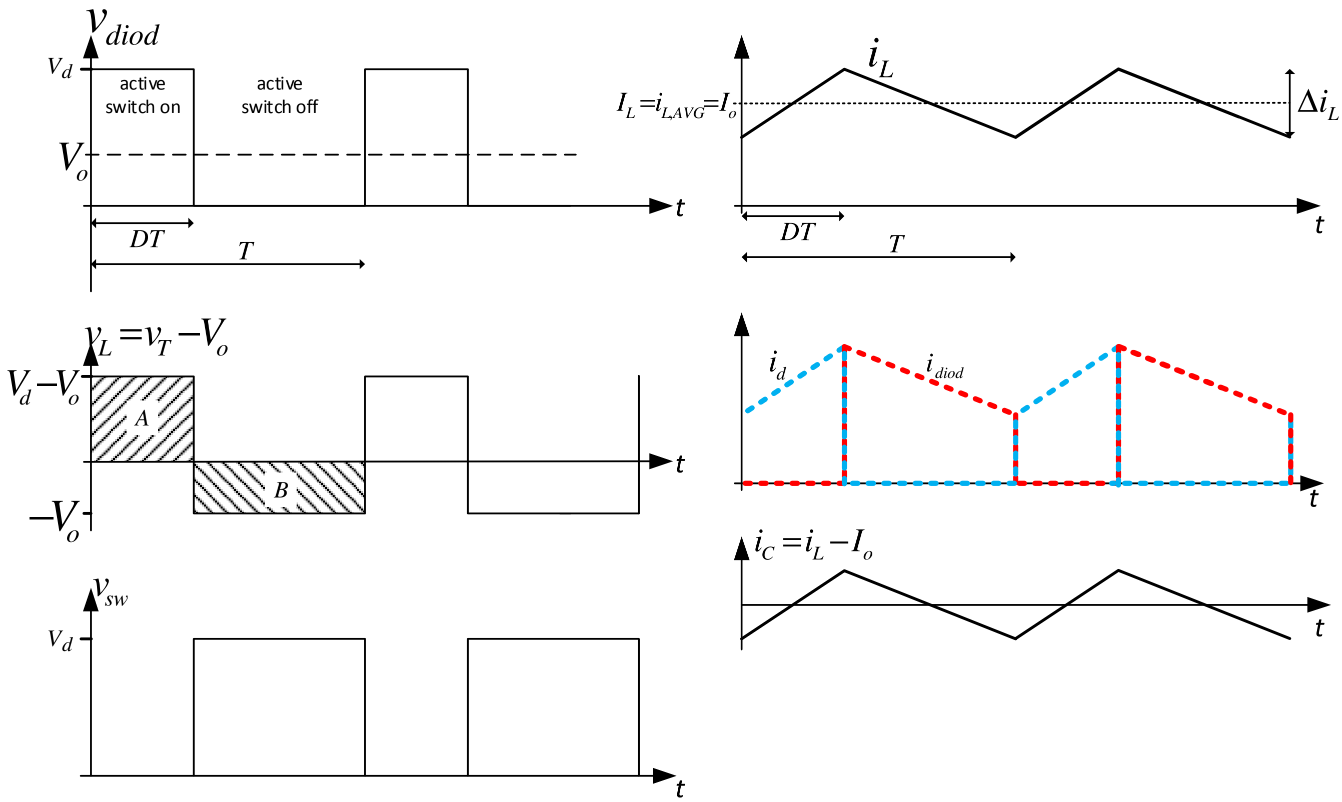
3. Betrakta nedanstående buck-omriktare. Antag att den går i CCM.
   a) Skissera strömmarna $i_c(t)$, $i_d(t)$ och $i_{diod}(t)$ samt spänningarna $v_L(t)$, $v_{diod}(t)$ och $v_{sw}(t)$ för två switch perioder (T_{sw}). (3p)

   b) Härled ett utryck för duty cyclen (D) för omriktaren som en funktion av inspänningen (V_d) och utspänningen (V_0). (2p)

$\mathbf{30V \leq V_d \leq 40V}$ $\quad$ $\mathbf{V_o = 12V}$ $\quad$ $\mathbf{L = 200\mu H}$ $\quad$ $\mathbf{C_o = 330\mu F}$ $\quad$ $\mathbf{T_{sw}=25\mu s}$



Lösning:
Antar följande för alla uppgifter: CCM, C mycket stor, stationärtillstånd samt Förlustfri omriktare.
a)



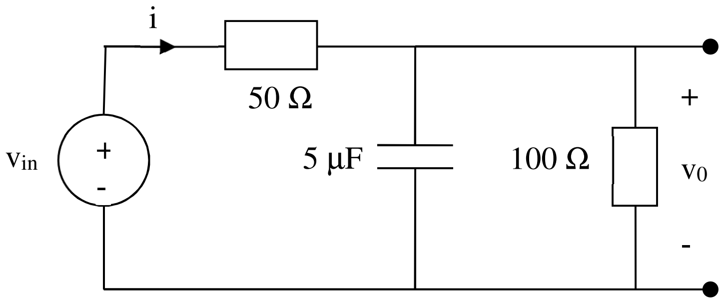
b) Detta görs genom att studera medelspänningen över induktansen. Eftersom omvandlaren arbetar i steady-state måste medelvärdet över en period vara lika med noll.

$$V_L = 0 = \frac{1}{T_s}\int_0^{T_s} v_L(t)dt = \frac{1}{T_s}\int_0^{DT_s} V_d - V_o dt + \frac{1}{T_s}\int_{DT_s}^{T_s} -V_o dt = \frac{1}{T_s} DT_s(V_d - V_o) - \frac{1}{T_s}(T_s - DT_s)V_o \Rightarrow$$

$$0 = DV_d - V_o \Rightarrow V_o = DV_d$$

4. En växelspänningskälla v_{in}=5cos(ωt) V med ω=2000 rad/s är ansluten till en krets enligt figur.

   a) Transformera till frekvensplanet med motsvarande komplexa storheter angivna. (1p)
   b) Beräkna inimpedansen som spänningskällan ser. (2p)
   c) Bestäm strömmen i(t) och spänningen v_0(t) (i tidplanet). (3p)
   d) Antag att spänningskällans vinkelfrekvens ω varieras. Bestäm överföringsfunktionen $H(f)=V_0/V_{in}$. Vilken typ av filter är detta? Förklara! Beräkna även filtrets brytfrekvens. (3p)



Lösning:

a) Transformera till komplexa planet: ω=2000 rad/s => V_{in}=5 V, $Z_C=1/j\omega C=-j100\ \Omega$.

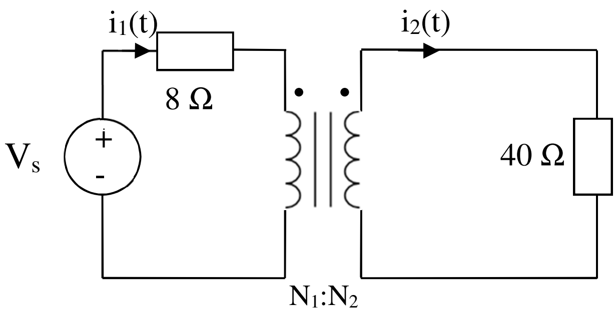
b) $Z_{in}=50+Z_{par}=50+R/(1+j\omega RC)=50+100/(1+j) = 50+50(1-j)$ => $\underline{Z_{in}=100-j50\ \Omega}$.

c) $I=V_{in}/Z_{in}=5/(100-j50)=44.7e^{j26.57°}$mA => $\underline{i(t)=\text{Re}\{I_L e^{j2000t}\}=44.7\cos(2000t+26.57°)\text{ mA}}$. Spänningsdelning ger $V_0=V_{in}\cdot Z_{par}/(50+Z_{par})=5(50-j50)/(100-j50) = 5\cdot(1-j)/(2-j) =(1-j)(2+j)=3-j=3.16e^{-j18.43°}$ V => $\underline{v_0(t)=3.16\cos(2000t-18.43°)\text{ V}}$.

d) Vi behåller ω-beroendet i $Z_{par}=R/j\omega C\cdot 1/(R+1/j\omega C)=R/(1+j\omega RC)=100/(1+j\omega 500\cdot 10^{-6})$. Spänningsdelning ger $H=V_0/V_{in}=Z_{par}/(50+Z_{par})=1/(50/Z_{par}+1)= 1/(1+0.5(1+j\omega 500\cdot 10^{-6})=$ $1/(1.5+j\omega 0.25\cdot 10^{-3})= 1/1.5\cdot 1/(1+j\omega 0.17\cdot 10^{-3})=2/3\cdot 1/(1+j\omega/\omega_c)$ där ω_c=6000 rad/s. Detta är ett lågpassfilter med brytvinkelfrekvens ω_c=6000 rad/s.

5. En sinusformad spänningskälla $v_s(t)=48\cos(100t+114°)$ V är ansluten till en last på 40 Ω via en transformator enligt figur. Transformatorn kan antas vara ideal med omsättningstal $n=N_1/N_2=3/2$.

   a) Beräkna strömmarna $i_1(t)$ och $i_2(t)$. (3p)
   b) Beräkna den aktiva effekt som lasten på 40 Ω mottar. (2p)
   c) Antag att transformatorns omsättningstal n kan varieras fritt. Bestäm det omsättningstal som maximerar den aktiva effekten i lasten. Hur stor blir den maximala effekten i lasten? (3p)



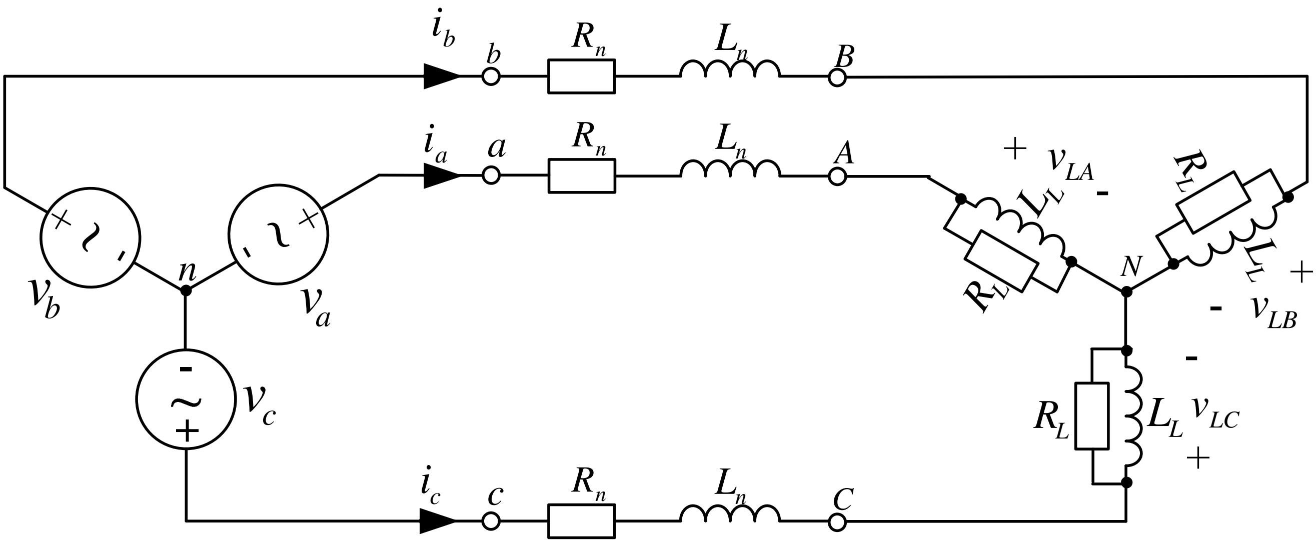
Lösning:

a) Spegla lasten till primärsidan: $Z'=n^2Z=(3/2)^2 40\ \Omega=90\Omega$. Totala impedansen som spänningskällan ser blir då $Z_{in}=8\Omega+90\Omega=98\Omega$. Strömmen i primärkretsen blir $I_1=V_s/Z_{in}=48e^{j114°}/98=0.49e^{j114°}$ A => $i_1(t)=0.49\cos(100t+114°)$ A. Transformatorekvationer ger $N_1I_1-N_2I_2=0$ => $i_2=N_1/N_2 i_1$=> $i_2(t)=0.74\cos(100t+114°)$ A.

b) Aktiva effekten som resistansen $R=40\Omega$ mottar är $P = 0.5R|I_2|^2 =10.8$ W (alternativt beräkna hur stor effekt P' som går till den speglade lasten eftersom P'=P, effekten till den speglade lasten är densamma som till lasten eftersom transformatorn är ideal och inte upptar någon effekt).

c) Välj omsättningstal n så att $Z'=n^2Z=8\Omega$ enligt anpassningssatsen. Vi får då $n^2=8/40=0.2$=>$n=0.45$. Strömmen i primärkretsen blir nu $I_1=V_s/(8+8)= 48e^{j114°}/16=3e^{j114°}$ A. Effekten blir $P'=P=0.5R'|I_1|^2=36$ W.

6. Ett företag vill ha hjälp av dig att faskompensera en induktiv 3-fas last. I figuren nedan visas tre Thévenin ekvivalenta kretsar, en för varje fas, av elnätet i anslutningspunkten för lasten. Tomgångsspänningen är 400 V RMS huvudspänning 50 Hz, nätimpedansen är R_n=0.25 Ω, L_n=3.18 mH och lastimpedansen är R_L=25 Ω, L_L=63.7 mH.



a) Beräkna den aktiva och reaktiva effekten ifrån spänningskällan, spänningsamplituden över lasten samt aktiva effektförlusterna i elnätet utan faskompensering. (3p)

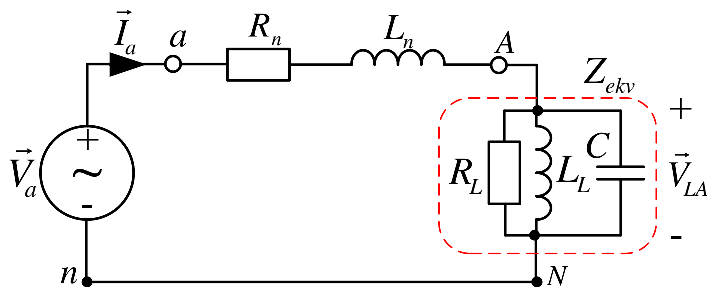
b) Faskompensera nu lasten så att $\cos\varphi$ för lasten blir 1 och beräkna värdet på den komponent du använder för faskompenseringen (2p)

c) Beräkna spänningsamplituden över lasten samt den aktiva effektförlusten i elnätet med faskompensering. (2p)

d) Vad används faskompensering till i elsystemet (nämn två saker) (1p)?

Lösning:

a) Behöver bara räkna på en fas för att lasten är balanserad och vi antar att källan är balanserad. Detta gör att kretsen kan ritas om. När beräkningar görs på en ekvivalent enfaskrets ansluts nollpunkten i källan med nollpunkten i lasten, n-N. I figuren har även kompenserings kondensatorn för deluppgift b) och c) ritats in, den ska bortses från i uppgift a)



Börjar med att beräkna den ekvivalenta last impedansen

$$R_n = 0.25\,\Omega, \quad L_n = 3.18\,mH \;\Rightarrow Z_n = j\omega L_n = j2\pi 50 \cdot 3.18 \cdot 10^{-3} = j1.00\,\Omega$$

$$R_L = 25\,\Omega, \quad L_L = 63.7\,mH \;\Rightarrow Z_n = j\omega L_n = j2\pi 50 \cdot 63.7 \cdot 10^{-3} = j20.0\,\Omega$$

$$Z_{ekv} = \frac{R_L Z_L}{R_L + Z_L} = \frac{25 \cdot j20}{25 + j20} = 9.76\ + j12.20 = 15.62\angle 51.32^\circ\ \Omega$$

$$V_a = \frac{V_{LL}}{\sqrt{3}}\angle 0^\circ = 231\angle 0^\circ\ V$$

$$I_a = \frac{V_a}{R_n + Z_n + Z_{ekv}} = \frac{231\angle 0^\circ}{0.25 + j1 + 9.76\ + j12.20} = \frac{231\angle 0^\circ}{10.0\ + j13.2} = \frac{231\angle 0^\circ}{16.56\angle 52.81^\circ}$$
$$= 13.94\angle -52.81^\circ$$

Källan avger

$$S_n = P_n + jQ_n = 3V_a I_a^* = 3 \cdot 231\angle 0^\circ \cdot 13.94\angle 52.81^\circ = 9659\angle 52.81^\circ = 5.84 + j7.69\ \text{kVA}$$

$$P_n = 5.84\ kW \qquad Q_n = 7.69\ \text{kVAr}$$
$$P_{loss,Rn} = 3R_n|I_a|^2 = 3 \cdot 0.25 \cdot 13.94^2 = 146\ W$$
$$V_{LA} = \frac{Z_{ekv}V_a}{R_n + Z_n + Z_{ekv}} = \frac{15.62\angle 51.32^{\circ} \cdot 231\angle 0^{\circ}}{16.56\angle 52.81^{\circ}} = 217.8\angle -1.48^{\circ} V$$

b) För att faskompensera en induktiv last kopplar vi en kondensator parallelt med lasten, som visas i figuren ovan. Värdet på kapacitansen skall vara så att des impedans blir lika stor som last induktansens impedans. Detta ger att kapacitansen producerar lika mycket reaktiv effekt som induktansen konsumerar och lasten får en effektfaktor lika med ett.

$$Z_c = \frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{\omega C} = -j|Z_L| \Rightarrow C = \frac{1}{\omega |Z_L|} = \frac{1}{2\pi 50 \cdot 20} = 159\ \mu F$$

c) Börjar med att beräkna den ekvivalenta last impedansen med kondensatorn

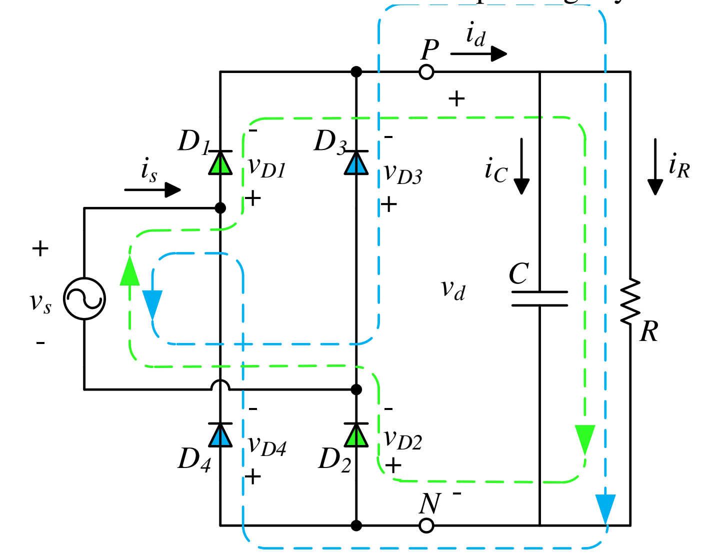
$$Z_c = -j|Z_L| = -j20\ \Omega$$
$$Z_{ekv} = \frac{1}{\frac{1}{R_L} + \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_C}} = \frac{1}{\frac{1}{25} + \underbrace{\frac{1}{j30} + \frac{1}{-j30}}_{=0}} = 25\ \Omega$$
$$I_a = \frac{V_a}{R_n + Z_n + Z_{ekv}} = \frac{231\angle 0^{\circ}}{0.25 + j1 + 25} = \frac{231\angle 0^{\circ}}{25.25\ + j1} = \frac{231\angle 0^{\circ}}{25.27\angle 2.27^{\circ}} = 9.14\angle -2.27^{\circ}$$

$$P_{loss,Rn} = 3R_n|I_a|^2 = 3 \cdot 0.25 \cdot 9.14^2 = 62.6\ W$$
$$V_{LA} = \frac{Z_{ekv}V_a}{R_n + Z_n + Z_{ekv}} = \frac{25\angle 0^{\circ} \cdot 231\angle 0^{\circ}}{25.27\angle 2.27^{\circ}} = 228\angle -2.27^{\circ} V$$

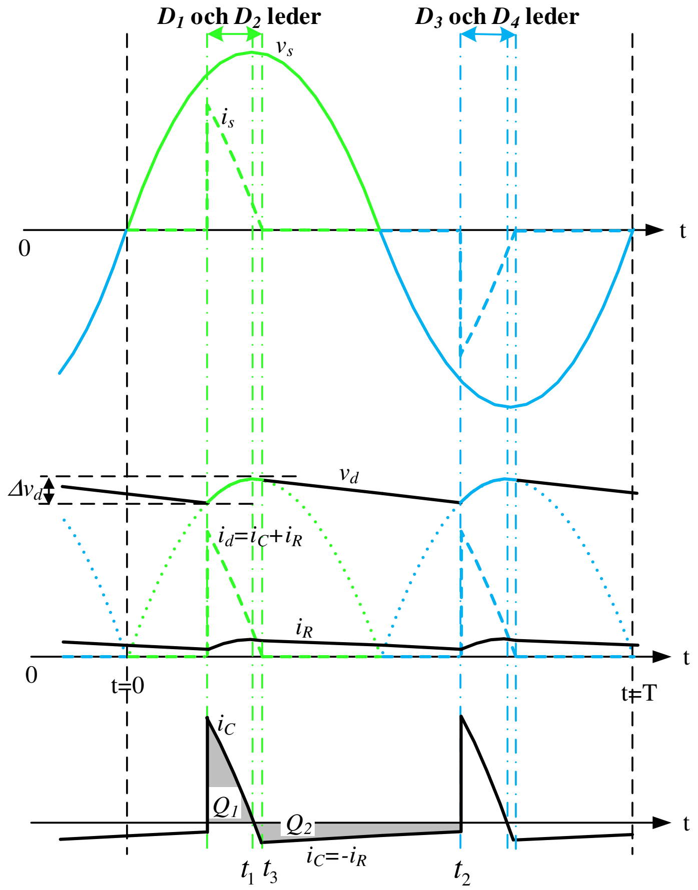
c) Faskompensering används för att minska den reaktiva effekt som överförs från generatorerna till lasterna. Genom att minska den reaktiva effekten som överförs minskas strömmen i ledningarna och därmed effektförlusterna i elsystemet.

Faskompensering används också för att reglera spänningen i elnätet. Ökas kompenseringen (större C) så ökas spänningen vid kompenseringen och om kompenseringen minskas (mindre C eller inkoppling av L) så minskas spänningen.

7. Nedanstående helvågs-diodlikriktarkrets matas med en växelspänning på 230 V RMS och 50 Hz. Diodlikriktaren har ett spänningsstyvt dc-led. Lastresistansen, R, är 200 Ω.



Skissa kurvformerna för spänningarna $v_s(t)$ och $v_d(t)$ samt strömmarna $i_s(t)$, $i_d(t)$, $i_c(t)$ och $i_R(t)$ för en period av $v_s(t)$. Markera under vilka tidsintervall respektive diod leder och blockerar. Approximativt, utan beräkning, vad är utspänningen? (Glöm ej noteringar och lämpliga variabler på x och y-axlar!) (3 p)



Genom att studera kretsen kan vi se att strömmen från källan kan bara gå två vägar, för positiv ström den gröna slingan och för negativ den blå. Detta medför att dioderna leder i par, antingen D1 och D2 eller D3 och D4.

På grund av kondensatorn på DC ledet så kan vi också ha ett tillstånd då alla dioder blockerar.

Börjar med att analysera att alla dioder blockerar. Vi vet att då skall diodspänningarna vara negativa och diodströmmen skall vara noll. Gör en potentialvandring runt i slingorna,

Grön: $v_s - v_{D1} - v_d - v_{D2} = 0$ antag att

$v_{D1} = v_{D2} = v_{D1,2} \Rightarrow v_{D1,2} = \dfrac{v_s - v_d}{2} < 0$

Blå: $-v_s - v_{D3} - v_d - v_{D4} = 0$ antag att

$v_{D3} = v_{D4} = v_{D3,4} \Rightarrow v_{D3,4} = \dfrac{-v_s - v_d}{2} < 0$

Detta ger att alla dioder kommer att blockera om $v_s < v_d$ och $v_s > -v_d \Rightarrow |v_s| < v_d$

Antag att anta att D1 och D2 leder och D3 och D4 blockerar:

$$v_s = v_d \text{ och } i_s = i_d = i_{D1} = i_{D2} = i_C + i_R = C\frac{dv_s}{dt} + \frac{v_s}{R} \text{samt } v_{D3} = v_{D4} = -v_s$$

Detta är OK om $v_s \geq v_d \; (>0)$, det blir DC-spänningen för annars gäller fallet då alla dioder blockerar och $i_R \geq -i_C$. Detta ger att dioderna kommer att leda en liten stund efter att toppspänningen har nåtts.

Anta att D3 och D4 leder och D1 och D2 blockerar:

$-v_{\mathrm{s}} = v_{\mathrm{d}}$ och $-i_{\mathrm{s}} = i_{\mathrm{d}} = i_{\mathrm{D3}} = i_{\mathrm{D4}} = i_{\mathrm{C}} + i_{\mathrm{R}} = C\dfrac{d(-v_{\mathrm{s}})}{dt} - \dfrac{v_{\mathrm{s}}}{R}$ samt $v_{\mathrm{D1}} = v_{\mathrm{D2}} = v_{\mathrm{s}}$

Detta är OK om $v_{\mathrm{s}} \le -v_{\mathrm{d}}\ (<0)$, det blir DC-spänningen för annars gäller fallet då alla dioder blockerar och $i_{\mathrm{R}} \ge -i_{\mathrm{C}}$. Detta ger att dioderna kommer att leda en liten stund efter att toppspänningen har nåtts.