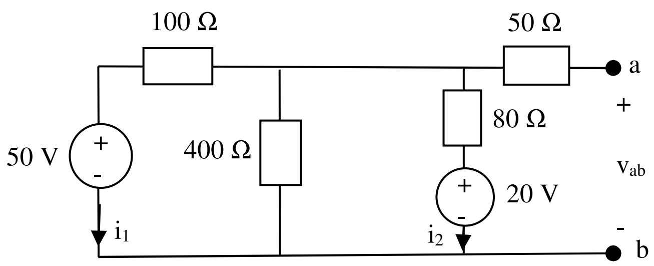
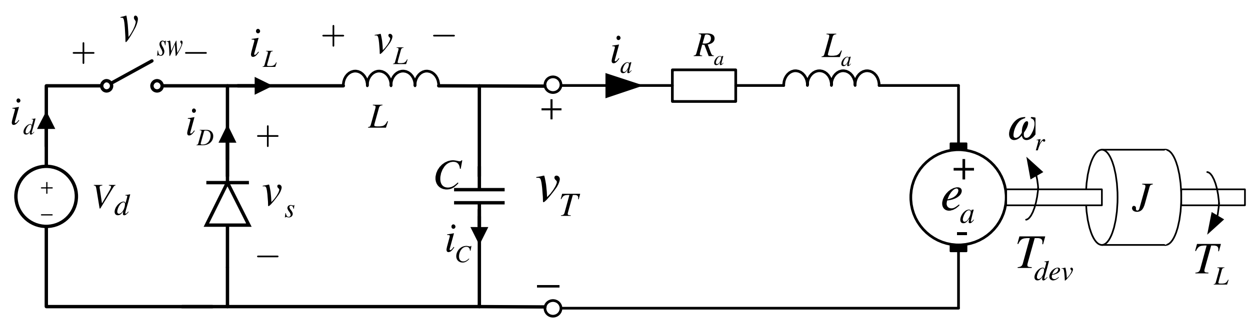
Kortfattade lösningsförslag RRY135, 2017-01-09

1. a) Bestäm Thevenin- och Norton ekvivalenten till tvåpolen a-b för likspänningskretsen nedan! (4p)
   b) Beräkna effekterna p_{20V} och p_{50V} som de två likspänningskällorna avger eller mottar. (3p)
   c) En last R_L kopplas in mellan a-b. Hur ska lasten väljas för att maximera effektutvecklingen i lasten? Bestäm R_L och tillhörande effekt. (2p)



Lösning: a) Ekvivalent Thevenin utgörs av spänningskälla $v_t=v_{ab}$ (tomgångsspänning) i serie med resistans R_t där R_t fås t.ex genom att nollställa källorna (nollställd spänningskälla = kortslutning). Vi får då att R_t utgörs av 50 Ω plus 80 Ω parallellt med 80 Ω, dvs <u>R_t=90 Ω</u>. Omväxlande källtransformationer från vänster i kretsen ger strömkälla på 0.5 A parallellt med 80 Ω, parallellt med strömkälla på 0.25A och resistans på 80 Ω. Detta adderar till en strömkälla på 0.75A parallellt med 40 Ω som omvandlas till spänningskälla <u>v_t=0.75A·40Ω=30 V</u>. <u>Ekvivalent Norton utgörs av samma resistans R_t=90 Ω parallellt med strömkällan $i_n=v_t/R_t$=1/3 A</u>.
b) Vi söker strömmarna i_1 och i_2. Kan lösas med t.ex maskanalys. Enklare metod: Vi känner v_{ab} enl a), v_{ab}=30 V. Eftersom ingen ström går genom resistansen på 50Ω ligger alltså v_{ab}=30 V över de båda källorna med serieresistanser. Vi får då i_1, i_2 med KVL enligt: 50V−v_{ab}+ 100Ω·i_1=0 => i_1=(-50+30)V/100Ω=-0.2 A, 20V-v_{ab}+80Ω·i_2 =0 => i_2=(30-20)V/80Ω=0.125 A. Effekterna blir <u>P_{50V}=50V·i_1 = -10 W, 10 W avgiven effekt</u> (avgiven effekt om P<0, ty samordnade ref-riktningar), <u>P_{20V}=20V·i_2=2.5 W, mottagen effekt</u>.
c) Välj <u>R_L=90 Ω</u> enligt anpassningssatsen. Vi får då spänningen $v_t/2$ över R_L och effekten blir <u>$P_L=(v_t/2)^2/R_L=15^2/90$=2.5 W</u>.

2. En likströmsmaskin är kopplad till en nerspänningsomvandlare enligt nedan. Antag att lastmomentet är proportionellt mot hastigheten enligt $T_L = B\omega_r = 1.25\cdot 10^{-4}\,\omega_r$. Maskinens parametrar och märkdata är: $\lambda = K\phi = 0.014\,\mathrm{Wb}$, R_a=0.36 Ω, L_a=46.4 µH, V_T=14 V samt I_a=6.7 A. Inspänngen till nerspänningsomvandlaren är $V_d = 15$ V. För nerspänningsomvandlaren är inspänningen $V_d = 15$ V, switchfrekvensen 40 kHz och induktansen $L = 20\ \mu\mathrm{H}$.



   a) Härled uttrycket för ankarspänningen (v_T) som funktion av maskinens varvtal (ω_r) i stationärtillstånd ($v_T(\omega_r) = \ldots$). (2p)

b) Då maskinen roterar med 750 rad/s och går i stationärtillstånd, beräkna maskinens ankarspänning (v_T), ankarström (i_a), mot-EMK (e_a), den mekaniska effekten samt den elektriska effekten in i ankarkretsen. (2p)

c) När ankarkretsen på en magnetiserad stillastående DC-maskin ansluts till en spänningskälla kommer den att börja accelerera. Förklara varför accelerationen upphör efter ett tag? (2p)

d) Skissera strömmarna $i_c(t)$, $i_d(t)$ och $i_D(t)$ samt spänningarna $v_L(t)$, $v_s(t)$ och $v_{sw}(t)$ för två switch perioder (T_{sw}). Markera värden på x- och y-axlar (3p)

e) Härled ett uttryck för duty cyclen (D) för omriktaren som en funktion av inspänningen (V_d) och utspänningen (v_T). (2p)

f) Beräkna varvtalsområdet för vilket omriktaren går i continous conduction mode (CCM) (4p)

Lösning:

a) $T_e = \lambda I_a = T_L = B\omega_r \quad \Rightarrow \quad I_a = \dfrac{B\omega_r}{\lambda}$

$$V_T = R_a I_a + \omega_r \lambda = R_a \frac{B\omega_r}{\lambda} + \omega_r \lambda \quad \Rightarrow \quad V_T(\omega_r) = \left(\frac{R_a B}{\lambda} + \lambda\right)\omega_r$$

b) $V_T(\omega_r) = \left(\dfrac{R_a B}{\lambda} + \lambda\right)\omega_r = \left(\dfrac{0.36 \cdot 1.25 \cdot 10^{-4}}{0.014} + 0.014\right)750 = 12.9$ V

$E_a = \omega_r \lambda = 750 \cdot 0.014 = 10.5$ V

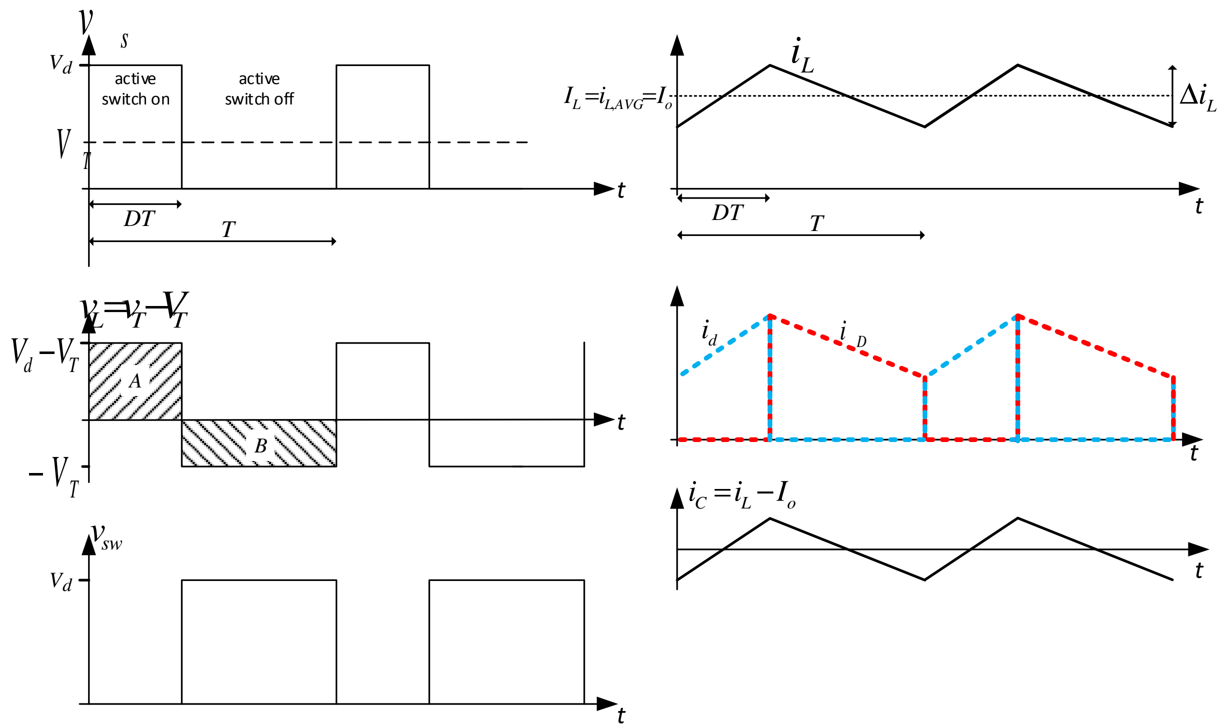
$V_a = R_a I_a + e_a \quad \Rightarrow \quad I_a = \dfrac{V_a - e_a}{R_a} = \dfrac{12.9 - 10.5}{0.36} = 6.7$ A

$P_{mek} = P_e = T_e \omega_r = e_a i_a = 10.5 \cdot 6.7 = 70.3$ W

$P_a = V_a I_a = 12.9 \cdot 6.7 = 86.5$ W

c) I början är den pålagda ankarspänningen större än mot-emkn och då kommer den att driva en ström genom ankarkretsen. Denna get att maskinen producerar ett moment som accelererar maskinen. I takt med att maskinens varvtal ökar kommer mot-emkn att öka i värde vilket kommer att minska ankarströmmen. När varvtalet har ökat så att mot-emkn och spänningen över ankar resistancen tillsammans är lika stora som ankarspänningen kommer accelerationen att vara noll.

d) Antar följande för alla uppgifter: CCM, C mycket stor, stationärtillstånd samt Förlustfri omriktare.



e) Detta görs genom att studera medelspänningen över induktansen. Eftersom omvandlaren arbetar i steady-state måste medelvärdet över en period vara lika med noll.

$$V_L = 0 = \frac{1}{T_s}\int_0^{T_s} v_L(t)dt = \frac{1}{T_s}\int_0^{DT_s} V_d - V_T dt + \frac{1}{T_s}\int_{DT_s}^{T_s} -V_T dt = \frac{1}{T_s}DT_s(V_d - V_T) - \frac{1}{T_s}(T_s - DT_s)V_T \Rightarrow$$

$$0 = DV_d - V_T \Rightarrow V_T = DV_d$$

f) För att omriktaren skall går i CCM så skall $\frac{\Delta i_L}{2} \le I_L = I_o$. Medelvärdet av induktansströmmen är lika med utströmmen för att medelvärdet av kondensator strömmen skall vara noll. Beräkna strömripplet.

$v_L = L\frac{di_L}{dt}$ spänningen över induktansen är konstant under tiden switchen är på, detta ger

$$v_L = L\frac{\Delta i_L}{\Delta t} \Rightarrow \Delta i_L = \frac{v_L \Delta t}{L} = \frac{(V_d - V_T)D}{Lf_s} = \left[D = \frac{V_T}{V_d}\right] = \frac{V_T - \frac{V_T^2}{V_d}}{Lf_s}$$ detta ger att

$$\frac{\Delta i_L}{2} = \frac{V_T - \frac{V_T^2}{V_d}}{2Lf_s} \le I_L = I_a \Rightarrow \frac{\left(\frac{R_a B}{\lambda} + \lambda\right)\omega_r - \frac{\left(\frac{R_a B}{\lambda} + \lambda\right)^2 \omega_r^2}{V_d}}{2Lf_s} \le I_a = \frac{B\omega_r}{\lambda} \Rightarrow$$

$$\frac{R_a B}{\lambda} + \lambda - \left(\frac{R_a B}{\lambda} + \lambda\right)^2 \omega_r \le \frac{2Lf_s B}{\lambda} \quad \Rightarrow$$

$$\omega_r \ge \frac{V_d\left(\frac{R_a B}{\lambda} + \lambda - \frac{2Lf_s B}{\lambda}\right)}{\left(\frac{R_a B}{\lambda} + \lambda\right)^2} = \frac{15\left(\frac{0.36 \cdot 1.25 \cdot 10^{-4}}{0.014} + 0.014 - \frac{2 \cdot 20 \cdot 10^{-6} \cdot 40 \cdot 10^{3} \cdot 1.25 \cdot 10^{-4}}{0.014}\right)}{\left(\frac{0.36 \cdot 1.25 \cdot 10^{-4}}{0.014} + 0.014\right)^2} = 148 \text{ rad/s}$$

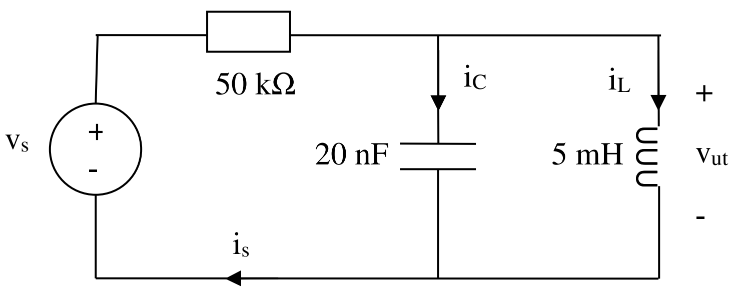
Detta ger att varvtalet måste vara högre än 148 rad/s för att omvandlaren skall vara i CCM.

3. En sinusformad spänningskälla $v_S(t)=120\cos(\omega t)$ V med variabel vinkelfrekvens ω är kopplad till en krets enligt figur.

   a) Vid en viss vinkelfrekvens ω fås att $i_S(t)=0$ A. Bestäm denna vinkelfrekvens! (2p)

   b) Beräkna $v_{ut}(t)$, $i_L(t)$ och $i_C(t)$ vid vinkelfrekvensen från 3a). (3p)

   c) Gör en enkel skiss som visar $|V_{ut}|$ som funktion av vinkelfrekvensen ω. Vilken typ av filter är detta? Förklara! Beräkna filtrets bandbredd. (3p)



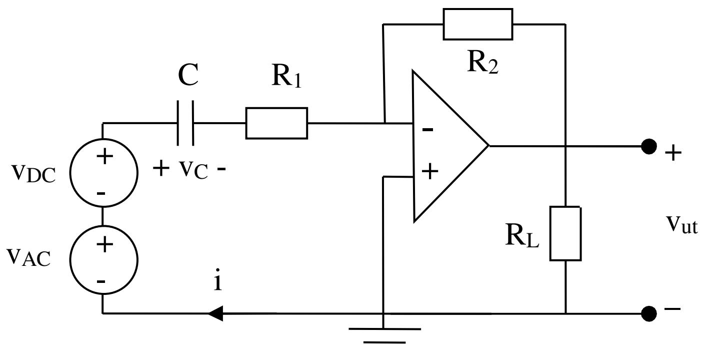
Lösning: Transformera till komplexa planet: V_s=120 V, Z_L=jωL, Z_C=-j/ωC.
a) Villkoret att strömmen i_s=0 A innebär att parallellkopplingen av L och C ger ett avbrott ($Z_{par}\rightarrow\infty$) vid denna vinkelfrekvens ω_0. Vi har $Z_{par}=j\omega_0L\cdot 1/j\omega_0C/(j\omega_0L-j/\omega_0C)$ vilket ger $Z_{par}\rightarrow\infty$ vid resonansvinkelfrekvensen $\underline{\omega_0=(1/LC)^{0.5}=10^5 \text{ rad/s}}$.
b) I_s=0 A => $V_{ut}=V_S$=120 V (enligt KVL) => $v_{ut}(t)=120\cos(\omega_0 t)$ V. För $\omega=\omega_0$ fås Z_L=j500 Ω och Z_C=-j500 Ω. $I_C=V_{ut}/Z_C=120/-j500=0.24e^{j90°}$ A => $\underline{i_C(t)=0.24\cos(\omega_0 t+90°) \text{ A}}$.
$I_L=V_{ut}/Z_L=120/j500=0.24e^{-j90°}$ A => $\underline{i_L(t)=0.24\cos(\omega_0 t-90°) \text{ A } (=-i_C(t))}$.
c) Beloppet av $V_{ut}(\omega)$ kommer att vara maximal för $\omega=\omega_0$ (resonans). Spänningen blir liten för stora och små värden på ω p.gr av kortslutning via impedanserna Z_L=jωL (som blir liten för små ω) och Z_C=1/jωC (som blir liten för stora ω), dvs $|V_{ut}(\omega)|$ representerar ett bandpassfilter. Spänningskällan i serie med resistansen på 50 kΩ kan transformeras till en strömkälla parallellt med samma resistans. Vi ser då att vi har en parallellresonanskrets med $Q_p=R/\omega_0L$=100 och därmed blir bandbredden $\underline{BW=f_0/Q=159.15 \text{ Hz}}$.

4. En likspänningskälla v_{DC} och en växelspänningskälla v_{AC} är kopplade till en op-krets enligt figur. Spänningskällorna är givna med v_{DC}=2 V och v_{AC}=0.5cos(1000t) V. Övriga parametervärden är R_1=10 kΩ, R_2=60 kΩ, R_L=5 kΩ och C=0.1 µF. Operationsförstärkaren kan antas vara ideal.

   a) Beräkna strömmen i(t) samt spänningen $v_C(t)$. (3p) Ledning: Använd superposition! Transienter kan försummas.

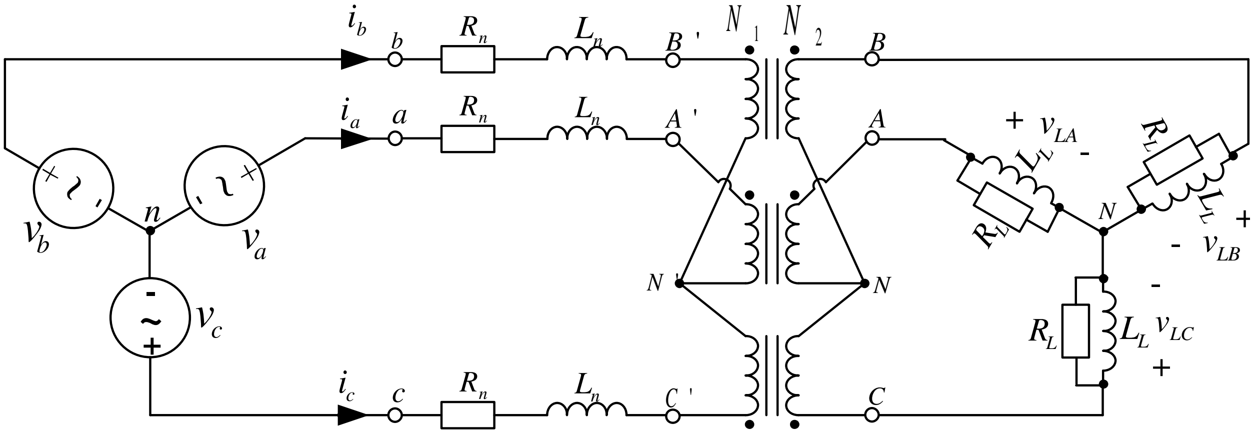
   b) Beräkna $v_{ut}(t)$. Består $v_{ut}(t)$ av både en AC och DC komponent? Förklara! (3p)

   c) Operationsförstärkaren kan modelleras med hjälp av en beroende spänningskälla. Rita en modell av operationsförstärkaren med beroende källa och ange värden på storheterna R_{in}, R_{ut}, och förstärkning A_{OL} för den ideala modellen av operationsförstärkaren. (3p)



Lösning: a) Med superposition: 1) Beräkna först bidraget från v_{DC} till i (i_1) och v_C (v_{C1}), med v_{AC}=0 V. Eftersom C utgör avbrott för DC fås att i_1=0 A, v_{C1} enligt KVL: $-v_{DC}+v_{C1}-v=0$ => $v_{C1}=v_{DC}$=2 V (v=0 V för op). 2) Bidrag från v_{AC} till i (i_2) och v_C (v_{C2}), med v_{DC}=0 V. Transformera till komplexa planet: V_{AC}=0.5 V, Z_C=-j/ωC=-j 10 kΩ. KVL ger: $-V_{AC}+Z_C\cdot I_2+R_1\cdot I_2=0$ => $I_2=35.36e^{j45°}$ µA, $V_{C2}=Z_C\cdot I_2=0.35e^{-j45°}$ V. Detta ger $v_{C2}(t)=0.35\cos(1000t-45°)$ V och $i_2(t)$= 35.36cos(1000t+45°) µA.
Vi superponerar (adderar) bidragen enligt $\underline{i(t)=i_1(t)+i_2(t)= 35.36\cos(1000t+45°) \text{ µA}}$, $\underline{v_C(t)=v_{C1}(t)+v_{C2}(t)=2+0.35\cos(1000t-45°) \text{ V}}$.
b) Vi beräknar v_{ut} genom KVL för slinga med v_{ut}, v och R_2. Notera att strömmen i(t) även går genom R_2. Vi behöver inte använda superpos, vi får: $v_{ut}+R_2\cdot i(t)=0$ => $\underline{v_{ut}(t)= -R_2\cdot i(t)= -2.12\cos(1000t+45°) \text{ V}}$.
c) Se föreläsningsanteckningar föreläsning 13, bok s 675. För ideal modell av op gäller att $\underline{R_{in}\rightarrow\infty \text{ Ω}, R_{ut}=0 \text{ Ω och } A_{OL}\rightarrow\infty}$.

5. Ett elnätsbolag vill ha hjälp av dig att faskompensera en induktiv 3-fas last som är ansluten till deras 10 kV nät enligt figuren nedan. I figuren nedan visas tre Thévenin ekvivalenta kretsar, en för varje fas, av elnätet i anslutningspunkten för lasten. Transformatorerna kan antas vara ideala med omsättningstal $n = N_1/N_2 = 10/0.4$. Nätspänningen är 10 kV RMS huvudspänning 50 Hz, nätimpedansen är R_n=40 Ω, L_n=0.5 H och lastimpedansen är R_L=9 Ω, L_L=24 mH.



a) Beräkna den aktiva och reaktiva effekten ifrån spänningskällan, spänningen över lasten samt aktiva effektförlusterna i elnätet utan faskompensering. (4p)

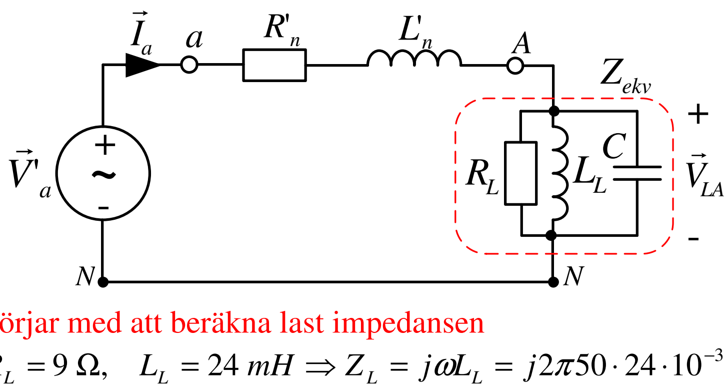
b) Faskompensera nu lasten så att $\cos\varphi$ för lasten blir 1 och beräkna värdet på den komponent du använder för faskompenseringen (2p)

c) Beräkna spänningen över lasten samt den aktiva effektförlusten i elnätet med faskompensering. (2p)

d) Hur görs spänningsregleringen i elsystemet (nämn två saker) (1p)?

Lösning:

a) Behöver bara räkna på en fas för att lasten är balanserad och vi antar att källan är balanserad. Detta gör att kretsen kan ritas om. När beräkningar görs på en ekvivalent enfaskrets ansluts nollpunkten i källan med nollpunkten i transformatorn primärsida, n-N', och nollpunkten för transformatorns sekundärsida ansluts med lastens nollpunkt, N-N. Efter detta impedanstransformeras nätimpedanserna till transformatorns sekundärsida och spänningskällan transformeras till sekundärsidan. Den nya kretsen visas i figuren nedan där även kompenserings kondensatorn för deluppgift b) och c) ritats in, den ska bortses från i uppgift a)



Börjar med att beräkna last impedansen

$$R_L = 9\,\Omega,\quad L_L = 24\,mH \Rightarrow Z_L = j\omega L_L = j2\pi 50\cdot 24\cdot 10^{-3} = j7.54\,\Omega$$

Transformerar över nät impedanserna och nätspänningen till sekundärsidan

$$R'_n = \frac{R_n}{n^2} = \frac{40}{\left(\frac{10}{0.4}\right)^2} = 64\,m\Omega,\quad L'_n = \frac{L_n}{n^2} \Rightarrow Z'_n = j\omega L'_n = \frac{j2\pi 50\cdot 0.5}{\left(\frac{10}{0.4}\right)^2} = j0.25\,\Omega$$

$$\vec{V}'_a = \frac{V_{LL}}{\sqrt{3}n}\angle 0^\circ = 231\angle 0^\circ\ V$$

Beräkna den ekvivalenta last impedansen

$$Z_{ekv} = \frac{R_L Z_L}{R_L + Z_L} = \frac{9 \cdot j7.54}{9 + j7.54} = 3.71 + j4.43$$

Beräkna strömmen

$$\vec{I}'_a = \frac{\vec{V}'_a}{R'_n + Z'_n + Z_{ekv}} = \frac{231\angle 0^\circ}{0.064 + j0.25 + 3.71 + j4.43} = \frac{231\angle 0^\circ}{3.78 + j4.68} = \frac{231\angle 0^\circ}{6.01\angle 51.1^\circ} = 38.4\angle -51.1^\circ \ A$$

Källan avger

$$P_n = 3\,\mathrm{Re}\left\{\vec{V}'_a \, \vec{I}'^{*}_a\right\} = 3\,\mathrm{Re}\left\{231\angle 0^\circ \cdot 38.4\angle 51.1^\circ\right\} = 16.7 \text{ kW}$$

$$Q_n = 3\,\mathrm{Im}\left\{\vec{V}'_a \, \vec{I}'^{*}_a\right\} = 3\,\mathrm{Im}\left\{231\angle 0^\circ \cdot 38.4\angle 51.1^\circ\right\} = 20.7 \text{ kVAr}$$

$$P_{loss,Rn} = 3R'_n \left|\vec{I}'_a\right|^2 = 3 \cdot 0.064 \cdot 38.4^2 = 283 \text{ W}$$

$$\vec{V}_{LA} = \frac{Z_{ekv}\vec{V}'_a}{R'_n + Z'_n + Z_{ekv}} = \frac{3.71 + j4.43}{3.78 + j4.68} 231\angle 0^\circ = \frac{5.78\angle 50.0^\circ}{6.01\angle 51.1^\circ} 231\angle 0^\circ = 222\angle -1.07^\circ \ V$$

b) För att faskompensera en induktiv last kopplar vi en kondensator parallelt med lasten, som visas i figuren ovan. Värdet på kapacitansen skall vara så att des impedans blir lika stor som last induktansens impedans. Detta ger att kapacitansen producerar lika mycket reaktiv effekt som induktansen konsumerar och lasten får en effektfaktor lika med ett.

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{\omega C} = -j\left|Z_L\right| \quad \Rightarrow \quad C = \frac{1}{\omega\left|Z_L\right|} = \frac{1}{2\pi 50 \cdot 7.54} = 422 \ \mu\text{F}$$

c) Börjar med att beräkna den ekvivalenta last impedansen med kondensatorn

$$Z_C = -j\left|Z_L\right| = -j7.54 \ \Omega$$

$$Z_{ekv} = \frac{1}{\frac{1}{R_L} + \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_C}} = \frac{1}{\frac{1}{9} + \underbrace{\frac{1}{j7.54} + \frac{1}{-j7.54}}_{=0}} = 9 \ \Omega$$

$$\vec{I}'_a = \frac{\vec{V}'_a}{R'_n + Z'_n + Z_{ekv}} = \frac{231\angle 0^\circ}{0.064 + j0.25 + 9} = \frac{231\angle 0^\circ}{9.064 + j0.25} = \frac{231\angle 0^\circ}{9.07\angle 1.59^\circ} = 25.5\angle -1.59^\circ \ A$$

$$P_{loss,Rn} = 3R'_n \left|\vec{I}'_a\right|^2 = 3 \cdot 0.064 \cdot 25.5^2 = 125 \text{ W}$$

$$\vec{V}_{LA} = \frac{Z_{ekv}\vec{V}_a}{R'_n + Z'_n + Z_{ekv}} = \frac{9}{9.064 + j0.25} 231\angle 0^\circ = \frac{9\angle 0^\circ}{9.07\angle 1.59^\circ} 231\angle 0^\circ = 229\angle -1.59^\circ \ V$$

d) Faskompensering används för att reglera spänningen i elnätet. Ökas kompenseringen (större C) så ökas spänningen vid kompenseringen och om kompenseringen minskas (mindre C eller inkoppling av L) så minskas spänningen.

Transformatorer med varierbar lindningsomsättning används också för att reglera spänningen, n kan varieras med lindningsomkopplare. På detta sätt kan spänningen på sekundärsidan regleras.