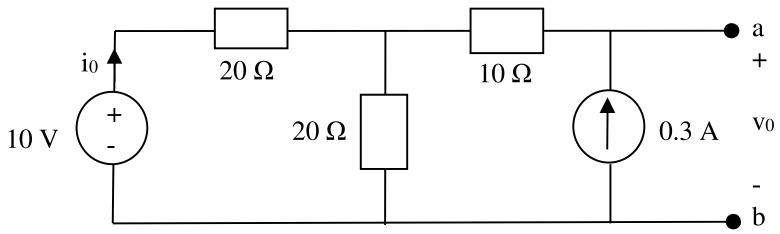
Kortfattade lösningsförslag RRY135, 2016-04-08.

1. a) Bestäm effekten som källorna avger eller upptar i likspänningskretsen nedan! (4p)

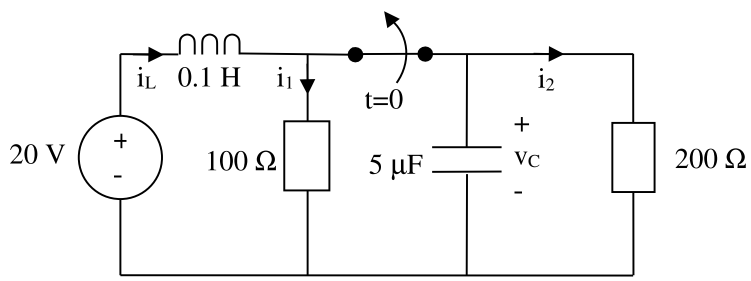
   b) Beräkna Thevenin- och Norton-ekvivalenten för tvåpolen a-b. (4p)

   c) En variabel resistans R_0 kopplas in mellan a-b. Resistansen varieras så att effekten som tvåpolen avger blir maximal. Bestäm R_0 samt effekten som tvåpolen avger för detta val av R_0. (2p)



Lösning: a) Strömmen i_0 och spänningen $v_0=v_{ab}$ söks, varefter effekterna ges av $P_{10V}=10V\cdot i_0$, $P_{0.3A}=v_0\cdot 0.3A$ (avgiven effekt om P>0, ty ej samordnade ref-riktningar). KVL tv ger: $-10V + 20\Omega\cdot i_0 + 20\Omega\cdot(0.3A+i_0)=0 \Rightarrow i_0=0.1$ A => $\underline{P_{10V}=1\text{ W, avgiven effekt}}$. KVL i slinga t.h ger: $-v_0+10\Omega\cdot 0.3A + 20\Omega\cdot(0.1A+0.3A) = 0 \Rightarrow v_0=11$ V => $\underline{P_{0.3A}=3.3\text{ W, avgiven effekt}}$.
b) Ekvivalent Thevenin utgörs av spänningskälla $v_t=v_{ab}$ (tomgångsspänning) i serie med resistans R_t där R_t fås t.ex genom att nollställa källorna (nollställd strömkälla=avbrott, nollställd spänningskälla = kortslutning). Vi får då att R_t utgörs av 10 Ω i serie med 20Ω//20Ω=10 Ω, dvs $\underline{R_t=20\ \Omega}$. KVL enligt uppg a) gav $v_0=11$ V => $\underline{v_t=v_0=11\text{ V}}$. Norton-ekvivalenten utgörs av strömkälla i_n parallellt med $R_t=20\ \Omega$ där $\underline{i_n=v_t/R_t=0.55\text{ A}}$.
c) Max mottagen effekt av R_0 (=max avgiven effekt av tvåpolen) fås för $R_0=R_t$ enligt anpassningssatsen. Spänningen över R_0 är $v_t/2$, effekten blir $\underline{P_{max}=v_t^2/4R_0=1.51\text{ W}}$.

2. I kretsen med likspänningskällan på 20 V råder stationärtillstånd och brytaren är sluten. Brytaren öppnas vid t=0.
   a) Beräkna strömmarna i_L, i_1, i_2 och spänningen v_C vid $t=0^-$, precis innan brytaren öppnas då stationärtillstånd råder. (2p)
   b) Vad blir strömmarna i_L, i_1, i_2, och spänningen v_C direkt vid öppning av brytaren, vid $t=0^+$? (2p)
   c) Härled och lös differentialekvationen som beskriver $i_L(t)$ för $t\geq 0$, efter att brytaren öppnats. Gör en skiss som visar i_L som funktion av tiden. (4p)

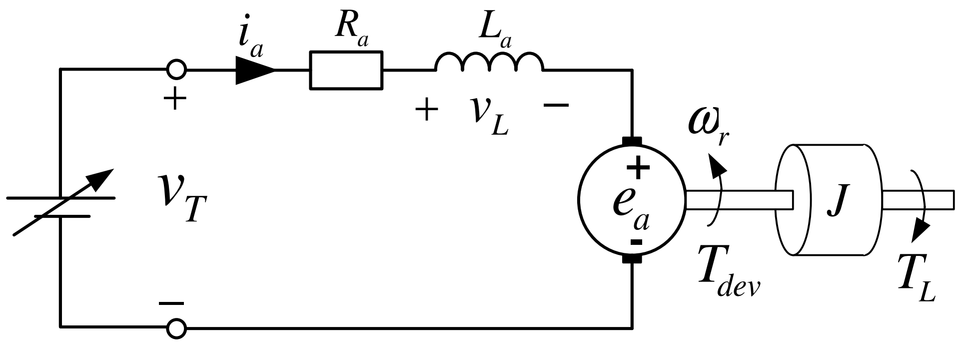


Lösning: a) För t<0 gäller stationärtillstånd och därmed att L=kortslutning och C=avbrott. Det ger att i_1=20V/100Ω=0.2 A, v_C=20 V, $i_2=v_C$/200Ω=0.1 A, $i_L=i_1+i_2$=0.3 A.

b) När brytaren öppnas fås 2 oberoende maskor (RL resp RC krets). Strömmen i_L och spänningen v_C är alltid kontinuerlig (oförändrad) omedelbart efter öppning eller slutning av brytare (t=0⁺), även $i_2=v_C$/200Ω blir därmed oförändrad, medan KCL ger att i_1 ändras diskontinuerligt enligt $i_1=i_L$=0.3 A.

c) För t≥0 består kretsen t.v. av L i serie med R=100 Ω och spänningskällan på 20V. KVL: -20V+v_L+100i_L=0, v_L=Ldi_L/dt ger d.e. $di_L/dt+1000\cdot i_L=200$. Lösningen är på formen $i_L(t)=k_1+k_2e^{-t/\tau}$ där tidskonstanten τ=L/R=0.001 s. Insättning i d.e ger att k_1=200/1000=0.2. BV: i_L kontinuerlig => k_2=0.1 => $i_L(t)=0.2+0.1e^{-1000t}$ A. Detta är en exponentiellt avtagande funktion som startar med i_L=0.3 A vid t=0 och går mot i_L=0.2 A för stora t.

3. En likströmsmaskin kopplas till en spänningskälla som kan varieras mellan 0 V och 24 V. Likströmsmaskinen driver en omrörare med ett lastmoment proportionellt mot hastigheten, med proportionalitetskonstant B. Maskinens parametrar och märkdata är: $\Psi = 0.06\,\text{Wb}$, R_a=0.8 Ω, L_a=7 mH, U_a=24 V samt I_a=7 A.



a) Vid en ankarspänning på 11.5 V roterar maskinen med 1500 RPM och går i steady state. Beräkna lastens proportionalitetskonstant B. (2p)

Lösning:

a) $T_e = \lambda I_a = T_L = B\omega_r \quad \Rightarrow \quad I_a = \dfrac{B\omega_r}{\lambda}$

$$V_a = R_a I_a + \omega_r\lambda \Rightarrow I_a = \frac{V_a - \omega_r\lambda}{R_a} = \frac{B\omega_r}{\lambda} \Rightarrow$$

$$B = \frac{\lambda}{\omega_r}\frac{V_a - \omega_r\lambda}{R_a} = \frac{0.06}{1500\frac{\pi}{30}}\frac{11.5 - 1500\frac{\pi}{30}0.33}{0.8} = 0.99\,\text{mNm rad/s}$$

b) Beräkna det högsta varvtalet som omröraren kan köras på samt likströmsmaskinens verkningsgrad vid detta varvtal. Skissa hur ankarspänningen skall varieras för att variera varvtalet mellan 0 RPM och maxvarvtalet. Kunde a) ej lösas kan B=1.2 mNm s/rad användas. (4p)

Lösning:

b) $V_a = R_a I_a + \omega_r\lambda \Rightarrow I_a = \dfrac{V_a - \omega_r\lambda}{R_a} = \dfrac{B\omega_r}{\lambda} \Rightarrow \lambda V_a - \omega_r\lambda^2 = R_a B\omega_r \Rightarrow$

$$\omega_r = \frac{\lambda V_a}{R_a B + \lambda^2} = \frac{0.06\cdot 24}{0.8\cdot 0.99\cdot 10^{-3} + 0.06^2} = 328\,\text{rad/s=3130 RPM}$$

$$I_a = \frac{B\omega_r}{\lambda} = \frac{0.99\cdot 10^{-3}\cdot 328}{0.06} = 5.41\,\text{A}$$

$$P_a = V_a I_a = 24 \cdot 5.41 = 130\,\text{W}$$
$$P_{mek} = P_e = T_e \omega_r = B\omega_r^2 = 0.99 \cdot 10^{-3} 328^2 = 106\,\text{W}$$
$$\eta = \frac{P_{\text{mek}}}{P_{\text{a}}} = \frac{106}{130} = 82\%$$

c) I figuren nedan (se nästa sida) visas en direktstart av maskinen vid reducerad spänning, dvs. vid tiden 0 s ansluts likströmsmaskinen till en konstant spänning av 16 V. Förklara:

I. Vad begränsar strömderivatan vid 0 s?

Det som begränsar den initiala strömderivatan är enbart induktansen

$$V_a = R_a \underbrace{i_a}_{=0} + L_a \frac{di_a}{dt} + \underbrace{\omega_{\text{r}}}_{=0} \lambda \Rightarrow V_a = L_a \frac{di_a}{dt} \Rightarrow \frac{di_a}{dt} = \frac{V_a}{L_a} = \frac{16}{3 \cdot 10^{-3}} = 5.33\,\text{kA/s}$$

II. Varför ändras strömmen som den gör mellan 0 s och 35 ms?

När strömmen ökar tack vare den positiva strömderivatan ökar spänningen över resistansen och spänningen över induktansen sjunker, vilket resulterar i en minskande strömderivata

$$V_a = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + \underbrace{\omega_{\text{r}}}_{\approx 0} \lambda \Rightarrow \frac{di_a}{dt} = \frac{V_a - R_a i_a}{L_a} = \frac{16 - 0.8 i_a}{3 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow i_a \uparrow \Rightarrow \frac{di_a}{dt} \downarrow$$

III. Vad begränsar strömmen vid 35 ms (max strömmen)?

Max strömmen begränsas enbart av ankarresistansen, vid toppströmmen

$$V_a = R_a i_{a,\max} + L_a \underbrace{\frac{di_{a,\max}}{dt}}_{=0} + \underbrace{\omega_{\text{r}}}_{\approx 0} \lambda \Rightarrow i_{a,\max} = \frac{V_a}{R_a} = \frac{16}{0.8} = 20\,\text{A}$$

IV. Vad är det som gör att strömmen sjunker efter 35 ms?

När det går en ankarström i kretsen så producerar maskinen moment och det börjar accelerera tröghetsmassan, vilket medför att varvtalet ökar och därmed mot-emkn i maskinen. När mot-emkn ökar så kommer spänningen över induktansen att bli negativ vilket medför att ankarströmmen sjunker, strax efter 35 ms

$$V_a = \underbrace{R_a i_a}_{\approx 16V} + L_a \frac{di_a}{dt} + \omega_{\text{r}} \lambda \Rightarrow \frac{di_a}{dt} = \frac{V_a - \overbrace{R_a i_a}^{\approx 16} - \overbrace{\omega_{\text{r}}}^{\uparrow} \lambda}{L_a} = \frac{16 - 16 - 0.06 \overbrace{\omega_{\text{r}}}^{\uparrow}}{3 \cdot 10^{-3}} < 0$$

V. Varför sjunker inte strömmen till 0 A utan har ett vist värde vid 0.4 s?

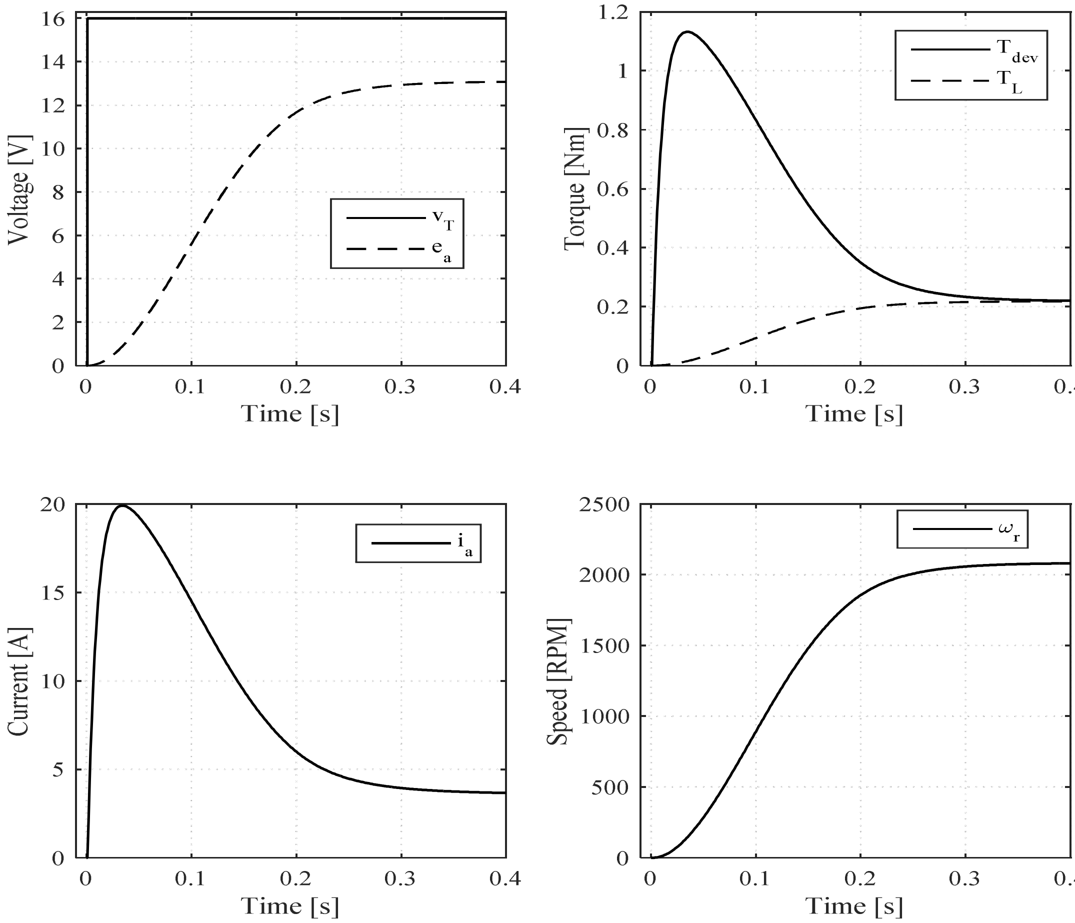
Varvtalet kommer att fortsätta öka på grund av att det drivande momentet, Te, är större än lastmomentet, TL och det ökande varvtalet gör att strömmen fortsätter att sjunka. Med en sjunkande ström kommer det producerande momentet att sjunka vilket medför att hastighetsökningen kommer att gå långsammare. Hastigheten ökar till dess att strömmen har sjunkit ner så att det drivande momentet är lika med lastmomentet. På grund av att lasten kräver ett drivande moment vid sluthastigheten så kommer strömmen ej att sjunka till noll.

VI. Samt, om lastmomentet skulle öka efter 0.4 s hur skulle det påverka likströmsmaskinens varvtal och ankarström? Förklara varför.

Om lastmomentet skulle öka så krävs en högre ankarström för att ge ett lika stort drivande moment. Med en högre ankarström så blir spänningsfallet över ankarresistansen större och därmed måste mot-emkn bli mindre, vilket medför ett lägre varvtal. I stationärdrift är

$$T_e = \lambda I_a = T_L \quad \Rightarrow \quad I_a = \frac{T_L}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad V_a = R_a \frac{T_L}{\lambda} + \omega_{\text{r}} \lambda \quad \Rightarrow \quad \omega_{\text{r}} = \frac{V_a}{\lambda} - R_a \frac{T_L}{\lambda^2}$$

(4p)

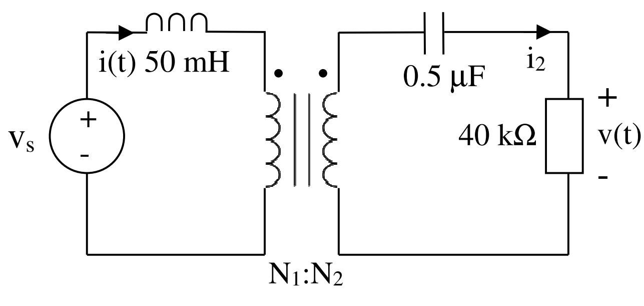


4. En sinusformad växelspänningskälla med $v_s(t)=50\cos(100t)$ V är kopplad till en transformatorkrets enligt figur nedan. Transformatorn, som har omsättningstalet $n=N_1/N_2=1/100$, kan antas vara ideal.

   a) Transformera kretsen med komponenter till komplexa planet (frekvensplanet) och inkludera impedansvärden. (2p)

   b) Beräkna de tidsberoende storheterna i(t) och v(t). (4p)

   c) Antag att vinkelfrekvensen ω hos spänningskällan v_s varieras. Vid en viss vinkelfrekvens ω_0 uppstår resonans i kretsen. Beräkna ω_0, samt strömmen i(t) vid denna vinkelfrekvens. (2p)



Lösning: a) Transformera till komplexa planet: V_s=50 V, ω=100 rad/s, Z_L=jωL=j5 Ω, Z_C=-j/ωC=-j20 kΩ. Totalt sitter impedansen Z=-j20 kΩ+40 kΩ i sekundärkretsen.
b) Spegla impedansen i sekundärkretsen till primärkretsen enligt Z'=n^2Z=(-j20+40) kΩ/100^2 =-j2 Ω+4 Ω. Ohms lag för AC ger I=V_S/(j5-j2+4) = 50/(4+j3)=$10e^{-j36.87°}$ A => <u>i(t)=10cos(100t-36.87°) A</u>. Transformatorekvation ger strömmen i sekundärkretsen enligt i_2(t)=ni_1(t)=0.1cos(100t-36.87°) A => Ohms lag ger <u>v(t)=40 kΩ i_2(t)=4cos(100t-36.87°) kV</u>.
c) Resonans innebär att Im{Z_{in}}=0 där Z_{in}= jωL+n^2(R-j/ωC). Vid resonansfrekvensen fås då att Im{jω_0L+n^2(R-j/ω_0C)}=0 => <u>ω_0=n(1/LC)$^{0.5}$=63.25 rad/s</u>. För ω=ω_0 blir kretsen rent resistiv, Z_{in}=n^2R blir reell, dvs <u>i(t)=v_S/R=50cos(ω_0t)V/4Ω=12.5cos(ω_0t) V</u>.

5. En Y-kopplad asynkronmaskin matas med märkspänning 400 V (RMS huvudspänning) och 50 Hz. Maskinen har följande parametrar: R_s=0.2 Ω, X_s=0.7 Ω, R'_r=0.4 Ω, X'_r=0.7 Ω och X_m=12 Ω. Maskinens varvtal vid märkdrift är 727.6 RPM och axeleffekten är 10 kW.

   a) Hur många poler har asynkronmaskinen? (1p)

   b) Beräkna maskinens axeleffekt, rotorström, statoreffekt samt effektfaktor vid 50 % av märkmoment. (4p)

Lösning:
a) Maskinen måste ha 8 poler eftersom märkvarvtalet är strax under 750 RMP, som är det synkrona varvtalet som maskinen har med 8 poler och 50 Hz.
b) Eftersläpningen vid märkdrift fås till

$$s_{rated} = \frac{n_s - n_m}{n_s} = \frac{750-727.6}{750} = 2.99\%$$

Eftersläpningen är proportionell mot momentet så vid 50% av märkmoment är eftersläpningen

$$s = 0.5 s_{rated} = 0.5 \cdot 2.99 = 1.49\%$$

Den ekvivalenta impedansen av magnetiserings induktansen parallellt med den totala rotor impedansen

$$\vec{Z}_{\text{tot}} = \frac{jX_{\text{m}}(R'_{\text{r}}/s + jX'_{\text{r}})}{jX_{\text{m}} + R'_{\text{r}}/s + jX'_{\text{r}}} = \frac{j12(0.4/0.0149 + j0.7)}{j12 + 0.4/0.0149 + j0.7} = \frac{-8.4 + j321.4}{26.79 + j12.7} = \frac{321.5\angle 91.5^\circ}{29.64\angle 25.4^\circ} = 4.39 + j9.92\ \Omega$$

$$\vec{I}_{\text{s}} = \frac{\vec{V}_{\text{s}}}{R_{\text{s}} + jX_{\text{s}} + \vec{Z}_{\text{tot}}} = \frac{400/\sqrt{3}}{0.2 + j0.7 + 4.39 + j9.92} = \frac{400/\sqrt{3}}{4.59 + j10.62} = \frac{400/\sqrt{3}}{11.568\angle 66.6^\circ} = 19.96\angle -66.6^\circ\ A$$

Effektfaktor

$$\cos\phi = \cos(\theta_v - \theta_i) = \cos(0^\circ + 66.6^\circ) = 0.40$$

Statoreffekten

$$P_{\text{s}} = 3|\vec{V}_s||\vec{I}_s^*|\cos\phi = 3\frac{400}{\sqrt{3}} \cdot 19.96 \cdot 0.40 = 5.49\ \text{kW}$$

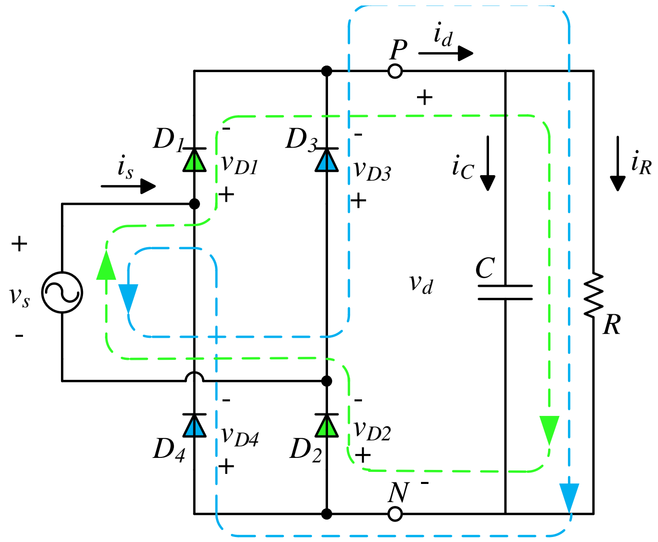
Rotorströmmen fås genom strömdelning

$$\vec{I}'_{\text{r}} = \frac{jX_{\text{m}}}{jX_{\text{m}} + R'_{\text{r}}/s + jX'_{\text{r}}}\vec{I}_{\text{s}} = \frac{j12 \cdot 19.96\angle -66.6^\circ}{j12 + 0.4/0.0149 + j0.7} = \frac{12\angle 90^\circ \cdot 24.63\angle -51.3^\circ}{29.64\angle 25.4^\circ} = 8.08\angle -1.99^\circ\ A$$

Axeleffekten

$$P_{\text{dev}} = 3R'_{\text{r}}|\vec{I}'_{\text{r}}|^2\frac{1-s}{s} = 3 \cdot 0.4 \cdot 8.08^2 \frac{1-0.0149}{0.0149} = 5.2\ \text{kW}$$

6. Nedanstående helvågs-diodlikriktarkrets matas med en växelspänning på 230 V RMS och 50 Hz. Diodlikriktaren har ett spänningsstyvt dc-led. Lastresistansen, R, är 200 Ω.



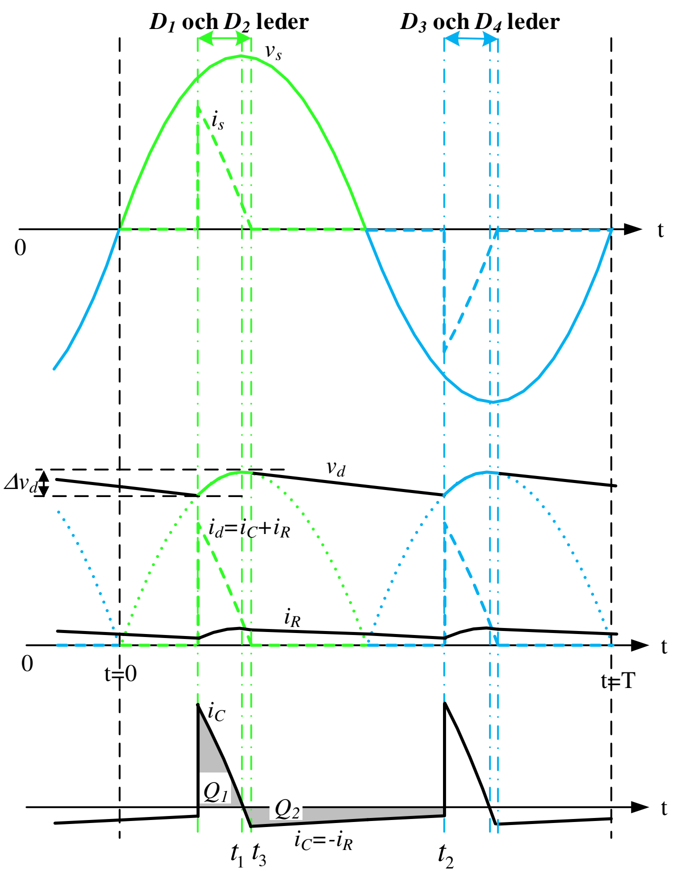
a) Skissa kurvformerna för spänningarna $v_s(t)$ och $v_d(t)$ samt strömmarna $i_s(t)$, $i_d(t)$, $i_c(t)$ och $i_R(t)$ för en period av $v_s(t)$. Markera under vilka tidsintervall respektive diod leder och blockerar. (Glöm ej noteringar och lämpliga variabler på x och y-axlar!) (3 p)

b) Härled det approximativa uttrycket för spänningsripplet i utspänningen, Δv_d, samt medelvärdet för utspänningen, $V_{d,av}$. (3 p)

c) Beräkna kondensatorvärdet som begränsar spänningsripplet (peak-to-peak) till 5 % av utspänningen. (3 p)

Lösning:

a)



Genom att studera kretsen kan vi se att strömmen från källan kan bara gå två vägar, för positiv ström den gröna slingan och för negativ den blå. Detta medför att dioderna leder i par, antingen D1 och D2 eller D3 och D4.

På grund av kondensatorn på DC ledet så kan vi också ha ett tillstånd då alla dioder blockerar.

Börjar med att analysera att alla dioder blockerar. Vi vet att då skall diodspänningarna vara negativa och diodströmmen skall vara noll. Gör en potentialvandring runt i slingorna,

Grön: $v_s - v_{D1} - v_d - v_{D2} = 0$ antag att

$$v_{D1} = v_{D2} = v_{D1,2} \Rightarrow v_{D1,2} = \frac{v_s - v_d}{2} < 0$$

Blå: $-v_s - v_{D3} - v_d - v_{D4} = 0$ antag att

$$v_{D3} = v_{D4} = v_{D3,4} \Rightarrow v_{D3,4} = \frac{-v_s - v_d}{2} < 0$$

Detta ger att alla dioder kommer att blockera om $v_s < v_d$ och $v_s > -v_d \Rightarrow |v_s| < v_d$

Antag att anta att D1 och D2 leder och D3 och D4 blockerar:

$$v_s = v_d \text{ och } i_s = i_d = i_{D1} = i_{D2} = i_C + i_R = C\frac{dv_s}{dt} + \frac{v_s}{R} \text{ samt } v_{D3} = v_{D4} = -v_s$$

Detta är OK om $v_s \geq v_d \ (>0)$, det blir DC-spänningen för annars gäller fallet då alla dioder blockerar och $i_R \geq -i_C$. Detta ger att dioderna kommer att leda en liten stund efter att toppspänningen har nåtts.

Anta att D3 och D4 leder och D1 och D2 blockerar:

$$-v_s = v_d \text{ och } -i_s = i_d = i_{D3} = i_{D4} = i_C + i_R = C\frac{d(-v_s)}{dt} - \frac{v_s}{R} \text{ samt } v_{D1} = v_{D2} = v_s$$

Detta är OK om $v_s \leq -v_d \ (<0)$, det blir DC-spänningen för annars gäller fallet då alla dioder blockerar och $i_R \geq -i_C$. Detta ger att dioderna kommer att leda en liten stund efter att toppspänningen har nåtts.

b) Beräkna ripplet i utspänningen Δv_d. För kondensatorn gäller att:

$$i_C(t) = C\frac{dv_C(t)}{dt} \quad , \quad v_C(t) = v_C(t_0) + \frac{1}{C}\underbrace{\int_{t_0}^{t} i_C(t)dt}_{Q} = v_C(t_0) + \frac{1}{C}Q \qquad \Delta v_d = v_C(t_1) - v_C(t_2) = \frac{1}{C}Q_2$$

$$Q_2 = \int_{t_1}^{t_2} i_C(t)dt = \int_{t_1}^{t_2} i_R(t)dt \approx \frac{T}{2}\underbrace{\frac{2}{T}\int_{t_1}^{t_1+\frac{T}{2}} i_R(t)dt}_{I_{R,av}} = \frac{T}{2}I_{R,av}$$ Detta är OK om tiden dioderna leder är <<T

$$\Delta v_d = v_C(t_1) - v_C(t_2) = \frac{1}{C}\frac{T}{2}I_{R,av}$$

Utspänningen blir

$$V_{d,av} = \frac{1}{T}\int_{t_1}^{t_1+T} v_d(t)dt \approx v_{s,peak} - \frac{\Delta v_d}{2} = RI_{R,av}$$

c) Beräknar kondensatorvärdet

$$\Delta v_d = 0.05V_{d,av} = \frac{1}{C}\frac{T}{2}I_{R,av} = \frac{1}{C}\frac{T}{2}\frac{V_{d,av}}{R} \quad \Rightarrow \quad C = \frac{1}{2fR0.05} = \frac{1}{2\cdot 50\cdot 200\cdot 0.05} = 1\text{ mF}$$

$$V_{d,av} = v_{s,peak} - \frac{\Delta v_d}{2} = v_{s,peak} - \frac{0.05V_{d,av}}{2} \quad \Rightarrow \quad V_{d,av} = \frac{v_{s,peak}}{1.025} = \frac{\sqrt{2}230}{1.025} = 317.33\text{ V}$$