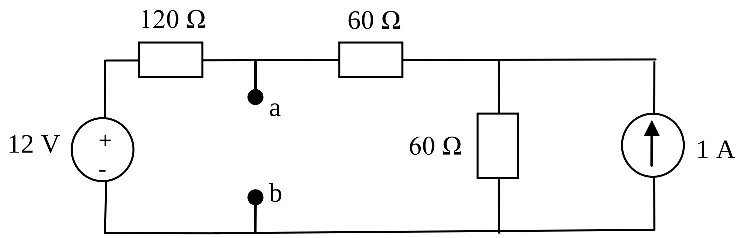
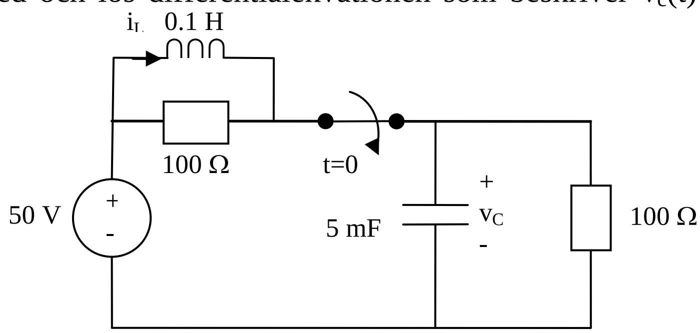
Kortfattade lösningsförslag för RRY135, 2015-04-15

1. a) Beräkna effekten som ström- och spänningskällan avger eller mottar i likspänningskretsen nedan. (3p)
   b) Bestäm Thevenins ekvivalenta tvåpol till klämmorna a-b! (4p)
   c) En variabel spänningskälla v_0 kopplas in mellan a-b. Spänningen v_0 varieras så att effekten som spänningskällan v_0 mottar blir P_0=0 W. Bestäm v_0 och visa i en skiss hur v_0 är kopplad i kretsen (med polaritet). Spänningskällan kan antas vara ideal. (2p)



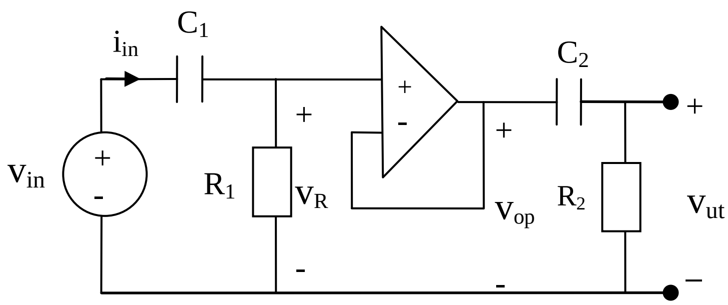
Lösning: a) Ställ upp KVL tv: $-12V+120i_1+60i_1+60(i_1+1A)=0 \Rightarrow i_1=-0.2$ A. Effekter: $p_{12V}=12V\cdot i_1=2.4$ W mottagen effekt (ström in vid högre potential), $p_{1A}=1A\cdot v_{1A}=1A\cdot 60(i_1+1A)=48$ W, dvs $p_{1A}=48$ W avgiven effekt.
b) Ekvivalent Thevenin utgörs av spänningskälla $v_t=v_{ab}$ i serie med resistans R_t. R_t fås genom att nollställa källorna. R_t utgörs av 120 Ω parallellt med 120 Ω, dvs $R_t=60$ Ω. KVL t.v. ger v_{ab} enl: $-12V+120i_1+v_{ab}=0 \Rightarrow v_t=v_{ab}=36$ V.
c) Koppla in spänningskälla enl $v_0=v_{ab}=36V$ med +pol vid nod a, detta ger att ingen ström passerar genom spänningskällan v_0, dvs effekt=0.

2. I kretsen med likspänningskällan på 50 V råder stationärtillstånd då brytaren öppnas vid t=0.
   a) Beräkna strömmen i_L och spänningen v_C vid $t=0^-$, precis innan brytaren öppnas. (2p)
   b) Hur mycket energi finns lagrad i komponenterna L och C vid t=0, och på vilket sätt är energin lagrad? (2p)
   c) Beskriv i ord vad som händer med den lagrade energin i L och C när brytaren öppnas. Uppskatta de relevanta tidsskalorna (tidskonstanterna) som beskriver förloppet i RL- respektive RC-kretsen. (2p)
   d) Härled och lös differentialekvationen som beskriver $v_c(t)$ för $t\geq0$, efter att brytaren öppnats. (4p)



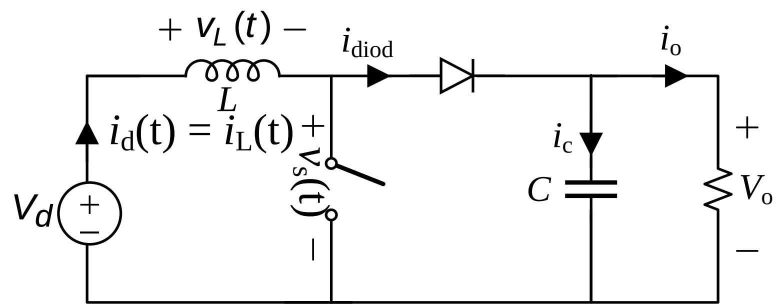
Lösning: a) För t<0 gäller stationärtillstånd och därmed att L=kortslutning och C=avbrott. Det ger att $i_L=50V/100\Omega=0.5$ A, $v_C=100\Omega\cdot i=50$ V ($i=i_L$).
b) Energin ligger lagrad i magnetfält (L) och elektriskt fält (C): $W_L=0.5Li_L^2=12.5$ mJ, $W_C=0.5Cv_C^2=6.25$ J.
c) När brytaren öppnas fås 2 oberoende maskor (RL resp RC krets). Energin i L, C utvecklas (omvandlas till värme) i 100 Ω resistanserna. Tidskonstanterna för detta är $\tau_{RC}=RC=0.5s$, $\tau_{RL}=L/R=1$ ms.
d) För $t\geq0$ består kretsen t.h. av C i serie med R=100 Ω. KVL: $100i-v_C(t)=0$, $i_C=-Cdv_C/dt$ ger d.e. $dv_C/dt+2\cdot v_C=0$. Lösningen är på formen $v_C(t)=k_2e^{-t/\tau}$ där tidskonstanten $\tau=RC=0.5$ s. BV: v_C kontinuerlig $\Rightarrow k_2=50 \Rightarrow v_C(t)=50e^{-2t}$ V.

3. En sinusformad spänningskälla $v_{in}(t)=\cos(\omega t)$ mV med variabel vinkelfrekvens ω är kopplad till en op-krets enligt figur. Parametervärden: $R_1=R_2=500\ \Omega$, $C_1=C_2=1\ \mu F$. Operationsförstärkaren kan antas vara ideal.
a) Bestäm överföringsfunktionen $H(f)=V_{ut}/V_{in}$. Vilken typ av filter representerar detta? (5p)
b) Vilken roll har operationsförstärkaren i kretsen? Förklara! (2p)
c) Bestäm $i_{in}(t)$ och $v_{ut}(t)$ för ω=2000 rad/s (observera att de reella tidsuttrycken söks). (3p)



Lösning: a) Använder beteckningar $R_1=R_2=R$, $C_1=C_2=C$. Spänningen in på op:n (över $R_1=R$) fås med spänningsdelning enl $V_R/V_{in}=R/(1/j\omega C+R) = j\omega RC/(1+j\omega RC)$. Op:n är en spänningsföljare med $V_{op}=V_R$. Spänningen över R_2 fås då enl $V_{ut}/V_{op}=R/(1/j\omega C+R) = j\omega RC/(1+j\omega RC)$ => $\underline{H=V_{ut}/V_{in}=(j\omega RC)^2/(1+j\omega RC)^2}$. Detta är ett <u>högpassfilter</u>, dvs $V_{ut}\rightarrow 0$ för låga värden på ω, $V_{ut}\rightarrow V_{in}$ för stora ω. Notera att ingen ström går in i op:n medan ström går ut från op:n, alla anslutningar (strömförsörjning) till op:n ritas normalt inte ut.
b) Op:n är en <u>spänningsföljare</u>, har förstärkning=1. Op:n drar inte ström från första filtret och isolerar därmed filtren från varandra (annars skulle filter 1 påverkas av filter 2).
c) Vi har ω=2000 rad/s => $j\omega RC=j$ => $H= V_{ut}/V_{in} = j^2/(1+j)^2=-1/(2^{0.5}e^{j45^\circ})^2=-0.5\ e^{-j90^\circ}$ => $\underline{v_{ut}(t)= -0.5\cos(2000t-90^\circ)\text{ mV} = 0.5\cos(2000t+90^\circ)\text{ mV}}$. Strömmen I_{in} fås enl $I_{in}=V_{in}/(R+1/j\omega C)=1/500\ 1/(1-j)=(2)^{0.5}/1000\ e^{-j45^\circ}$ => $\underline{i_{in}(t)=(2)^{0.5}\cos(2000t+45^\circ)\ \mu A}$.

4. Nedanstående boostomvandlare består av enbart ideala komponenter med följande komponentvärden $\boldsymbol{V_0}$ = 24 V(reglerad), $\boldsymbol{f_{sw}}$ = 20 kHz , $\boldsymbol{C}$ = 470 uF, $\boldsymbol{L}$ = 800 uH.



a) Omvandlaren ger 20W i uteffekt (P_0) då inspänningen (V_d) är 10V. Skissera strömmen genom dioden ($\boldsymbol{i_{diod}(t)}$), inströmmen ($\boldsymbol{i_d(t)}$), strömmen genom kondensatorn ($\boldsymbol{i_c(t)}$), strömmen genom induktansen ($\boldsymbol{i_L(t)}$), spänningen över induktansen ($\boldsymbol{v_L(t)}$) samt spänningen över switchen ($\boldsymbol{v_s(t)}$) för den givna driftpunkten**.** **(**3p**)**
(Glöm inte lämpliga variabler på Y och X-axlar).

b) **Härled** utrycket för switchens duty cycle ($\boldsymbol{D}$) som en funktion av inspänningen ($\boldsymbol{V_d}$) och utspänningen ($\boldsymbol{V_o}$). (2p)
(Otydlig härledning ger 0 p).

c) Uteffekten för omvandlaren måste sänkas, men av reglertekniska skäl måste den fortfarande arbeta i CCM. Inspänningen kan variera mellan 8V och 16V. Beräkna minsta värdet på induktansen ($\boldsymbol{L_{min}}$) för att omvandlaren alltid skall arbeta i CCM om uteffekten aldrig understiger 5W. (4p)

Lösning, se de sista 4 sidorna.

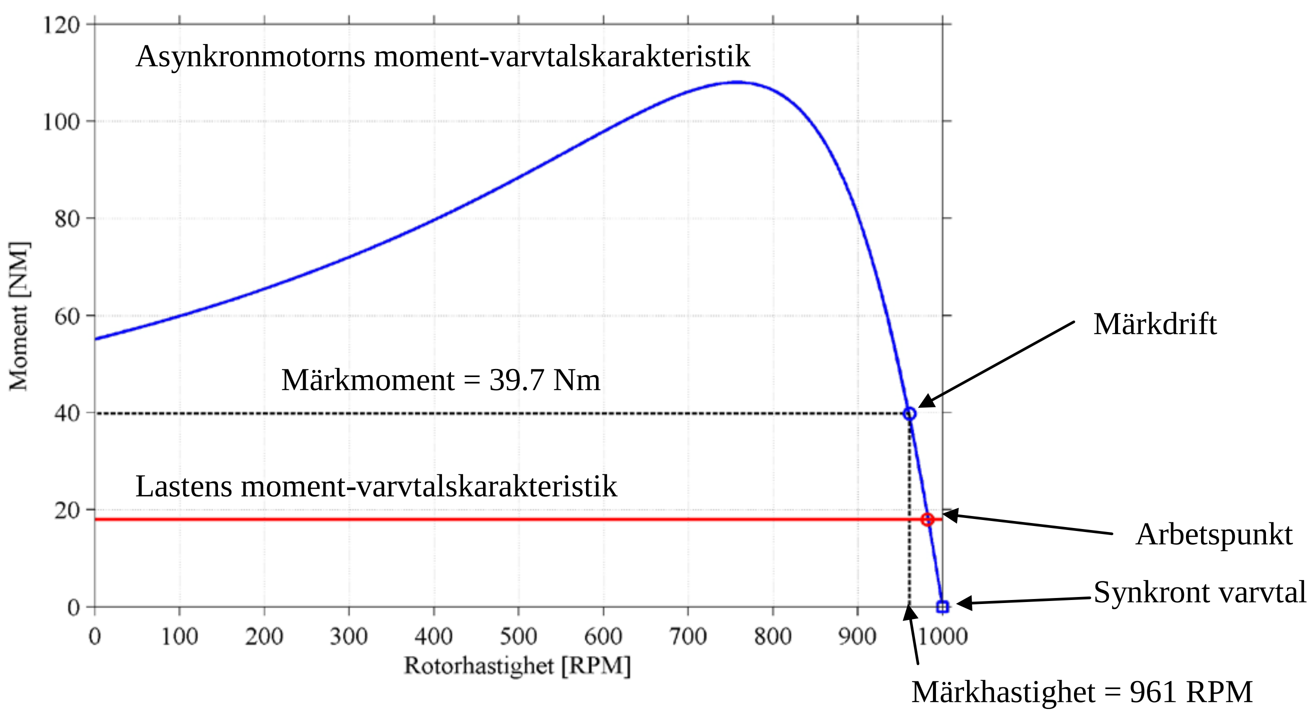
5. En liten fabrik matas med en 3-fas sinusformad växelspänning vars huvudspänning är 400 V (effektivvärde) och frekvensen är 50 Hz. Lasterna i fabriken består av en 3-fas 4 kW asynkronmotor och 24 stycken 60 W (effektfaktor=0) glödlampor. I figuren nedan visas en fas av fabriken, Last 1 består av 8 styck glödlampor (8 lampor per fas) och Last 2 är en fas av asynkronmotorn. Asynkronmotorn är Y-kopplad och har följande parametrar vid 50 Hz: R_s=1.33 Ω, X_s=2.54 Ω, X_m=42.4 Ω, X'_r=2.54 Ω, R'_r=1.24 Ω och märkvarvtal 961 RPM. Asynkronmotorn driver en last som har ett konstant lastmoment på 18 Nm.

   a) Skissa asynkronmotorns moment varvtals karakteristik (moment på Y-axeln och varvtal på X-axeln). Skissa även in lastens moment varvtals karakteristik och markera maskinens synkrona varvtal, märkdrift punkten och arbetspunkten då maskinen driver lasten. (2p)

Lösning:

Motorns märkvarvtal är 961 RPM vilket ger att motorn måste ha ett polpartal på 3 och ett synkront varvtal på 1000 RPM.

$$T_{\mathrm{dev}} = \frac{P_{\mathrm{dev}}}{\omega_m} = \frac{P_{\mathrm{dev}}}{n_m \frac{\pi}{30}} = \frac{4000}{961 \frac{\pi}{30}} = 39.7\,\mathrm{Nm}$$



   b) Beräkna maskinens varvtal. (1p)

Lösning:

Inom märkdriftsområdet kan asynkronmotorns moment antas vara proportionellt mot eftersläpningen

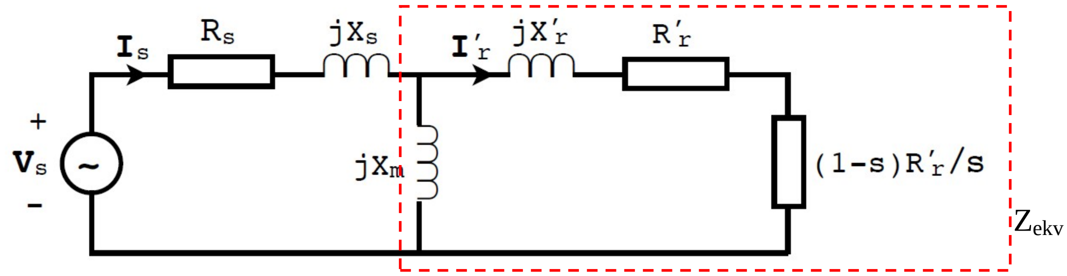
$$T_{\mathrm{dev}} = ks = k\frac{n_{\mathrm{s}} - n_{\mathrm{m}}}{n_{\mathrm{s}}} \quad \text{vet att} \quad T_{\mathrm{dev}}(n_{\mathrm{m}} = 961) = 39.7 \quad \Rightarrow \quad k = \frac{T_{\mathrm{dev}}}{\frac{n_{\mathrm{s}} - n_{\mathrm{m}}}{n_{\mathrm{s}}}} = \frac{39.7}{\frac{1000-961}{1000}} = 1017.9$$

Vid arbetspunkten är

$$T_{\mathrm{dev}} = T_{\mathrm{L}} \quad \Rightarrow \quad k\frac{n_{\mathrm{s}} - n_{\mathrm{m}}}{n_{\mathrm{s}}} = 18 \quad \Rightarrow \quad n_{\mathrm{m}} = n_{\mathrm{s}} - 18\frac{n_{\mathrm{s}}}{k} = 1000 - 18\frac{1000}{1017.9} = 982.3\,\mathrm{RPM}$$

c) Beräkna den skenbara, aktiva och reaktiva effekten som varje last förbrukar. Kunde b) ej lösas kan n_m=980 RPM användas. (5p)

Lösning:



Eftersläpningen vid arbetspunkten är $s = \frac{n_s - n_m}{n_s} = \frac{1000-961}{1000} = 0.0177$

Den ekvivalenta impedansen av rotorkretsen och magnetiserings induktans kan beräknas till

$$Z_{ekv} = \frac{jX_m\left(jX'_r + \frac{R'_r}{s}\right)}{jX_m + jX'_r + \frac{R'_r}{s}} = \frac{-107.7 + j2970.4}{70.06 + j44.94} = \frac{2972.3\angle 92.1^\circ}{83.2\angle 32.7^\circ} = 35.71\angle 59.4^\circ = 18.2 + j30.74\ \Omega$$

Totalimpedansen blir

$$Z_{tot} = R_s + jX_s + Z_{ekv} = 1.33 + j2.54 + 18.2 + j30.74 = 19.51 + j33.27 = 38.6\angle 59.62^\circ\ \Omega$$

Statorströmmen beräknas till

$$I_s = \frac{V_s}{Z_{tot}} = \frac{V_0}{Z_{tot}} = \frac{400}{\sqrt{3}} = \frac{400\angle 0^\circ}{\sqrt{3}38.6\angle 59.62^\circ} = 5.99\angle -59.61^\circ = 3.03 - j5.17\ \text{A}$$

Skenbar, Aktiv och reaktiv effekt för asynkronmaskinen

$$|S_s| = |P_s + jQ_s| = |3V_s I_s^*| = \left|\sqrt{3}400 \cdot (3.03 + j5.17)\right| = |2098 + j3578| = 4.15\ \text{kVA}$$

$$P_s = 2.10\ \text{kW}$$

$$Q_s = 3.58\ \text{kVAr}$$

Skenbar, Aktiv och reaktiv effekt för lamporna

$$P_l = 24 \cdot 60 = 1.44\ \text{kW}$$

$$Q_l = 0\ \text{kVAr}$$

$$|S_l| = |P_l + jQ_l| = |1440 + j0| = 1.44\ \text{kVA}$$

d) Beräkna strömmen I (effektivvärde) och effektfaktorn som spänningskällan ser. (3p)

Lösning:

Den totala effekten som lasterna tar från spänningskällan är

$$P_{tot} = P_l + P_s = 1440 + 2100 = 3.54\ \text{kW}$$

$$Q_{tot} = Q_l + Q_s = 0 + 3580 = 3.58\ \text{kVAr}$$

$$|S_{tot}| = |P_{tot} + jQ_{tot}| = |3540 + j3580| = 5.03\ \text{kVA}$$

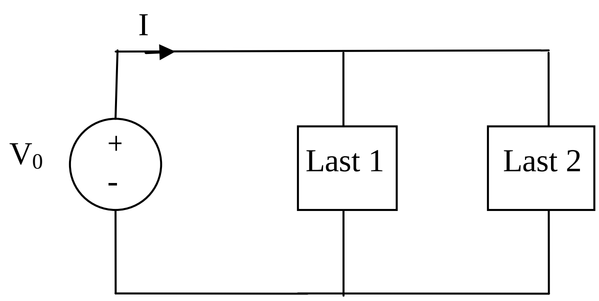
$$|S_{tot}| = 3|V_0||I| \Rightarrow |I| = \frac{|S_{tot}|}{3|V_0|} = \frac{5030}{\sqrt{3}400} = 7.26\ \text{A}$$

Effektfaktorn

$$S_{tot} = P_{tot} + jQ_{tot} = |S_{tot}|\cos\varphi + j|S_{tot}|\sin\varphi \quad \Rightarrow \quad \cos\varphi = \frac{P_{tot}}{|S_{tot}|} = \frac{3.54}{5.03} = 0.70$$

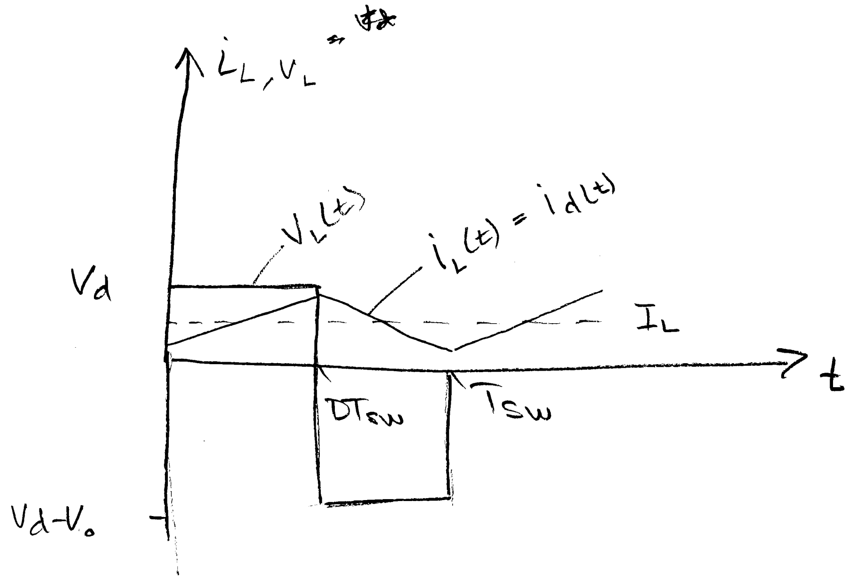
e) Varför är det viktigt att hålla en hög effektfaktor vid överföring av elenergi? (1p)

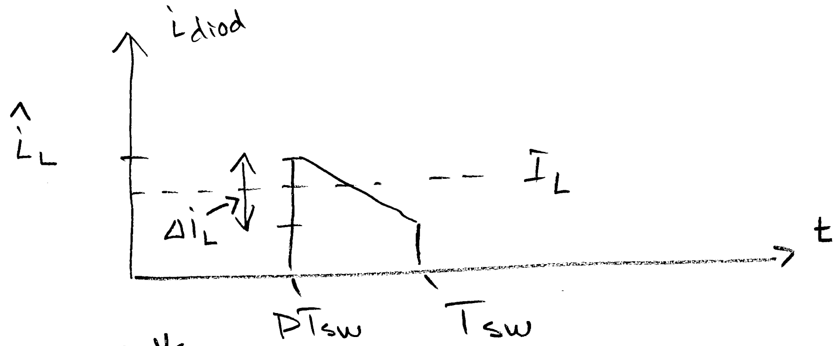
Svar: För att vid en hög effektfaktor används strömmen i ledningarna till att överföra aktiv effekt som kan utföra arbete och en liten del används till reaktiv effekt. På detta sätt så används en låg ström för att utföra arbetet och därmed är förlusterna låga i elnätet.

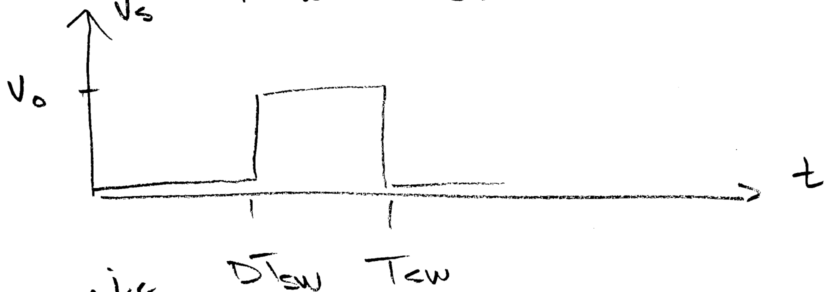


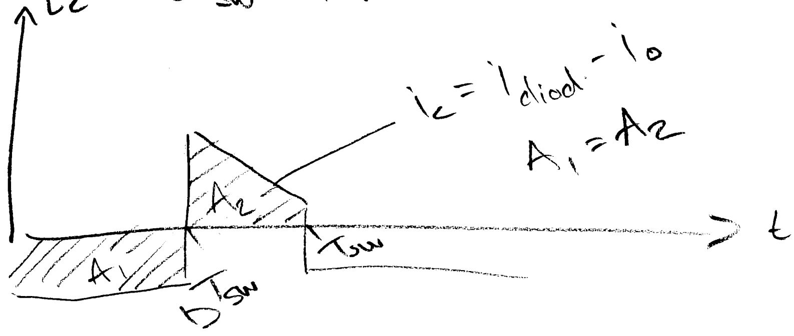
4 a)

Skissera $\underline{i_{diod}(t)}$, $\underline{i_d(t)}$, $\underline{V_s(t)}$, $\underline{i_c(t)}$, $\underline{i_L(t)}$, $\underline{V_L(t)}$. (3p)



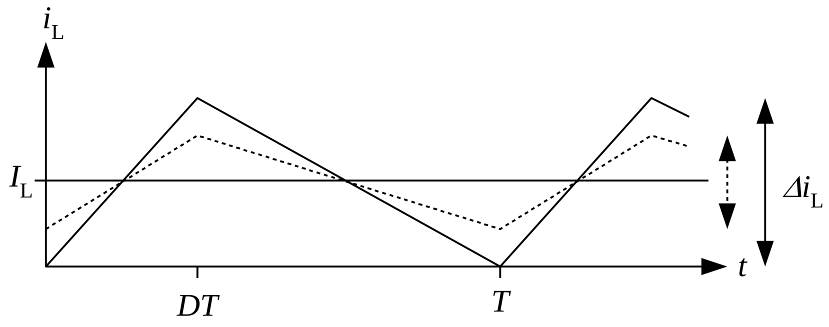






4.b) Se sid 10 i kraftelektronikskompendium

4.c) Detaljerad lösningsgång



Från figuren ovan kan det ses att omvandlaren arbetar i kontinuerlig drift (CCM) om medelvärdet på strömmen genom induktansen är lika med halva strömripplet eller större. Detta kan uttryckas som $I_L \geq \frac{\Delta i_L}{2}$ och ses som en streckad linje i figuren ovan.

De tre storheter som karakteriserar figuren ovan, D, I_L och Δi_L kan nu beräknas. Uttrycket för förhållandet mellan in och utspänning kan skrivas som:

$$V_o = \frac{1}{(1-D)} V_d \quad \rightarrow \quad D = \frac{V_o - V_d}{V_o}$$

Uppgift (a) gav oss ett uttryck för medelvärdet på inströmmen:

$$I_d = I_L = \frac{P_o}{V_d}$$

Topp-till-topp värdet för ripplet på induktorströmmen kan exempelvis beräknas under tiden $t = 0$ till DT vilket ger följande uttryck:

$$\Delta i_L = \frac{V_d DT}{L} = \frac{V_d D}{Lf}$$

Om induktansen löses ut ur ovanstående ekvation fås:

$$L = \frac{V_d DT}{\Delta i_L}$$

På gränsen mellan CCM och DCM gäller att:

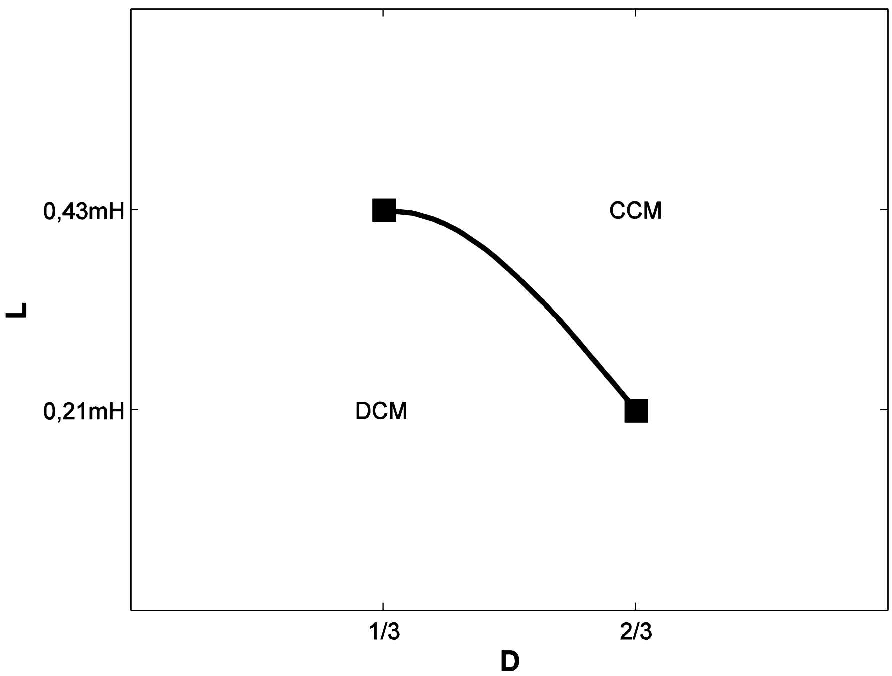
$$I_L = \frac{\Delta i_L}{2}$$

Vilket gör att uttrycket för induktansen kan förenklas till:

$$L = \frac{V_d DT}{2I_L} = \frac{V_d^2 D}{2P_o f} = \frac{V_o^2(1-D)^2 D}{2P_o f} = \frac{V_o^2}{2P_o f}(D - 2D^2 + D^3)$$

För det givna driftsintervallet ($V_o = 24V$ och $8V \leq V_d \leq 16V$) kommer duty-cyclen att variera mellan 1/3 och 2/3.

Utifrån ovanstående ekvation skall den maximala induktansen bestämmas för det givna operationsintervallet. Orsaken till att ett maximum eftersöks är att maximat ger det värde på induktansen som krävs för att omvandlaren kan arbeta i CCM över hela driftområdet, se nedanstående figur:



I ovanstående figur visas induktansen som funktion av duty-cyclen. Om den minsta induktansen ($L = 0.21mH$) i det aktuella driftsområdet väljs (alltså ett minimum till den ovanstående funktionen) kommer omvandlaren att gå in i diskontinuerlig drift om duty-cyclen istället minskas.

Både utspänningen och switchfrekvensen hålls konstant, den enda storhet som varierar är uteffekten (P_o). Det kan enkelt härledas att lägst uteffekt ($P_o = 5W$) ger högst induktans eftersom effekten återfinns i nämnaren.

Linjär algebra ger att uttrycket för induktansen skall deriveras med avseende på duty-cyclen samt att resultatet sätts till noll för att finna dess maximum.

$$\frac{dL}{dD} = \frac{V_o^2}{2P_o f}(1 - 4D + 3D^2) = 0$$

$$\frac{1}{3} - \frac{4}{3}D + D^2 = 0 \quad \rightarrow \quad \left(D - \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1}{3} + \frac{4}{9} = \frac{1}{9}$$

$$D = \frac{2}{3} \pm \frac{1}{3} = \begin{cases} 1/1 \\ 1/3 \end{cases}$$

Ytterligare en derivering med avseende på duty-cyclen förtäljer huruvida den funna stationärpunkten är ett lokalt maximum eller minimum:

D =	0	<	1/3	<	1
dL/dD =		+	0	-	0
L =	0	Ökande	Max	Minskande	0

Utredningen visar att ett maximum finns vid $D = 1/3$. För denna punkt och de tidigare givna komponentvärdena kan den minsta nödvändiga induktansen beräknas.

$$L_{min} = \frac{V_o^2(1-D)^2 D}{2P_o f} = \frac{(24V)^2(1-1/3)^2 \cdot 1/3}{2 \cdot 5W \cdot 20kHz} = 0.43mH$$