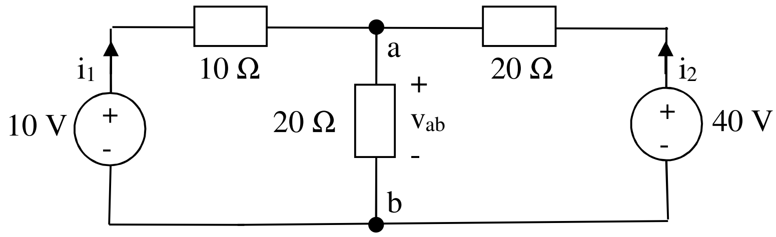
Kortfattade lösningsförslag RRY135, 2016-08-16.

1. a) Beräkna spänningen v_{ab} och strömmarna i_1 och i_2 i likspänningskretsen nedan. (4p)

   b) Beräkna den elektriska effekt som varje källa avger eller mottar. (2p)

   c) Antag att resistansen på 20 Ω mellan a-b kopplas bort. Finn Thevenin-ekvivalenten till tvåpolen a-b! (4p)



   Lösning: a) Kan lösas med t.ex maskanalys. Enklare metod: omvandla spänningskällorna i serie med resistanser till strömkällor (på 10/10=1A och 40/20=2A) parallellt med samma resistanser, detta gör att resistanserna 10Ω, 20Ω och 20Ω sitter parallellt och kan ersättas med en resistans R_p=5 Ω. Strömmen genom denna blir 1A+2A=3A och därmed blir spänningen $\underline{v_{ab}=5\Omega\cdot 3A=15\ V}$. KVL ger sedan i_1, i_2 enligt: $-10V + 10\Omega\cdot i_1 + v_{ab}=0 \Rightarrow \underline{i_1=(10-15)V/10\Omega=-0.5\ A}$, $-40V + 20\Omega\cdot i_2 + v_{ab}=0 \Rightarrow \underline{i_2=(40-15)V/20\Omega=1.25\ A}$.
   b) Effekterna blir $\underline{P_{10V}=10V\cdot i_1 = -5\ W}$, mottagen effekt, $\underline{P_{40V}=40V\cdot i_2=50\ W}$ avgiven effekt, (avgiven effekt om P>0, ty ej samordnade ref-riktningar).
   c) Ekvivalent Thevenin utgörs av spänningskälla $v_t=v_{ab}$ (tomgångsspänning med 20Ω bortkopplad, ej samma v_{ab} som i uppg a) i serie med resistans R_t där R_t fås t.ex genom att nollställa källorna (nollställd spänningskälla = kortslutning). Vi får då att R_t utgörs av 10 Ω parallellt med 20 Ω, dvs $\underline{R_t=20/3\ \Omega}$. Tomgångsspänningen fås när strömmen i kretsen (med a-b bortkopplad) är känd. Med strömreferens i samma riktning som i_1 ger KVL: $-10V + 10\Omega\cdot i + 20\Omega\cdot i + 40V = 0 \Rightarrow i=-1$ A, KVL ger sedan tomgångsspänningen v_{ab} enligt $-10\ V + 10\Omega\cdot i + v_{ab}=0 \Rightarrow \underline{v_t=v_{ab}=20\ V}$.

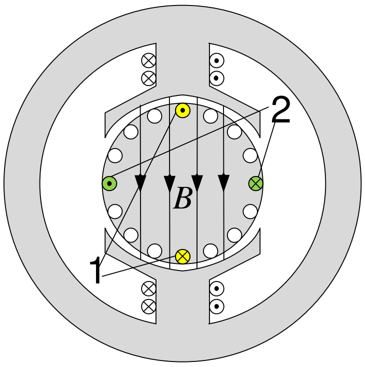
2. En separatmagnetiserad likströmsmaskin har parametrarna: R_A=2.0 Ω, L_A=20 mH, R_F=115 Ω och L_F= 800 mH. Märkdata för maskinen är: V_T=260 V, I_A=23 A, n_m=950 rpm och V_F=220 V. Maskinen driver en omrörare med ett lastmoment proportionellt mot varvtalet, $T_L=B\omega_m$, och vid märkvarvtal är lastmomentet lika med 75% av märkmomentet.

   a) Det sammanlänkade flödet för maskinen, $\lambda=K\phi=k_f i_f$, är proportionellt mot fältströmmen. För märkdata beräkna proportionalitetskonstanten k_f. (2p)

   b) Beräkna det högsta varvtalet som maskinen kan nå vid märkspänning på ankarkrets och fältkrets samt beräkna maskinens verkningsgrad vid detta varvtal inkluderat förlusterna i fältkretsen (3p)

   c) Vilket är det högsta varvtal som maskinen kan nå utan att märkspänning och märkström överskrids? Beräkna maskinens verkningsgrad vid detta varvtal inkluderat förlusterna i fältkretsen (3p)

   d) I figuren nedan visas en genomskärning av den separatmagnetiserade likströmsmaskinen med två olika ankarlindningar markerade, 1 och 2. Den magnetiska flödestätheten B kan antas vara konstant.



Härled uttrycket för den inducerade spänningen i lindning 2 som funktion av rotorposition. De läge som lindningen befinner sig i figuren ovan kan antas vara θ_m=0 grader. Vid vilka vinklar induceras det högst spänning? Vid vilka vinklar skall lindning 2 användas för att ett moment skall skapas? Vilket håll kommer momentet att vrida rotorn? (3p)

Lösning: a)

Det sammanlänkade flödet för maskinen, $\lambda=K\phi$, är proportionellt mot fältströmmen, detta ger att

$$\lambda = K\phi = k_f i_f \Rightarrow E_a = \omega_r \lambda = \omega_r k_f i_f = v_T - R_a I_a \Rightarrow k_f = \frac{v_T - R_a I_a}{\omega_r i_f} \qquad i_f = \frac{v_f}{R_f}$$

Använd värdena angivna för märkdrift

$$k_f = \frac{260 - 2.0\cdot 23}{950\frac{\pi}{30}\frac{220}{115}} = 1.124 \text{ Wb/A}$$

b) Börjar med att beräkna lastmomentet. Märklastmoment för motorn är

$$T_{e,rated} = \frac{P_e}{\omega_r} = \frac{E_a i_{a,rated}}{\omega_r} = \frac{\omega_r k_f i_{f,rated} i_{a,rated}}{\omega_r} = \frac{\omega_r k_f v_{f,rated} i_{a,rated}}{\omega_r R_f} = \frac{1.124\cdot 220\cdot 23}{115} = 49.5 \text{ Nm}$$

Lastmomentet $T_L = B\omega_r = \dfrac{0.75 T_{e,rated}}{\omega_{r,rated}}\omega_r = \dfrac{0.75\cdot 49.5}{950\frac{\pi}{30}}\omega_r = 0.373\omega_r$ Nm

Lastmomentet och det utvecklade momentet måste vara lika, detta ger att

$$T_L = T_e = k_f i_f i_a \Rightarrow i_a = \frac{0.372\omega_r}{k_f i_f} = \frac{0.373\omega_r R_f}{k_f v_f}$$

Maskinen matas med märkspänning

$$v_T = v_{T,rated} = R_a I_a + \omega_r k_f i_f = R_a \frac{0.373\omega_r R_f}{k_{if} v_{f,rated}} + \omega_r k_f \frac{v_{f,rated}}{R_f} \Rightarrow$$

$$\omega_r = \frac{v_{T,rated}}{R_a \frac{0.373 R_f}{k_f v_{f,rated}} + k_f \frac{v_{f,rated}}{R_f}} = \frac{260}{2.0\frac{0.373\cdot 115}{1.124\cdot 220} + 1.124\frac{220}{115}} = 104.1 \text{ rad/s} = 994 \text{ RPM}$$

Beräkna ankarströmmen

$$i_a = \frac{0.373\omega_r R_f}{k_f v_f} = \frac{0.373\cdot 104.1\cdot 115}{1.124\cdot 220} = 18.05 \text{ A}$$

Verkningsgraden inkluderat fältkretsen

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}}\cdot 100\% = \frac{T_L\omega_r}{v_T i_a + v_f i_f}\cdot 100\% = \frac{B\omega_r^2}{v_{T,rated} i_a + \frac{v_{f,rated}^2}{R_f}}\cdot 100\% = \frac{0.373\cdot 104.1^2}{260\cdot 18.05 + \frac{220^2}{115}}\cdot 100\% = 79.0\%$$

c) Genom att studera ekvationen för ankarkretsen från b), $v_{\mathrm{T}} = R_{\mathrm{a}} \dfrac{0.373\omega_r R_{\mathrm{f}}}{k_f v_f} + \omega_r k_f \dfrac{v_{\mathrm{f}}}{R_{\mathrm{f}}}$, ses att högst varvtal fås då ankarspänningen är som högst, dvs. märkspänning skall användas. Varvtalet kan också ökas genom att fältspänningen sänks (minska magnetiseringen).
Lastmomentet och det utvecklade momentet måste vara lika, detta ger att

$T_{\mathrm{L}} = T_{\mathrm{e}} = k_f i_f i_{\mathrm{a}} \Rightarrow i_{\mathrm{a}} = \dfrac{0.372\omega_r}{k_f i_f} = \dfrac{0.373\omega_r R_{\mathrm{f}}}{k_f v_f}$ men ankar strömmen får inte överskrida märkström, vilket ger $v_f \geq v_{f,\min} = \dfrac{0.373\omega_r R_{\mathrm{f}}}{k_f i_{a,rated}} = \dfrac{0.373 \cdot 115}{1.124 \cdot 23}\omega_r = 1.659\omega_r$ V

Det högsta varvtalet utan att märkström överskrids fås vid den minsta fältspänningen (då är ankarsströmmen lika med märkström)

$$v_{\mathrm{T,rated}} = R_{\mathrm{a}} i_{\mathrm{a,rated}} + \omega_r k_{if} \frac{v_{f,\min}}{R_{\mathrm{f}}} = R_{\mathrm{a}} i_{\mathrm{a,rated}} + 1{,}659 \frac{k_{if}}{R_{\mathrm{f}}} \omega_r^2 \Rightarrow$$

$$\omega_r = \sqrt{\frac{v_{\mathrm{T,rated}} - R_{\mathrm{a}} i_{\mathrm{a,rated}}}{1.659 \dfrac{k_{if}}{R_{\mathrm{f}}}}} = \sqrt{\frac{260 - 2.0 \cdot 23}{1.659 \cdot \dfrac{1.124}{115}}} = 114.9 \text{ rad/s} = 1097 \text{ RPM}$$

Beräkna den minsta fältspänningen

$v_{\mathrm{f,min}} = 1.659\omega_r = 1.659 \cdot 114.9 = 190.5$ V

Verkningsgraden inkluderat fältkretsen

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \cdot 100\% = \frac{T_L \omega_r}{v_T i_a + v_f i_f} \cdot 100\% = \frac{B\omega_r^2}{v_{T,rated} i_{a,rated} + \dfrac{v_{f,\min}^2}{R_f}} \cdot 100\% = \frac{0.373 \cdot 114.9^2}{260 \cdot 23 + \dfrac{190.5^2}{115}} \cdot 100\% = 78.2\%$$

d) Den magnetiska flödestätheten B kan antas vara konstant och jag antar att lindningen har N varv. Flödet som går genom lindningen beror på hur mycket yta som lindningen har mot flödet. Som lindning 2 ligger i figuren har den maximal yta mot flödet. Flödet genom lindningen blir

$\phi = BA = B2rl\cos(\theta_m) = B2rl\cos(\omega_m t)$

Där r är rotorns radie, l är längden av maskinen och θ_r är rotorpositionen. Den inducerade spänningen beräknas med

$$e = \frac{d\lambda}{dt} = \frac{dNBA}{dt} = \frac{dNB2rl\cos(\omega_m t)}{dt} = -NB2rl\omega_m \sin(\omega_m t)$$

Högst spänning fås vid vinklarna $\omega_m t = \theta_m = 90^\circ \pm 180^\circ K$, där K=1,2,3,….

Med högerhandsregeln fås för lindning 2, vänstra ledaren fås en kraft riktad mot höger och för högra ledaren fås en kraft riktad mot vänster. Detta ger ingen kraft som skapar ett moment. För lindning 1, den övre ledaren fås en kraft riktad mot höger och för den nedre ledaren en kraft riktad mot vänster. Dessa två krafter skapar ett moment som vill rotera rotorn medurs. Detta ger att lindnig 2 skall användas vid de vinklar då det induceras högst spänning i lindningen, dvs.

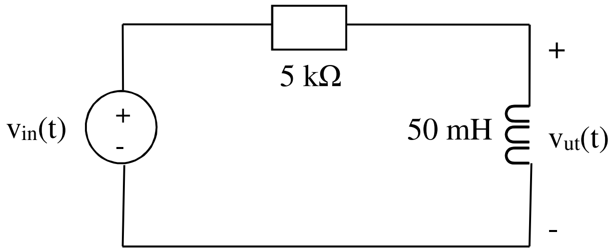
$\theta_m = 90^\circ \pm 180^\circ K$, där K=1,2,3,….

3. En sinusformad spänningskälla $v_{in}(t)=v_0\cos(\omega t)$ V med variabel vinkelfrekvens ω är kopplad till en krets enligt figur. Utspänningen v_{ut} ligger över en induktans med L=50 mH.

a) Bestäm överföringsfunktionen $H(f)=V_{ut}/V_{in}$! (2p)

b) Vilken typ av filter är detta? Förklara! Vid vilken vinkelfrekvens ω är $v_{ut}(t)$ fasförskjuten 45° relativt $v_{in}(t)$? (3p)

c) Skissa ett approximativt Bodediagram för beloppet av H. Markera viktiga vinkelfrekvenser och dB värden. (3p)



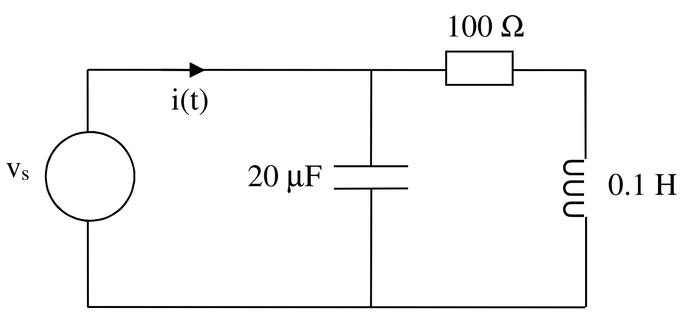
Lösning: a) Transformera till komplexa planet: $V_{in}=v_0$ V, R=5 kΩ, $Z_L=j\omega L$.
Spänningsdelning ger $V_{ut}=V_{in}\, j\omega L/(R+j\omega L)$ =>
$H=V_{ut}/V_{in}=(j\omega L/R)/(1+j\omega L/R)=(j\omega/\omega_c)/(1+j\omega/\omega_c)$ där gränsvinkelfrekvensen är $\omega_c=R/L=100$ krad/s.
b) Detta är ett högpassfilter eftersom $H \to 0$ ($V_{ut} \to 0$) för låga frekvenser och $H \to 1$ ($V_{ut} \to V_{in}$) för höga frekvenser. Fasförskjutning 45 grader fås för $\omega=\omega_c=100$ krad/s.
c) Bodediagram för HP filter, se kursbok s 320.

4. En sinusformad växelspänningskälla med $v_s(t)=200\cos(1000t)$ V är kopplad till en last bestående av en induktans L=0.1 H i serie med en resistans R=100 Ω. Parallellt med lasten sitter en kapacitans C=20 μF.

a) Beräkna inimpedansen Z_{in} som spänningskällan ser samt strömmen i(t). (3p)

b) Beräkna den aktiva och reaktiva effekt som spänningskällan avger samt effektfaktorn. (3p)

c) Kapacitansen C byts ut mot en kapacitans C' som gör att effektfaktorn blir ett. Bestäm värdet på C' och strömmen i(t) på ledningen. (3p)

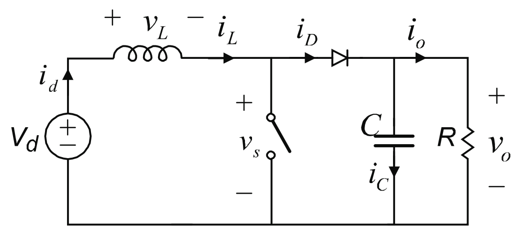


Lösning: a) Transformera till komplexa planet: $V_s=200$ V, $\omega=1000$ rad/s, $Z_L=j\omega L=j100$ Ω, $Z_C=-j/\omega C=-j50$ Ω.
$\underline{Z_{in}}=(100+j100)\cdot(-j50)/(100+j100-j50)=63.2e^{-j71.56°}$ $\underline{\Omega = (20 - j60)\ \Omega}$. $I=V_s/Z_{in}=3.16e^{j71.46°}$ A
=> <u>i(t)=3.16 cos(1000t+71.46°) A</u>.

b) Effektfaktorn är $\cos\theta$ där $\theta=71.46°$ är fasskillnaden mellan spänning och ström enligt a)
=> <u>cosθ=0.32</u>. Komplexa effekten ges av S=0.5VI*=100 – j300 VA, dvs <u>spänningskällan avger den aktiva effekten P=100 W och mottar den reaktiva effekten Q=300 Var</u>.

c) Vi skall byta ut C mot C' som ger $\theta=0$ (ingen fasskillnad mellan spänning och ström). Detta svarar mot att Z_{in} är rent reell och att $Y_{in}=1/Z_{in}$ är rent reell. Vi tecknar enklast Y_{in} enligt: $Y_{in}=j\omega C'+1/(R+j\omega L)=j\omega C'+(R-j\omega L)/(R^2+\omega^2L^2)$. $\mathrm{Im}\{Y_{in}\}=0 \Rightarrow \omega C'=\omega L/(R^2+\omega^2L^2)$. Detta ger $\underline{C'=5\ \mu F}$. Då blir $Y_{in}=R/(R^2+\omega^2L^2)=1/200\ \Omega^{-1} \Rightarrow Z_{in}=200\ \Omega$ och vi får $I=V_s/Z_{in}=1 \Rightarrow \underline{i(t)=\cos(1000t)\ A}$. Strömmen minskar på ledningen.

5. Betrakta nedanstående spänningsomriktare krets.



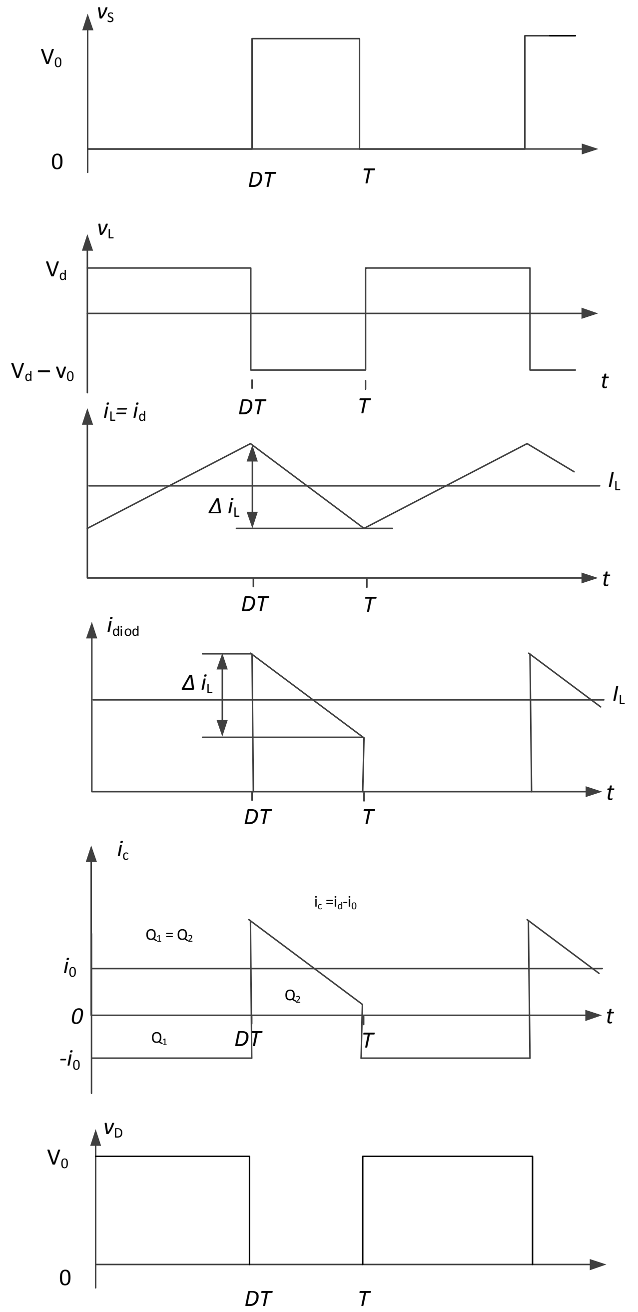
a) Skissera $v_s(t)$, $v_L(t)$, $i_L(t)$, $i_c(t)$ och $V_D(t)$ för två switch perioder (T_s). (Glöm ej noteringar och lämpliga variabler på x och y-axlar!). (3p)

b) Härled uttrycket för duty-cyclen (D) för switchen som ett förhållande mellan in-spänningen (V_d) och ut-spänningen (v_0). (2p)

c) Av reglertekniska skäl måste omvandlaren arbeta i CCM, alltså skall strömmen genom induktansen aldrig bli noll. Inspänningen kan variera mellan 8V och 16V, utspänningen hålls konstant på 48 V och switchfrekvensen är 150 kHz. Beräkna minsta värdet på induktansen för att omvandlaren alltid skall arbeta i CCM om uteffekten aldrig understiger 5W. (4p)

d) Nämn två förslag för att minska ripplet i induktansströmmen $\Delta i_L(t)$, förklara även hur. (2p)

e) Hur påverkar en icke ideal diod utspänningen? (1p) a)



b) För att förenkla beräkningar antas det även i denna uppgift att omvandlaren arbetar i steady-state, kontinuerlig drift (CCM), samt att utspänningen är en ren DC-spänning ($v_o = V_o$).
Till att börja med är det lämpligt att härleda ett uttryck för duty-cyclen i omvandlaren. Detta görs genom att studera medelspänningen över induktansen. Eftersom omvandlaren arbetar i steady-state måste medelvärdet över en period vara lika med noll. Vidare kan det enkelt ses att under den tid som switchen leder kommer spänningen över induktansen att vara lika med inspänningen ($v_L = V_d$) och under den tid som switchen ej leder kommer spännigen över induktansen att vara lika med inspänningen minus utspänningen ($v_L = V_d - V_o$).

$$V_L = \frac{1}{T}\int_0^T v_L dt = \frac{1}{T}\int_0^{DT} V_d dt + \frac{1}{T}\int_{DT}^{T} V_d - V_o dt =$$

$$= \frac{1}{T}\left(V_d DT + (V_d - V_o)(T - DT)\right) = V_d + V_o(1 - D) = 0$$

$$V_o = \frac{1}{(1-D)} V_d \quad \rightarrow \quad D = \frac{V_o - V_d}{V_o}$$

c) Enligt uppgiften skall omvandlaren arbeta i CCM. Det betyder att medelströmmen genom induktansen måste vara större än halva strömripplet, $I_L \geq \frac{\Delta i_L}{2}$.
Antar att omvandlaren är ideal vilket gör att det instoppade effekten är lika med den uttagna.

$$P_o = P_d = V_d I_d = [I_d = I_L] \rightarrow \ I_L = \frac{P_o}{V_d}$$

Topp-till-topp värdet för ripplet på induktorströmmen kan exempelvis beräknas under tiden $t = 0$ till DT vilket ger följande uttryck:

$$\Delta i_L = \frac{V_d DT}{L} = \frac{V_d D}{Lf}$$

Detta ger att $I_L \geq \frac{\Delta i_L}{2} \Rightarrow \frac{P_o}{V_d} \geq \frac{V_d D}{Lf} \Rightarrow L \geq \frac{V_d^2 D}{2P_o f} = \frac{V_o^2(1-D)^2 D}{2P_o f} = \frac{V_o^2}{2P_o f}(D - 2D^2 + D^3)$
För det givna driftsintervallet ($V_o = 48V$ och $8V \leq V_d \leq 16V$) kommer duty-cyclen att variera mellan 5/6 och 2/3. Utifrån ovanstående ekvation skall den maximala induktansen bestämmas för det givna operationsintervallet. Orsaken till att ett maximum eftersöks är att maximat ger det värde på induktansen som krävs för att omvandlaren kan arbeta i CCM över hela driftområdet.
Både utspänningen och switchfrekvensen hålls konstant, den enda storhet som varierar är uteffekten (P_o). Det kan enkelt härledas att lägst uteffekt ($P_o = 5W$) ger högst induktans eftersom effekten återfinns i nämnaren.
Linjär algebra ger att uttrycket för induktansen skall deriveras med avseende på duty-cyclen samt att resultatet sätts till noll för att finna dess maximum.

$$\frac{dL}{dD} = \frac{V_o^2}{2P_o f}(1 - 4D + 3D^2) \ = \ 0$$

$$\frac{1}{3} - \frac{4}{3}D + D^2 = 0 \quad \rightarrow \quad \left(D - \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1}{3} + \frac{4}{9} = \frac{1}{9} \Rightarrow D = \frac{2}{3} \pm \frac{1}{3} = \begin{cases} 1/1 \\ 1/3 \end{cases}$$

Ytterligare en derivering med avseende på duty-cyclen förtäljer huruvida den funna stationärpunkten är ett lokalt maximum eller minimum:

$D =$	0	<	1/3	<	1
$dL/dD =$		+	0	-	0
$L =$	0	Ökande	Max	Minskande	0

Utredningen visar att ett maximum finns vid $D = 1/3$. Men D=1/3 finns inte med i operationsområdet så det högsta induktansvärdet fås vid D=2/3 (Vd=16 V). För denna punkt kan den minsta nödvändiga induktansen beräknas till

$$L_{min} = \frac{V_o^2(1-D)^2 D}{2P_o f} = \frac{48^2(1-2/3)^2 \cdot 2/3}{2 \cdot 5 \cdot 150 \cdot 10^3} = 0.11mH$$

d) Som kan ses från ekvationen för topp-till-topp värdet för ripplet på induktorströmmen:

$$\Delta i_L = \frac{V_d DT}{L} = \frac{V_d D}{Lf} = \frac{V_o(1-D)D}{Lf}$$

Så minskar strömripplet om induktansvärdet ökar. Detta beror på att induktansen blir mer strömtrög och då hinner inte strömmen ändras lika mycket under tiden switchen är till, strömderivatan blir lägre.

Strömripplet minskar även om switchfrekvensen ökar. Detta beror på att tiden som switchen är på minskar och då hinner inte strömmen ändras lika mycket under tiden switchen är på, derivatan på strömmen är oförändrad.

Strömripplet minskar även om inspänningen är närmare utspänningen dvs. om spänningsomsättningen är låg. Om inspänningen är lika med utspänningen behöver switchen ej slutas och då är ripplet noll.

e) Om en icke ideal diod används så kommer ett spänningsfall fås över dioden när den leder. Detta leder till att utspänningen blir lägre än den ideala spänningen. Desto större del av perioden som dioden används (låga värden på D, switchen av stor del av perioden) desto mer påverkas utspänningen.