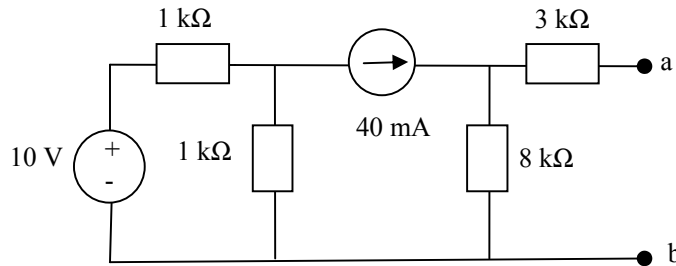


Kortfattade lösningsförslag: Tentamen Elektriska Kretsar och Elenergi för Z2 (RRY135), 18/12 2013.

- Bestäm Thevenins ekvivalenta tvåpol till a-b i likströmskretsen nedan! (4p)
 - En last R_L skall kopplas in mellan a-b. Hur skall R_L väljas för att ge maximal effekt i lasten? Beräkna effekten hos R_L . (2p)
 - Beräkna effekten som 10 V spänningskällan avger vid detta val av last. (3p)



Lösning: a) Ekvivalent Thevenin utgörs av spänningskälla v_t i serie med resistans R_t . Beräkna först tomgångsspänningen $v_t=v_{ab}$. Ohms lag ger $v_t=v_{ab}=40\text{mA}\cdot 8\text{k}\Omega=320\text{ V}$. Nollställ källorna $\Rightarrow R_t=R_{ab}=(3+8)\text{ k}\Omega=11\text{ k}\Omega$. b) Välj $R_L=R_t=11\text{ k}\Omega$. Effekten i R_L blir $P_L=(v_t/2)^2/R_L=2.33\text{ W}$. c) KVL t.v. ger $-10+1000i+1000(i-0.04)=0\Rightarrow i=50/2000\text{ A}=25\text{ mA}$. Effekten som $v_0=10\text{ V}$ spänningskällan avger blir $P_0=v_0\cdot i=0.25\text{ W}$.

- En separatmagnetiserad likströmsmaskin som matas med en konstant fältström på 1.5 A samt en konstant ankarspänning på 240 V har ett tomgångsvarvtal ($i_a=0\text{ A}$) på 2000 RPM och en ankarström då maskinens varvtal är noll på 120 A i stationärtillstånd. Maskinens ankar märkström är 40 A.

 - Beräkna maskinens ankarresistans och maskinens länkade flöde $\lambda=K\phi$. (2p)
 - Beräkna maskinens varvtal vid märkström (motordrift). OM a) ej kunde lösas kan följande värden användas (dessa är för en helt annan maskin) $R_a=5\ \Omega$, $\lambda=K\phi=1.5\text{ Wb}$. (2p)
 - Hur ser maskinens moment vs. varvtalskurva ut (moment på Y-axeln och varvtal på X-axeln)? (3p)
 - Om maskinens ankarkrets istället kopplas in till en strömkälla som ger märkström tar det 2 s för maskinen att accelerera från stillastående till tomgångsvarvtalet då den inte belastas. Beräkna tröghetsmomentet. (2p)

Lösning:

a) Ankarekvationen av maskinen i stationärtillstånd $V_a = R_a I_a + \omega_r \lambda$

$$\text{I tomgång } I_a = 0 \Rightarrow V_a = \omega_r \lambda \Rightarrow \lambda = \frac{V_a}{\omega_r} = \frac{V_a}{n_r \frac{\pi}{30}} = \frac{240}{2000 \frac{\pi}{30}} = 1.15\text{ Wb}$$

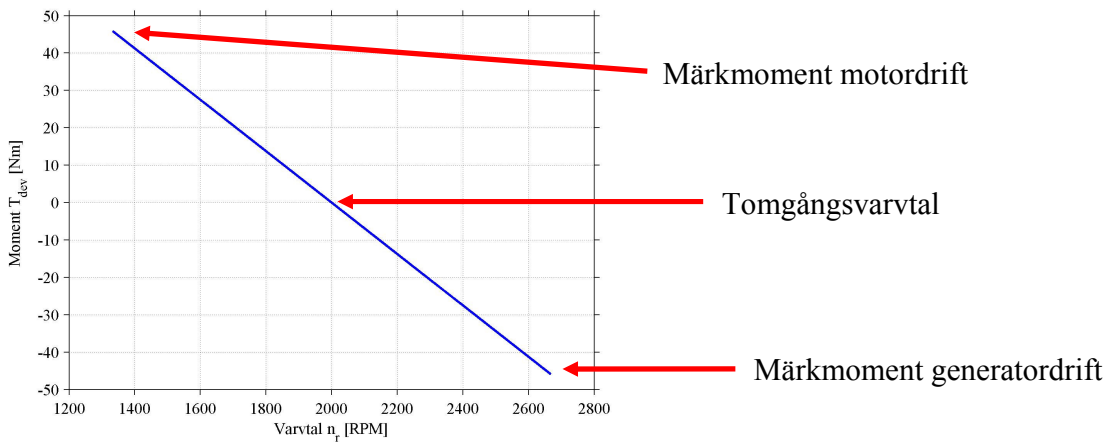
$$\text{I stillastående } \omega_r = 0 \Rightarrow V_a = R_a I_a \Rightarrow R_a = \frac{V_a}{I_a} = \frac{240}{120} = 2\ \Omega$$

$$\text{b) Märkström } I_a = 40\text{ A} \Rightarrow \omega_r = \frac{V_a - R_a I_a}{\lambda} = \frac{240 - 2 \cdot 40}{1.15} = 140\text{ rad/s} = 1333\text{ RPM}$$

$$\left(I_a = 40\text{ A} \Rightarrow \omega_r = \frac{V_a - R_a I_a}{\lambda} = \frac{240 - 5 \cdot 40}{1.5} = 26.7\text{ rad/s} = 255\text{ RPM} \right)$$

c) Maskinens moment vs. varvtalskurva

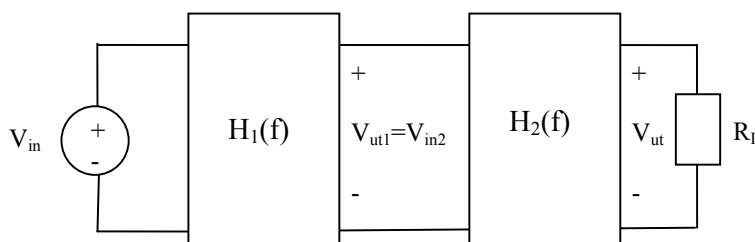
$$\left. \begin{aligned} T_e &= \lambda I_a \\ V_a &= R_a I_a + \omega_r \lambda \end{aligned} \right\} \Rightarrow V_a = R_a \frac{T_e}{\lambda} + \omega_r \lambda \Rightarrow T_e = \frac{V_a \lambda - \omega_r \lambda^2}{R_a}$$



d) Konstant ström ger ett konstant drivande moment. Last momentet är noll, detta ger

$$J \frac{d\omega_r}{dt} = T_{dev} - T_L = T_{dev} = \text{konstant} \Rightarrow J \frac{\Delta\omega_r}{\Delta t} = \lambda I_a \Rightarrow J = \frac{\Delta t \lambda I_a}{\Delta\omega_r} = \frac{2 \cdot 1.15 \cdot 40}{2000 \frac{\pi}{30}} = 0.438 \text{ kgm}^2$$

3. Två första ordningens lågpasfilter är kaskadkopplade enligt figur. Överföringsfunktionerna för den givna kaskadkopplingen är $H_1(f)=H_2(f)=1/(1+jf/f_B)$ där f_B är det enskilda filtrets brytfrekvens och $H_1(f)=V_{ut1}/V_{in}$, $H_2(f)=V_{ut}/V_{in2}$.
- Bestäm den totala överföringsfunktionen $H(f)=V_{ut}/V_{in}$ samt beloppet $|H|$. (2p)
 - Bestäm brytfrekvensen för den totala överföringsfunktionen H . (3p)
 - Skissa ett kretsdiagram som visar hur filtret H_1 skulle kunna realiseras med komponenterna resistans R och kapacitans C . (2p)

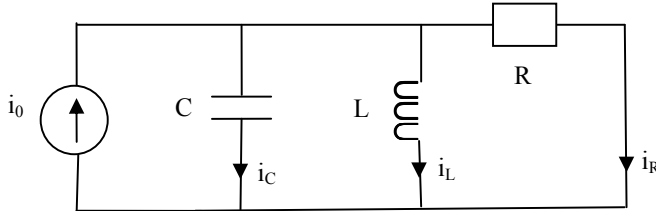


Lösning: a) $H(f)=V_{ut}/V_{in}=H_1 \cdot H_2=1/(1+jf/f_B)^2$, $|H|=1/(1+(f/f_B)^2)$.

b) $|H(f_{Btot})|=1/(1+(f_{Btot}/f_B)^2)=1/(2)^{0.5} \Rightarrow f_{Btot}=f_B((2)^{0.5}-1)^{0.5}$

c) Skissa en krets med R och C i serie med V_{in} , där utsignalen V_{ut} tas ut över komponenten C .

4. En sinusformad strömkälla $i_0 = 0.1 \cos(\omega t)$ A med variabel vinkelfrekvens ω kopplas till en RLC krets enligt figur. Parametervärden: $C = 0.5 \mu\text{F}$, $R = 1 \text{ k}\Omega$, och $L = 20 \text{ mH}$.
- Vad menas med resonans? Härled resonansvinkelfrekvensen ω_0 för den givna kretsen. (2p)
 - Bestäm strömmarna $i_R(t)$, $i_L(t)$ och $i_C(t)$ vid resonans ($\omega = \omega_0$). (4p)
 - Ge exempel på en ström eller spänning i kretsen som kan fungera som utsignal i ett bandpassfilter. Motivera valet! Vad blir bandpassfiltrets bandbredd? (3p)



Lösning: a) Resonans innebär att $\text{Im}(Z_{\text{in}}) = \text{Im}(Y_{\text{in}}) = 0$. $Y_{\text{in}} = j\omega_0 C + 1/j\omega_0 L + 1/R \Rightarrow \omega_0 = 1/(LC)^{0.5} = 10 \text{ krad/s}$.

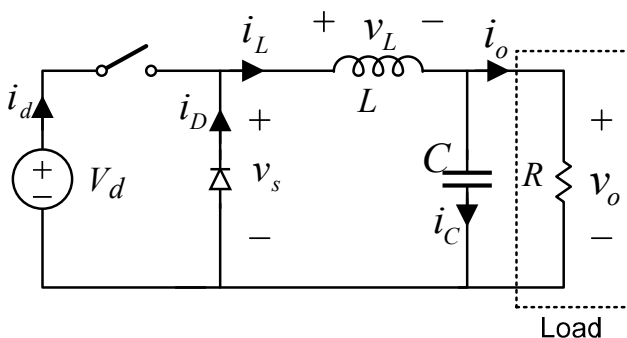
b) Vid resonans fås att strömmen $i_R(t) = i_0(t) = 0.1 \cos \omega_0 t$ A (L//C fungerar som ett avbrott). Spänningen över parallellkopplade elementen är $V = RI_0 = 100 \text{ V} \Rightarrow I_L = 100/j\omega_0 L = 100/(j10^4 \cdot 20 \cdot 10^{-3}) = -j0.5 \text{ A} \Rightarrow i_L(t) = 0.5 \cos(\omega_0 t - 90^\circ)$ A, $I_C = 100/(1/j\omega_0 C) = j100 \cdot 10^4 \cdot 0.5 \cdot 10^{-6} = j0.5 \text{ A} \Rightarrow i_C(t) = 0.5 \cos(\omega_0 t + 90^\circ)$ A ($i_L + i_C = 0$).

c) Välj t.ex i_R (eller v_R) som utsignal, i_R blir liten för stora ω (impedansen Z_C liten) och små ω (impedansen Z_L liten), i_R maximal för $\omega = \omega_0$. Kretsens Q-värde är $Q = R/(\omega_0 L) = 5$, bandbredd $BW = f_0/Q = 318.3 \text{ Hz}$.

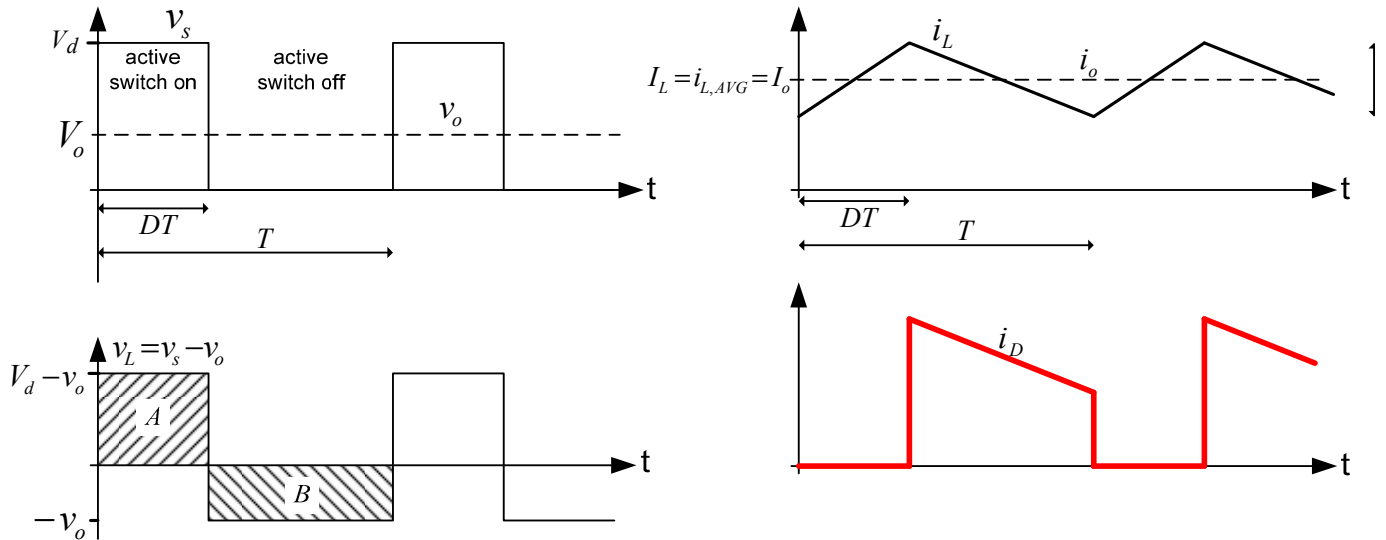
5. Din kompis vill ha hjälp att bygga en USB laddare till bilen, dvs. en Buck nerspänningsomriktare som omvandlar bilens 12 V likspänning till 5 V likspänning. Utgångskondensatorn i spänningsomriktaren kan antas vara mycket stor.
- Skissa kurvformerna för spänningen över respektive strömmen genom induktansen, dioden samt lastresistansen, ange relevanta värden på axlarna. (2p)
 - Härled ett uttryck för sambandet mellan inspänning och utspänning (att endast skriva upp uttrycket utan härledning ger 0 poäng), samt beräkna aktuell ”dutycykel”. (2p)
 - Beräkna den lägsta lastström som ger att omvandlaren går i CCM om switchfrekvensen är 40 kHz och induktansen är på 60 μH . (3p)

Lösning:

a) Börjar med att rita kretsschemat samt att antaga att omvandlaren går i CCM samt att den befinner sig i stationärtillstånd



Rita kurformerna



b) In och utspänningsförhållandet fås genom att beräkna medelvärdet av induktansspänningen vilket är noll i stationärtillstånd.

$$V_L = 0 = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} v_L(t) dt = \frac{1}{T_s} \int_0^{DT_s} v_d - v_o dt + \frac{1}{T_s} \int_{DT_s}^{T_s} -v_o dt = \frac{1}{T_s} DT_s (v_d - v_o) - \frac{1}{T_s} (T_s - DT_s) v_o \Rightarrow$$

$$0 = Dv_d - v_o \Rightarrow v_o = Dv_d$$

$$D = \frac{v_o}{v_d} = \frac{5}{12} = 0.417$$

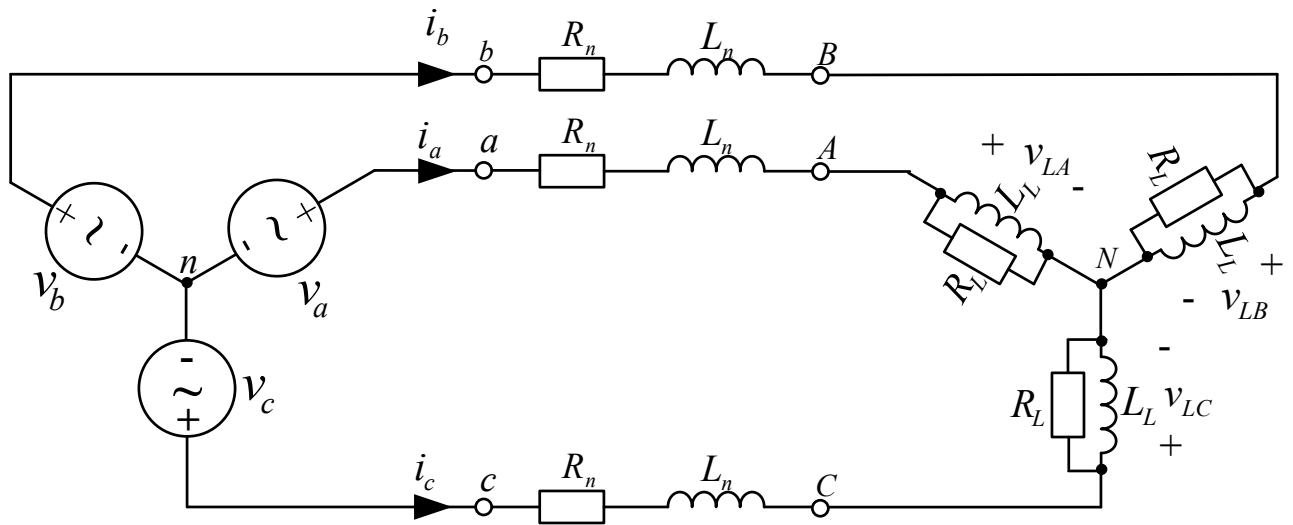
c) För att omriktaren skall gå i CCM så skall $\frac{\Delta i_L}{2} \leq I_L = I_o$. Medelvärdet av induktansströmmen är lika med utströmmen för att medelvärdet av kondensator strömmen skall vara noll. Beräkna strömrippet.

$v_L = L \frac{di_L}{dt}$ spänningen över induktansen är konstant under tiden switchen är på, detta ger

$$v_L = L \frac{\Delta i_L}{\Delta t} \Rightarrow \Delta i_L = \frac{v_L \Delta t}{L} = \frac{(v_d - v_o) D}{Lf_s} = \frac{(12 - 5) 0.417}{60 \cdot 10^{-6} \cdot 40 \cdot 10^3} = 1.22 \text{ A vilket ger att lastströmmen måste vara}$$

$$I_o \geq \frac{\Delta i_L}{2} = \frac{1.22}{2} = 0.61 \text{ A för att omriktaren ska gå i CCM.}$$

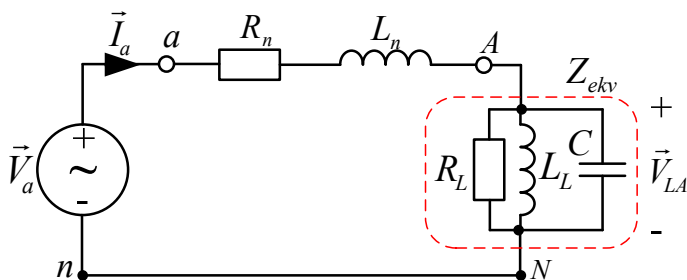
6. Ett företag vill ha hjälp av dig att faskompensera en induktiv 3-fas last. I figuren nedan visas tre Thévenin ekvivalenta kretsar, en för varje fas, av elnätet i anslutningspunkten för lasten. Tomgångsspänningen är 400 V RMS huvudspänning 50 Hz, nätimpedansen är $R_n=0.25 \Omega$, $L_n=3.18$ mH och lastimpedansen är $R_L=35 \Omega$, $L_L=95.5$ mH.



- Beräkna den aktiva och reaktiva effekten ifrån späningskällan, späningsamplituden över lasten samt aktiva effektförlusterna i elnätet utan faskompensering. (4p)
- Faskompensera nu lasten så att $\cos \varphi$ för lasten blir 1 och beräkna värdet på den komponent du använder för faskompenseringen (2p)
- Beräkna späningsamplituden över lasten samt den aktiva effektförlusten i elnätet med faskompensering. (2p)
- Vad används faskompensering till i elsystemet (nämna två saker) (1p)?

Lösning:

a) Behöver bara räkna på en fas för att lasten är balanserad och vi antar att källan är balanserad. Detta gör att att kretsen kan ritas om. När beräkningar görs på en ekvivalent enfaskrets ansluts nollpunkten i källan med nollpunkten i lasten, n-N. I figuren har även kompenserings kondensatorn för deluppgift b) och c) ritats in, den ska bortses från i uppgift a)



Börjar med att beräkna den ekvivalenta last impedansen

$$R_n = 0.25 \Omega, \quad L_n = 3.2 \text{ mH} \Rightarrow Z_n = j\omega L_n = j2\pi 50 \cdot 3.2 \cdot 10^{-3} = j1 \Omega$$

$$R_L = 35 \Omega, \quad L_L = 95.5 \text{ mH} \Rightarrow Z_L = j\omega L_L = j2\pi 50 \cdot 95.5 \cdot 10^{-3} = j30 \Omega$$

$$Z_{ekv} = \frac{R_L Z_L}{R_L + Z_L} = \frac{j35 \cdot 30}{35 + j30} = 14.8 + j17.3 = 22.78 \angle 49.4^\circ \Omega$$

$$\vec{V}_a = \frac{V_{LL}}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ = 231 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\vec{I}_a = \frac{\vec{V}_a}{R_n + Z_n + Z_{ekv}} = \frac{231 \angle 0^\circ}{0.25 + j1 + 14.8 + j17.3} = \frac{231 \angle 0^\circ}{15.1 + j18.3} = \frac{231 \angle 0^\circ}{23.7 \angle 50.5^\circ} = 9.74 \angle -50.5^\circ \text{ A}$$

Källan avger

$$P_n = 3 \operatorname{Re}\{\vec{V}_a \vec{I}_a^*\} = 3 \operatorname{Re}\{231\angle 0^\circ \cdot 9.74\angle 50.5^\circ\} = 4.29 \text{ kW}$$

$$Q_n = 3 \operatorname{Im}\{\vec{V}_a \vec{I}_a^*\} = 3 \operatorname{Im}\{231\angle 0^\circ \cdot 9.74\angle 50.5^\circ\} = 5.21 \text{ kVAr}$$

$$P_{\text{loss},Rn} = 3R_n |\vec{I}_a|^2 = 3 \cdot 0.25 \cdot 9.74^2 = 71 \text{ W}$$

$$\vec{V}_{LA} = \frac{Z_{ekv} \vec{V}_a}{R_n + Z_n + Z_{ekv}} = \frac{14.8 + j17.3}{15.1 + j18.3} 231\angle 0^\circ = \frac{22.78\angle 49.4^\circ}{23.7\angle 50.5^\circ} 231\angle 0^\circ = 222\angle -1.11^\circ \text{ V}$$

b) För att faskompensera en induktiv last kopplar vi en kondensator parallelt med lasten, som visas i figuren ovan. Värdet på kapacitansen skall vara så att dess impedans blir lika stor som last induktansens impedans. Detta ger att kapacitansen producerar lika mycket reaktiv effekt som induktansen konsumerar och lasten får en effektfaktor lika med ett.

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = -j \frac{1}{\omega C} = -j|Z_L| \Rightarrow C = \frac{1}{\omega|Z_L|} = \frac{1}{2\pi 50 \cdot 30} = 106 \mu\text{F}$$

c) Börjar med att beräkna den ekvivalenta last impedansen med kondensatorn

$$Z_C = -j|Z_L| = -j30 \Omega$$

$$Z_{ekv} = \frac{1}{\frac{1}{R_L} + \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_C}} = \frac{1}{\frac{1}{35} + \frac{1}{j30} + \frac{1}{-j30}} = 35 \Omega$$

$$\vec{I}_a = \frac{\vec{V}_a}{R_n + Z_n + Z_{ekv}} = \frac{231\angle 0^\circ}{0.25 + j1 + 14.8 + 35} = \frac{231\angle 0^\circ}{35.25 + j1} = \frac{231\angle 0^\circ}{35.3\angle 1.62^\circ} = 6.55\angle -1.62^\circ \text{ A}$$

$$P_{\text{loss},Rn} = 3R_n |\vec{I}_a|^2 = 3 \cdot 0.25 \cdot 6.55^2 = 32 \text{ W}$$

$$\vec{V}_{LA} = \frac{Z_{ekv} \vec{V}_a}{R_n + Z_n + Z_{ekv}} = \frac{35}{35.25 + j1} 231\angle 0^\circ = \frac{35\angle 0^\circ}{35.3\angle 1.62^\circ} 231\angle 0^\circ = 229\angle -1.62^\circ \text{ V}$$

c) Faskompensering används för att minska den reaktiva effekt som överförs från generatorerna till lasterna. Genom att minska den reaktiva effekten som överförs minskas strömmen i ledningarna och därmed effektförlusterna i elsystemet.

Faskompensering används också för att reglera spänningen i elnätet. Ökas kompenseringen (större C) så ökas spänningen vid kompenseringen och om kompenseringen minskas (mindre C eller inkoppling av L) så minskas spänningen.