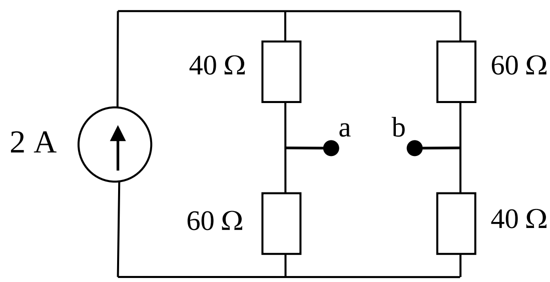
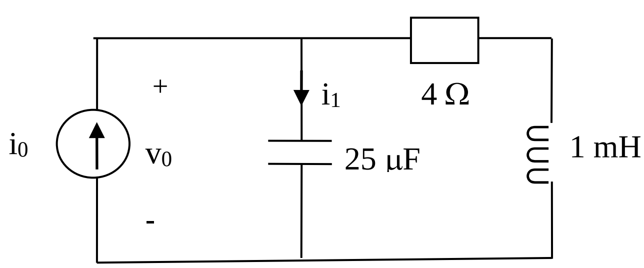
Kortfattade lösningsförslag för RRY135 2015-08-18

1. a) Bestäm Thevenins ekvivalent tvåpol till klämmorna a-b i likströmskretsen nedan! (4p)
   b) En resistans R kopplas in mellan a-b. Hur ska R väljas för att maximera effektutvecklingen i R? Bestäm effektutvecklingen för detta val av R. (2p)
   c) Antag att likströmkällan i kretsen byts mot en växelströmkälla $i_0(t)=2\cos(50t+\pi/4)$ A. Bestäm Thevenins ekvivalenta tvåpol för a-b, finn resistansen R som maximerar medeleffekten $P=\langle p(t)\rangle$ som utvecklas i R och bestäm medeleffekten för detta val av R. (3p)



Lösning: a) Ekvivalent Thevenin utgörs av spänningskälla $v_t=v_{ab}$ i serie med resistans R_t. R_t fås genom att nollställa strömkällan (=avbrott): R_t utgörs av 40 Ω+60 Ω=100 Ω parallellt med 100 Ω, dvs $\underline{R_t=50\ \Omega}$. Genom varje resistans går strömmen i=1 A (strömgrening) och KVL i övre slingan ger då v_{ab} enl: $40i+v_{ab}-60i=0 \Rightarrow \underline{v_t=v_{ab}=20\text{ V}}$.
b) Anpassning: Koppla in resistans $R_L=R_t=50\ \Omega \Rightarrow \underline{P=v_r^2/R_L=10^2/50=2\text{ W}}$ (spänningen över R_L är $v_r=v_t/2=10$ V).
c) Lösning ekvivalent med lösning till 1 a), ger ekvivalent Thevenin i form av komplex spänningskälla $\underline{V_t=20e^{j\pi/4}\text{ V}}$ i serie med $\underline{R_t=50\ \Omega}$. Effekten blir $\underline{P=0.5|V_r|^2/R_L=1\text{ W}}$ (halvan 0.5 kommer från tidsmedelvärdet av $\cos^2(\omega t)$).

2. I kretsen nedan är strömkällan given enligt $i_0(t)=0.2\cos(\omega t)$ A med variabel vinkelfrekvensen ω. Strömkällan är kopplad till en LC-krets där hänsyn tagits till spolens resistans på 4 Ω. Vinkelfrekvensen ω varieras så att $v_0(t)$ och $i_0(t)$ ligger i fas.
   a) Bestäm vinkelfrekvensen ω. (4p)
   b) Beräkna inimpedansen Z_{in} som strömkällan ser vid denna frekvens. (2p)
   c) Beräkna strömmen $i_1(t)$. (2p)



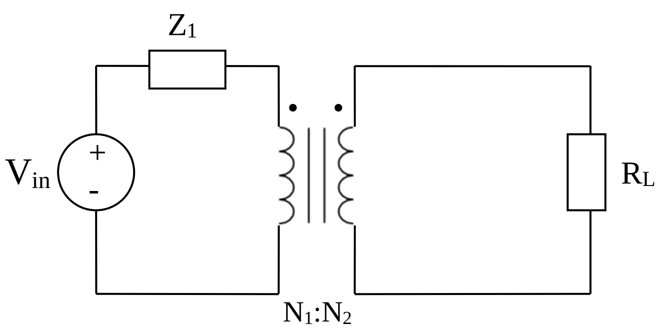
Lösning: a) Transformera till komplexa planet: $I_0=0.2$ A, $Z_L=j\omega L$, $Z_C=-j/\omega C$. Villkoret att v_0 och i_0 ligger i fas innebär att resonans föreligger (dvs Z_{in} är rent reell). Resonansvinkelfrekvensen fås enl $\text{Im}\{Z_{in}\}=0$ eller $\text{Im}\{Y_{in}\}=0$. Y_{in} är enklast i detta fall med $Y_{in}=1/(R+j\omega L)+j\omega C=(R-j\omega L)/(R^2+\omega^2L^2)+j\omega C$. $\text{Im}\{Y_{in}\}=0 \Rightarrow -\omega_0 L/(R^2+\omega_0^2L^2)+\omega_0 C=0 \Rightarrow \omega_0^2=1/LC-R^2/L^2=24\cdot 10^6 \Rightarrow$ $\underline{\omega_0=(1/LC)^{0.5}(1-CR^2/L)^{0.5}=4899\text{ rad/s}}$.
b) $\underline{Z_{in}=1/Y_{in}=(R^2+\omega_0^2L^2)/R=10\ \Omega}$.

c) Kan lösas med strömgrening, ger $I_1=I_0(R+j\omega_0L)/(R+j\omega_0L-j/\omega_0C)=0.24e^{j90°}$ A. Enklare metod: beräkna först V_0 enligt $V_0=I_0Z_{in}=0.2A\cdot10V=2$ V => $I_1=2/(-j/\omega_0C)=0.24e^{j90°}$ A => $i_1(t)=0.24\cos(4899t+90°)$ A.

3. En last $R_L = 5\ \Omega$ är kopplad till en växelspänningskälla $v_{in}=20\cos(5000t)$ V via en transformator. I primärkretsen finns förluster som modelleras med en impedans Z_1 bestående av en resistans i serie med induktans, $Z_1=R_1+j\omega L_1$, med $R_1=5\ \Omega$ och $L_1=2$ mH. Transformatorn, som kan antas vara ideal, har omsättningstal $n=N_1/N_2=2$.

a) Bestäm verkningsgraden P_L/P_0 där P_L är den aktiva effekt som utvecklas i R_L och P_0 är den aktiva effekt som spänningskällan avger. (5p)

b) Vilka element i kretsen avger eller mottar reaktiv effekt? Beräkna den reaktiva effekten för de aktuella elementen och förklara i några meningar vad som menas med reaktiv effekt. (3p)



Lösning: a) Spegla lasten R_L till primärsidan enligt $Z'=n^2R_L$, $n=N_1/N_2=2$. Detta ger en primärkrets med källan V_{in} i serie med $Z_1+R_Ln^2=5+20+j10\ \Omega=25+j10\ \Omega$. Ström i primärlindning: $I=(V_{in}/(Z_1+Z'))$. $P_L = 0.5\mathrm{Re}Z'|I|^2= 0.5n^2R_L|I|^2$. Aktiva effekten som spänningskällan avger upptas av R_1 och R_L eftersom den ideala transformatorn ej absorberar eller genererar någon effekt, dvs $P_0 = 0.5\mathrm{Re}(Z_1+Z')|I|^2 = 0.5(R_1+n^2R_L)|I|^2$. Verkningsgraden blir då $P_L/P_0=n^2R_L/(n^2R_L+R_1)=0.8$, dvs 80% verkningsgrad.

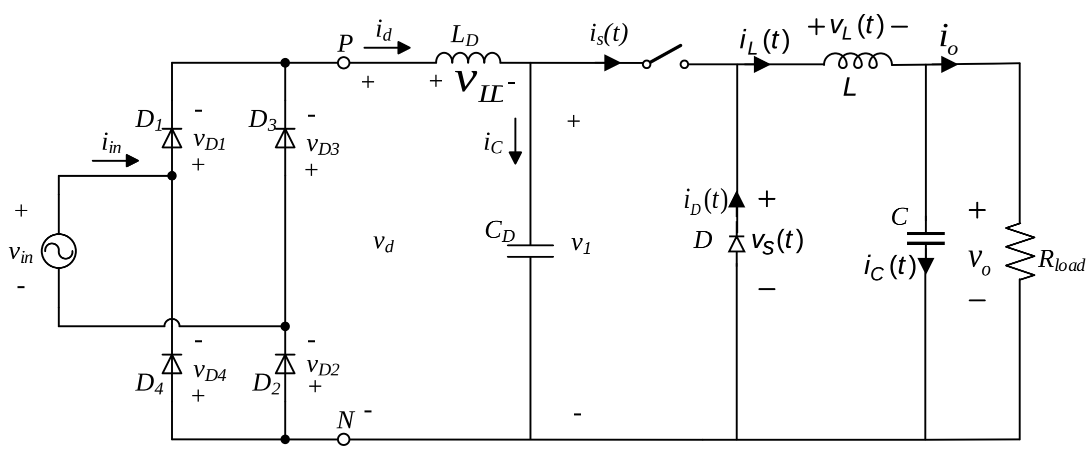
b) Reaktiv effekt avges/mottas av spänningskällan och induktansen (transformatorn avger/mottar ingen komplex effekt). Vi beräknar strömmen I_1 enl $I_1=20/(25+j10)=0.74e^{-j21.8°}$A. Komplexa effekten för V_{in} och Z_1:

Avgiven effekt: $S_{Vin}=0.5V_{in}I_1^*=6.90+j2.76$ VA=P+jQ, dvs spänningskällan avger Q=2.76 Var reaktiv effekt.

Mottagen effekt: $S_{Z1}= 0.5Z_1|I_1|^2=1.37+j2.76$ VA, dvs Z_1 mottar Q=2.76 Var reaktiv effekt.

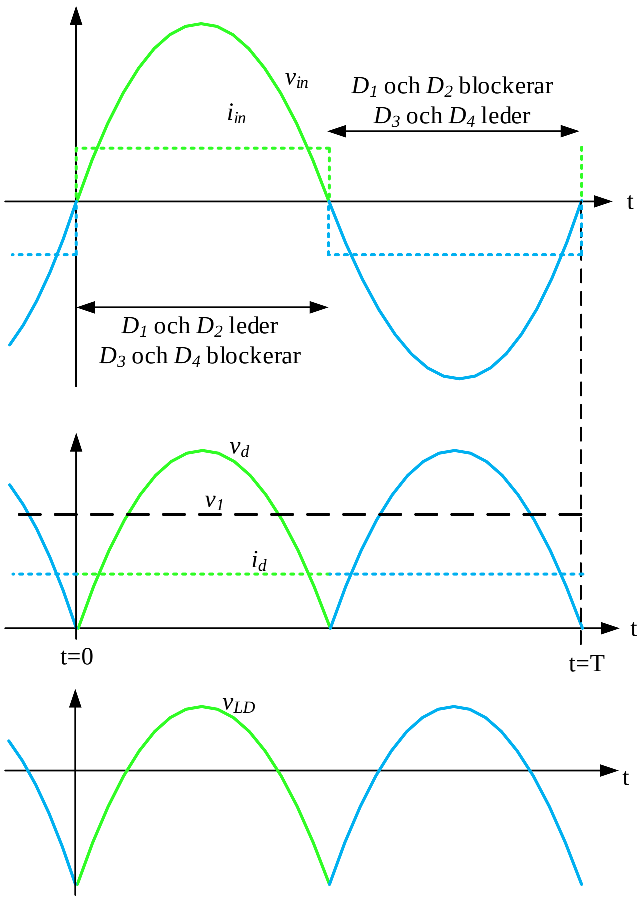
Kontroll: $Q_{avgiven}=Q_{mottagen}$, ok!

4. Ett nätaggregat enligt figuren nedan är kopplat till en växelspänningskälla v_{in}=325cos(100πt) V. Utspänningen v_0 regleras till att vara konstant 160 V. Induktansen L_D och kapacitanserna C_D och C kan antas vara mycket stora.
   a) Skissa kurvformerna för spänningarna v_{in}, $v_{d,}$ v_1 och v_{LD} samt strömmarna i_{in} och i_d, ange relevanta värden på X- och Y-axlarna.. Markera under vilka tidsintervall dioderna leder och blockerar. (3p)
   b) Härled uttrycket för spänningen v_1 som funktion av spänningen v_{in} samt beräkna dess värde (2p)
   c) Skissa kurvformerna för spänningen över respektive strömmen genom induktansen L, dioden D samt kondensatorn C, ange relevanta värden på X- och Y-axlarna. (3p)
   d) Härled ett uttryck för sambandet mellan spänningen v_1 och utspänning v_0 (att endast skriva upp uttrycket utan härledning ger 0 poäng), samt beräkna aktuell "dutycykel". Kunde b) ej lösas kan spänningen v_1=200 V användas. (2p)
   e) Beräkna det lägsta värdet på induktansen L som ger att omvandlaren går i CCM om switchfrekvensen är 40 kHz och den lägsta uteffekten är 20 W. Kunde b) ej lösas kan spänningen v_1=200 V användas. (3p)



Lösning: Antar att nätaggregatet befinner sig i stationärtillstånd, att induktansströmmen är kontinuerlig (CCM) och att den är förlustfri.

a)



b)

Medelvärdet av induktansspänningen är noll då kretsen befinner sig i stationärtillstånd

$$v_{\mathrm{d}} = v_{\mathrm{LD}} + v_1 \Rightarrow v_{\mathrm{LD}} = v_{\mathrm{d}} - v_1 \Rightarrow$$

$$v_{\mathrm{LD,av}} = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} v_{\mathrm{d}} - v_1 dt = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} v_{\mathrm{d}} dt - \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} \underbrace{v_1}_{\text{konstant}} dt \Rightarrow$$

$$v_{\mathrm{LD,av}} = v_{\mathrm{d,av}} - v_1 = 0 \Rightarrow$$

$$v_1 = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} v_{\mathrm{d}} dt = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} v_{\mathrm{d}} dt = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} \sqrt{2}V_{\mathrm{s}} \sin(2\pi f t) dt$$

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow$$

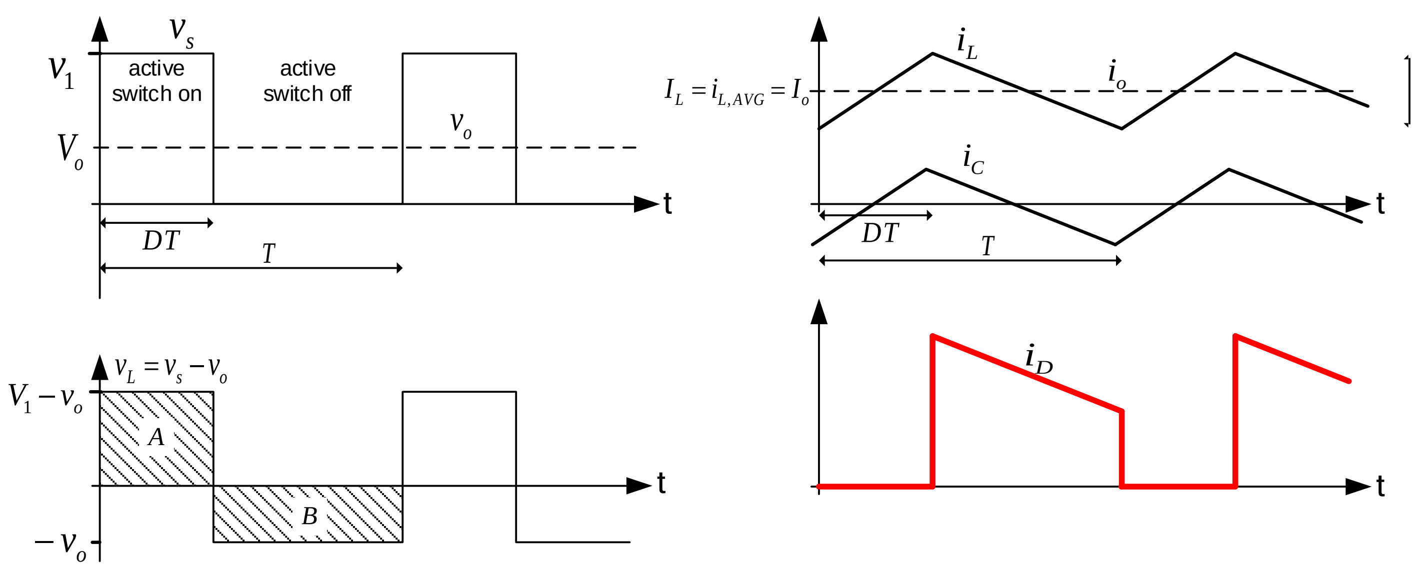
$$v_1 = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} \sqrt{2}V_{\mathrm{s}} \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) dt \Rightarrow$$

$$v_1 = -\frac{2}{T}\frac{T\sqrt{2}V_{\mathrm{s}}}{2\pi}\left[\cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)\right]_0^{T/2} \Rightarrow$$

$$v_1 = -\frac{\sqrt{2}V_{\mathrm{s}}}{\pi}\left(\cos\left(\frac{2\pi T}{2}\right) - \cos(0)\right) = \frac{2}{\pi}\sqrt{2}V_{\mathrm{s}} = 0.9V_{\mathrm{s}}$$

$$v_1 = 0.9V_{\mathrm{s}} = 0.9\frac{325}{\sqrt{2}} = 207\,\mathrm{V}$$

c)



d) In och utspänningsförhållandet fås genom att beräkna medelvärdet av induktansspänningen vilket är noll i stationärtillstånd.

$$V_L = 0 = \frac{1}{T_s}\int_0^{T_s} v_L(t)dt = \frac{1}{T_s}\int_0^{DT_s} v_1 - v_o dt + \frac{1}{T_s}\int_{DT_s}^{T_s} -v_o dt = \frac{1}{T_s}DT_s(v_1 - v_o) - \frac{1}{T_s}(T_s - DT_s)v_o \Rightarrow$$

$$0 = Dv_1 - v_o \Rightarrow v_o = Dv_1$$

$$D = \frac{v_o}{v_1} = \frac{160}{207} = 0.77$$

e) För att omriktaren skall går i CCM så skall $\frac{\Delta i_L}{2} \leq I_L = I_o$. Medelvärdet av induktansströmmen är lika med utströmmen för att medelvärdet av kondensator strömmen skall vara noll. Beräkna strömripplet.

$v_L = L\frac{di_L}{dt}$ spänningen över induktansen är konstant under tiden switchen är på, detta ger

$$v_L = L\frac{\Delta i_L}{\Delta t} \Rightarrow \Delta i_L = \frac{v_L \Delta t}{L} = \frac{(v_1 - v_o)D}{Lf_s} \text{ och } I_o = \frac{P_0}{v_0} \geq \frac{\Delta i_L}{2} \Rightarrow$$

$\frac{P_0}{v_0} \geq \frac{(v_1 - v_o)D}{2Lf_s} \Rightarrow L \geq \frac{(v_1 - v_o)v_0 D}{2P_0 f_s}$ det värde på induktansen som garanterar att omvandlaren alltid är i CCM ges av den lägsta uteffekten, detta ger

. $L = \frac{(v_1 - v_o)v_1}{2P_{0,\min} f_s} = \frac{(207-160)207}{2\cdot 20\cdot 40\cdot 10^3} = 6.1\text{mH}$ så detta är det lägsta värde som garanterar CCM.

5. Till en varierbarspänningskälla kopplas en likströmsmaskin som driver en last med ett lastmoment proportionellt mot hastigheten, med proportionalitetskonstant B. Maskinens parametrar och märkdata är: $\lambda = K\phi = 0.014$ Wb, R_a=0.36 Ω, L_a=46.4 μH, U_a=12 V samt I_a=6.7 A. Det mekaniska systemets (likströmsmaskin och last tillsammans) parametrar är: $J = 6.9 \cdot 10^{-4}$ kgm^2, $B = 1.4 \cdot 10^{-4}$ Nm s/rad.
   a) Vid en viss ankarspänning roterar maskinen med 550 rad/s och går i steady state, beräkna maskinens ankarspänning, ankarström, mot-EMK (Ea), den mekaniska effekten samt den elektriska effekten in i ankarkretsen. (2p)
   b) Vid en ankarspänning på 6 V, beräkna maskinens verkningsgrad. (4p)
   c) I figuren nedan (se nästa sida) visas en direktstart av maskinen, dvs. vid tiden 0 s ansluts likströmsmaskinen till en konstant spänning av 12 V. Förklara varför strömmen och varvtalet ser ut som de gör och vad det är som gör att de har den formen. (6p)

   Lösning:

   a) $T_e = \lambda I_a = T_L = B\omega_r \quad \Rightarrow \quad I_a = \frac{B\omega_r}{\lambda} = \frac{1.4\cdot 10^{-4} 550}{0.014} = 5.5\text{A}$

   $V_a = RI_a + \omega_r\lambda = 0.36\cdot 5.5 + 550\cdot 0.014 = 9.68\text{V}$

   $E_a = \omega_r\lambda = 550\cdot 0.014 = 7.7\text{ V}$

   $P_{mek} = P_e = T_e\omega_r = B\omega_r^2 = 1.4\cdot 10^{-4} 550^2 = 42\text{W}$

   $P_a = V_a I_a = 9.68\cdot 5.5 = 53\text{W}$

   b) Från a) fås

   $V_a = R_a I_a + \omega_r \lambda$ samt $I_a = \frac{B\omega_r}{\lambda} \Rightarrow \omega_r = \frac{\lambda I_a}{B} \Rightarrow$

   $$V_a = R_a I_a + \frac{\lambda I_a}{B}\lambda \Rightarrow I_a = \frac{V_a}{R_a + \frac{\lambda^2}{B}} = \frac{6}{0.36 + \frac{0.014^2}{1.4\cdot 10^{-4}}} = 3.41\text{A}$$

   $$\eta = \frac{P_{ut}}{P_{in}} = \frac{P_{in} - P_{Ra}}{P_{in}} = \frac{V_a I_a - R_a I_a^2}{V_a I_a} = \frac{6\cdot 3.41 - 0.36\cdot 3.41^2}{6\cdot 3.41} = 80\%$$

c) Förklaringen till kurvformerna är de samma som i datorlabben. Se figuren nedan där spänningarna över resistansen och induktansen också är inritade. För att förklara strömkurvformen behöver man titta på spänningen över induktansen och för att förklara varvtalet behöver man studera skillnaden mellan det utvecklade momentet och lastmomentet.