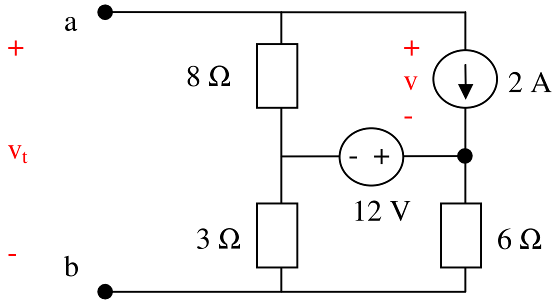
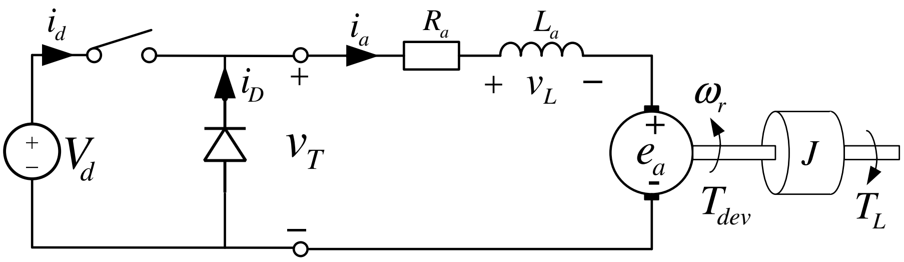
Kortfattade lösningsförslag för Tentamen RRY135, 2015-01-14

1. a) Beräkna Thevenin-ekvivalenten för tvåpolen a-b med en ideal likströmkälla på 2A och en ideal likspänningskälla på 12 V. (4p)
   b) Beräkna effekten som ström- respektive spänningskällan avger eller mottar. (3p)
   c) Hur skulle Thevenin-resistansen ändras om den ideala spänningskällan ersattes med en mer realistisk modell inkluderande en inre resistans R_i=2 Ω. (2p)



Lösning: a) Ekvivalent Thevenin utgörs av spänningskälla v_t=v_{ab} i serie med resistans R_t. R_t fås genom att nollställa källorna. R_t utgörs av 8 Ω i serie med parallellkopplingen av 3 Ω och 6 Ω (=2 Ω), dvs <u>R_t=10 Ω</u>. Inför t.ex maskströmmar medurs i_1, i_2. Ställ upp KVL för varje maska med okänd maskström. Maska 1: i_1=2 A, maska 2: $3i_2-12+6i_2=0$ => i_2=4/3 A. KVL ger sedan v_t enl: $-v_t-8i_1-3i_2=0$ => <u>v_t=-20 V</u>.
b) Spänningen v över strömkällan fås från KVL i maska 1: $v+12V+8i_1=0$=>v=-28 V. Effekter: <u>p_{2A}=56 W avgiven effekt</u> (ström ut vid högre potential), $p_{12V}=12(i_2-i_1)$=-8 W, dvs <u>p_{12V}=8 W mottagen effekt</u>.
c) Icke ideal spänningskälla har R_i i serie med 12 V. R_t fås efter att källorna nollställs, R_t utgörs av 8 Ω i serie med parallellkopplingen av 3 Ω och 2+6 Ω (=2.18 Ω), dvs <u>R_t=10.18 Ω</u>.

2. En 12 V permanentmagnetiserad likströmsmaskin enligt figuren nedan har parametrarna: R_a=0.5 Ω, L_a=50 µH och λ=Kϕ=0.05 Wb (konstant). Maskinen driver en fläkt som har momentkarakteristiken $T_L = 10^{-6}\,\omega_m^2$ Nm. För att kunna styra varvtalet på maskinen är den kopplad till en nerspänningsomvandlare enligt figuren nedan, med en inspänning V_d=12 V. Nerspänningsomvandlarens utspänning är maskinens mot-emk e_a och omvandlarens switch och diod kan anses vara förlustfria.



   a) Om nerspänningsomvandlarens switch är på hela tiden, beräkna maskinens varvtal, ankarström och den mekaniska effekt som fläkten mottar (4p)
   b) Switchen i nerspänningsomvandlaren switchas nu med en periodtid på T. Antag en duty cycle (D) och skissera strömmen genom dioden ($i_D(t)$), inströmmen ($i_d(t)$), strömmen genom induktansen ($i_a(t)$), spänningen över induktansen ($v_L(t)$), ankarspänningen ($v_T(t)$) samt spänningen över switchen ($v_{sw}(t)$). Glöm ej att sätta ut relevanta storheter på y och x-axlarna samt referenserna för strömmarna i figuren. Maskinens ankarresistans kan i denna uppgift försummas, dvs. R_a=0 och mot-emkn kan antas konstant. (3p)

c) Härled sambandet mellan maskinens varvtal och nerspänningsomvandlarens inspänning (ω_m/V_d) som en funktion av duty cycle (D). Maskinens ankarresistans kan i denna uppgift försummas, dvs. $R_a=0$. (3p)

d) Det lägsta varvtal som fläkten används vid är $\omega_m=100$ rad/s. Beräkna det lägsta värdet på switchfrekvensen, f=1/T, för att omvandlaren alltid skall arbeta i CCM. Maskinens ankarresistans kan i denna uppgift försummas, dvs. $R_a=0$. (4p)

Lösning: a) Om switchen är på hela tiden blir spänningen $v_T=V_d$. Antar stationärtillstånd, KVL runt slingan ger $V_d = R_a i_a + e_a = R_a i_a + \omega_m \lambda$. I stationärtillstånd gäller också att

$T_e = T_L = 10^{-6}\omega_m^2 \Rightarrow \lambda i_a = 10^{-6}\omega_m^2 \Rightarrow i_a = \frac{10^{-6}\omega_m^2}{\lambda}$ insättning i ekvationen för ankarkretsen ger

$V_d = R_a \frac{10^{-6}\omega_m^2}{\lambda} + \omega_m \lambda$ lös denna för varvtalet

$$\omega_m^2 + \frac{\lambda^2}{10^{-6}R_a}\omega_m = \frac{\lambda}{10^{-6}R_a}V_d \Rightarrow \left(\omega_m + \frac{\lambda^2}{2\cdot 10^{-6}R_a}\right)^2 = \frac{\lambda}{10^{-6}R_a}V_d + \left(\frac{\lambda^2}{2\cdot 10^{-6}R_a}\right)^2 \Rightarrow$$

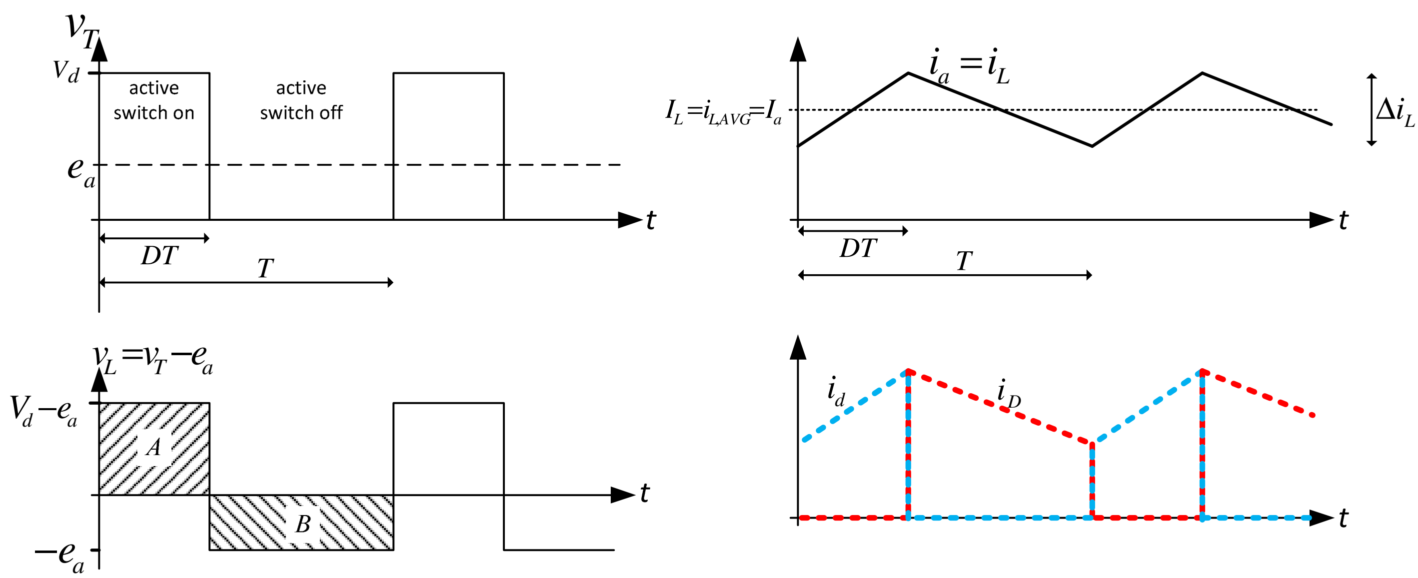
$$\omega_m = -\frac{\lambda^2}{2\cdot 10^{-6}R_a} \pm \sqrt{\frac{\lambda}{10^{-6}R_a}V_d + \left(\frac{\lambda^2}{2\cdot 10^{-6}R_a}\right)^2} = -\frac{0.05^2}{2\cdot 10^{-6}\cdot 0.5} \pm \sqrt{\frac{0.05}{10^{-6}\cdot 0.5}12 + \left(\frac{0.05^2}{2\cdot 10^{-6}\cdot 0.5}\right)^2} \Rightarrow$$

$\omega_m = -2500 \pm \sqrt{1200000 + 6250000} = -2500 \pm 2729.47 = 229.5$ rad/s = 2191 RPM.

$i_a = \frac{10^{-6}229.5^2}{0.05} = 1.05$ A

$P_{mek} = T_L \omega_m = 10^{-6}\omega_m^3 = 10^{-6}229.5^3 = 12.1$ W

b) Antar följande för uppgifterna b), c) och d): CCM, mot-emkn konstant (ekvivalent mot C mycket stor), Stationärtillstånd samt Förlustfri omriktare.



c) Detta görs genom att studera medelspänningen över induktansen. Eftersom omvandlaren arbetar i steady-state måste medelvärdet över en period vara lika med noll.

$$V_L = 0 = \frac{1}{T_s}\int_0^{T_s} v_L(t)dt = \frac{1}{T_s}\int_0^{DT_s} V_d - e_a dt + \frac{1}{T_s}\int_{DT_s}^{T_s} -e_a dt = \frac{1}{T_s}DT_s(V_d - e_a) - \frac{1}{T_s}(T_s - DT_s)e_a \Rightarrow$$

$$0 = DV_d - e_a \Rightarrow e_a = DV_d = \lambda\omega_m \Rightarrow \frac{\omega_m}{V_d} = \frac{D}{\lambda}$$

d) För att omriktaren skall går i CCM så skall $\frac{\Delta i_L}{2} \le I_L = I_a = \frac{10^{-6}\omega_m^2}{\lambda}$. Medelvärdet av induktansströmmen är lika med utströmmen för att medelvärdet av kondensator strömmen skall vara noll. Beräkna strömripplet.

$v_L = L\frac{di_L}{dt}$ spänningen över induktansen är konstant under tiden switchen är på, detta ger

$v_L = L\frac{\Delta i_L}{\Delta t} \Rightarrow \Delta i_L = \frac{v_L \Delta t}{L} = \frac{(V_d - e_a)D}{Lf_s}$ detta ger att

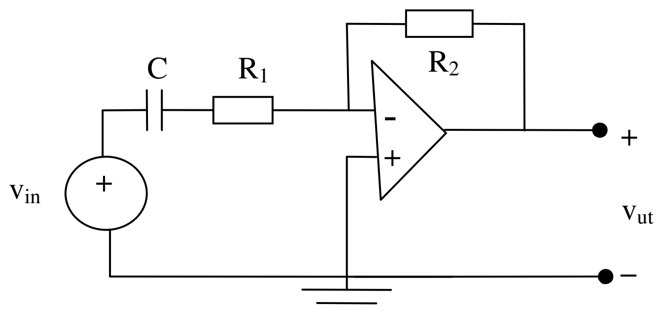
$$\frac{\Delta i_L}{2} = \frac{(V_d - e_a)D}{2Lf_s} = \frac{(V_d - \lambda\omega_m)\lambda\omega_m}{2Lf_s V_d} \le I_L = \frac{10^{-6}\omega_m^2}{\lambda} \Rightarrow$$

$$\frac{(V_d - \lambda\omega_m)\lambda^2\omega_m}{2\cdot 10^{-6}\omega_m^2 L V_d} \le f_s \Rightarrow f_s \ge \frac{\lambda^2}{2\cdot 10^{-6}\omega_m L} - \frac{\lambda^3}{2\cdot 10^{-6} L V_d}$$

Från detta ses att det lägsta varvtalet ger det högsta värdet på switchfrekvensen, vilket är det värdet som måste väljas för att omvandlaren alltid skall jobba i CCM i alla driftspunkter. Värdet fås till

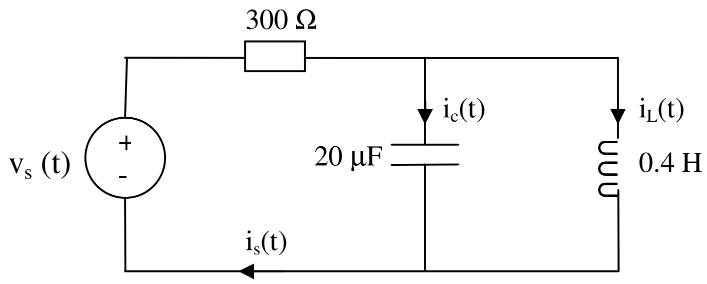
$$f_s \ge \frac{0.05^2}{2\cdot 10^{-6}\cdot 100\cdot 50\cdot 10^{-6}} - \frac{0.05^3}{2\cdot 10^{-6}\cdot 50\cdot 10^{-6}\cdot 12} = 250000 - 104167 = 146\text{kHz}$$

3. En sinusformad spänningskälla $v_{in}(t)$ med variabel vinkelfrekvens ω är kopplad till en op-krets enligt figur. Parametervärden: R_1 och R_2 ska bestämmas, och C=1 μF Operationsförstärkaren kan antas vara ideal.
   a) Bestäm överföringsfunktionen $H(f)=V_{ut}/V_{in}$. Uttryck svaret i R_1, R_2, och C. Vilken typ av filter representerar detta? Förklara! (4p)
   b) Välj värden på R_1 och R_2 så att filtrets brytvinkelfrekvens blir ω_B=500 rad/s och den maximala överföringsfunktionen uppfyller |H|=2. (3p)
   c) Skissa ett approximativt Bodediagram för beloppet av H för de valda parametervärdena. (2p)



Lösning: a) $Z_1=R_1+1/j\omega C$. Inverterande förstärkarkoppling har $\underline{H=V_{ut}/V_{in} = - R_2/Z_1 = - R_2/(R_1+1/j\omega C) = -j\omega CR_2/(1+j\omega R_1 C)=-R_2/R_1\cdot\ j\omega/\omega_B /(1+j\omega/\omega_B)}$ där brytvinkelfrekvensen är $\omega_B=1/R_1C$. Detta är ett högpassfilter med förstärkning R_2/R_1.
b) Vi har $\omega_B=1/R_1C=500$ rad/s => $\underline{R_1=1/\omega_B C = 2\text{ k}\Omega}$, $|H|_{max}=R_2/R_1=2$ => $\underline{R_2=4\text{ k}\Omega}$.
c) Bodediagram för HP-filter, se kursbok.

4. En sinusformad växelspänningskälla med $v_s(t)=50\cos(\omega t)$ V med ω=500 rad/s är kopplad till en krets enligt figur nedan.
   a) Bestäm inimpedansen Z_{in} som spänningskällan ser. Är kretsen induktiv eller kapacitiv vid denna frekvens? (2p)
   b) Beräkna strömmarna $i_s(t)$, $i_c(t)$ och $i_L(t)$! (3p)
   c) Antag att frekvensen hos spänningskällan v_s varieras. Vid en viss vinkelfrekvens uppmäts sambandet $i_c+i_L=0$. Beräkna vinkelfrekvensen, samt strömmarna $i_s(t)$, $i_L(t)$ vid den nya vinkelfrekvensen! (3p)



Lösning: a) Transformera till komplexa planet: V_s=50 V, $Z_L=j\omega L=j200$ Ω, $Z_C=-j/\omega C=-j100$ Ω. Z_C parallellt med Z_L ger $Z_p=-j200$ Ω. $Z_{in}=300-j200$ Ω, dvs kretsen är kapacitiv vid denna frekvens.
b) $I_s=V_s/Z_{in}=50/(300-j200)=0.14e^{j33.69}$ A => $i_s(t)=0.14\cos(500t+33.69°)$ A. Strömdelning ger $I_L=I_s \cdot -j100/(j200-j100)=-I_s$ => $i_L(t)=-0.14\cos(500t+33.69°)$ A, $I_c=I_s \cdot j200/(j200-j100)=2I_s$ => $i_c(t)=0.28\cos(500t+33.69°)$ A.
c) Villkoret $i_c+i_L=0$ innebär att resonans föreligger => $\omega_0=(1/LC)^{0.5}$=353.6 rad/s. Då fås att $Z_{in}\to\infty$, $I_s=0$, $I_L=V_s/j\omega_0 L=-j0.35$ => $i_L(t)=0.35\cos(353.6t-90°)$ A.

5. En Y-kopplad 6-polig asynkronmaskin matas med märkspänning 400 V (RMS huvudspänning) och 50 Hz. Maskinen har följande parametrar:
   R_s=0.18 Ω, X_s=0.63 Ω, R'_r=0.19 Ω, X'_r=0.63 Ω och X_m=12 Ω.
   a) Vid tomgång (olastad maskin) beräkna maskinens hastighet, fasström och effektfaktor. (3p)
   b) Faskompensera asynkronmaskinen så att $\cos\varphi$ blir 1 i tomgång. Vilken komponent använder du för att faskompensera? Beräkna värdet på komponenten. (3p)
   c) I figuren nedan, rita in hur du kopplar in din faskompensering. (1p)
   d) Beräkna maskinens startström (den högsta strömmen under starten) och startmoment. (3p)

Lösning: a) I tomgång roterar maskinen med den synkrona hastigheten

$$n_m = n_s = \frac{60f}{P/2} = \frac{60\cdot 50}{6/2} = 1000 \text{ RPM}$$

Detta ger att eftersläpningen är noll (s=0) vilket medför att rotorresistansen är oändligt stor (R´r/s) och rotorkretsen behöver ej tas med i beräkningarna. Fasströmmen blir då

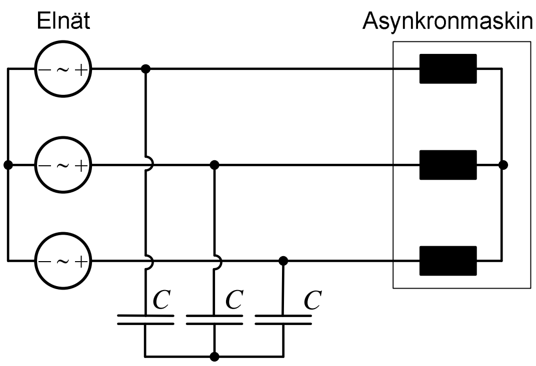
$$\vec{I}_s = \frac{\vec{V}_s}{R_s + jX_s + jX_m} = \frac{400/\sqrt{3}}{0.18 + j0.63 + j12} = 0.26 - j18.3 = 18.3\angle -89.2^\circ A$$

$$\cos\varphi = \cos\left(\angle \vec{I}_s\right) = \cos\left(-89.2^\circ\right) = 0.014 \text{ induktiv}$$

b) För att faskompensera en induktiv last används en kondensator, en per fas. Kondensatorn skall producera en ström med samma amplitud som den imaginära delen av den beräknade strömmen i a) fast med motsatt tecken, detta ger

$$\vec{I}_{\mathrm{c}} = j18.3 = \frac{\vec{V}_{\mathrm{s}}}{Z_{\mathrm{c}}} = j\omega C\vec{V}_{\mathrm{s}} \Rightarrow C = \frac{18.3}{\omega\vec{V}_{\mathrm{s}}} = \frac{18.3}{2\pi 50\cdot 400/\sqrt{3}} = 0.25\,\mathrm{mF}$$

c)



d) Precis efter att maskinen har koppats in till nätet är dess varvtal noll och eftersläpningen är då ett, vilket ger den lägsta resistansen i rotorkretsen och därmed har maskinen den lägsta impedansen sett från nätet. För att beräkna startströmmen beräknas först den ekvivalenta impedansen av magnetiserings induktansen parallellt med den totala rotor impedansen

$$\vec{Z}_{\mathrm{tot}} = \frac{jX_{\mathrm{m}}\left(R'_{\mathrm{r}}/s + jX'_{\mathrm{r}}\right)}{jX_{\mathrm{m}} + R'_{\mathrm{r}}/s + jX'_{\mathrm{r}}} = \frac{j12(0.19/1 + j0.63)}{j12 + 0.19/1 + j0.63} = 0.1715 + j0.6012\ \Omega$$

$$\vec{I}_{\mathrm{s}} = \frac{\vec{V}_{\mathrm{s}}}{R_{\mathrm{s}} + jX_{\mathrm{s}} + \vec{Z}_{\mathrm{tot}}} = \frac{400/\sqrt{3}}{0.18 + j0.63 + 0.1715 + j0.6012} = 49.5 - j173 = 180\angle -74.1^{\circ}\ A$$

Startmomentet beräknas med

$$T_{\mathrm{start}} = \frac{P_{\mathrm{ag}}}{\omega_s}$$

Där luftgapseffekten beräknas enligt

$$P_{\mathrm{ag}} = 3\frac{R'_{\mathrm{r}}}{s}\left|\vec{I}'_{\mathrm{r}}\right|^2$$

Rotorströmmen fås genom strömdelning

$$\vec{I}'_{\mathrm{r}} = \frac{\vec{Z}_{\mathrm{tot}}\vec{I}_{\mathrm{s}}}{R'_{\mathrm{r}}/s + jX'_{\mathrm{r}}} = \frac{(0.1715 + j0.6012)(49.5 - j173)}{0.19/1 + j0.63} = 49.5 - j164 = 171\angle -73.2^{\circ}\ A$$

$$P_{\mathrm{ag}} = 3\frac{R'_{\mathrm{r}}}{s}\left|\vec{I}'_{\mathrm{r}}\right|^2 = 3\cdot 0.19\cdot 171^2 = 16.74\,\mathrm{kW}$$

$$T_{\mathrm{start}} = \frac{P_{\mathrm{ag}}}{\omega_s} = \frac{16740}{1000\pi/30} = 160\,\mathrm{Nm}$$