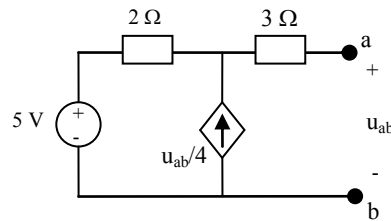


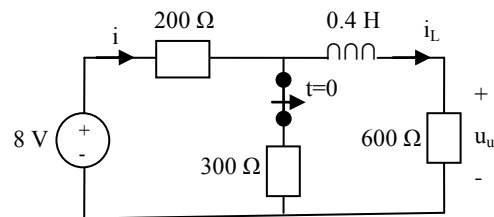
Korta lösningsförslag: Tentamen i Elektriska kretsar för Z1, 29/5-2009.

- Bestäm Thevenins ekvivalenta tvåpol till klämmorna a-b i likströmskretsen nedan! Den beroende källans styrande spänning u_{ab} får inte ingå i svaret. (8p)
 - När behöver man en beroende källa i modellen för en verklig komponent? Ge exempel på en sådan verklig komponent! Rita om kretsschemat i figuren med en icke ideal modell av den beroende källan. (2p)



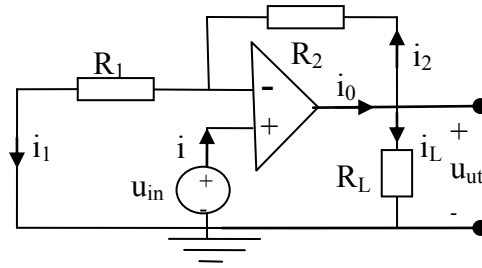
Lösning: a) Ekvivalent tvåpol utgörs av spänningskälla u_t i serie med resistans R_0 . Beräkna tomgångsspänningen $u_t = u_{ab}$ samt kortslutningsströmmen i_k (med a-b kortsluten) varefter $R_0 = u_{ab}/i_k$. KVL: $-5 + 2i + 3 \cdot 0 + u_{ab} = 0$, $i = -u_{ab}/4 \Rightarrow u_{ab} = u_t = 10 \text{ V}$. Kortslut a-b $\Rightarrow u_{ab} = 0 = u_{ab}/4 \Rightarrow -5 + 2i_k + 3i_k = 0 \Rightarrow i_k = 1 \text{ A} \Rightarrow R_0 = u_t/i_k = 10 \Omega$. b) T.ex en transistor. Icke ideal modell av beroende strömkällan: resistans R_i kopplas parallellt med strömkällan $u_{ab}/4$.

- Stationärtillstånd råder i kretsen med likspänningskällan på 8 V då brytaren öppnas vid $t=0$.
 - Beräkna $u_{ut}(0)$ innan brytaren öppnas. (2p)
 - Beräkna och skissa $u_{ut}(t)$ för $t \geq 0$! (6p)
 - Kan spänningen u_{ut} respektive spänningen över 300-Ohms resistansen ändras diskontinuerligt? Förklara! (2p)



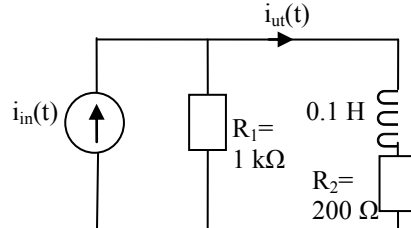
Lösning: a) Innan brytning sitter 300 Ω parallellt med 600 Ω = 200 Ω (L är kortslutning) $\Rightarrow i = 8/(200+200) = 20 \text{ mA} \Rightarrow i_L(0) = 20/3 \text{ mA}$ (strömdelning) $\Rightarrow u_{ut}(0) = 4 \text{ V}$. b) Efter brytning är strömmen genom L kontinuerlig. Ställer upp KVL för kretsen: $-8 + 200i_L + u_L + 600i_L = 0$, $u_L = L di/dt \Rightarrow di_L/dt + (800/0.4)i_L = 8/0.4$. Ansätt lösning (partikulär + homogen) $\Rightarrow i_L(t) = 0.01 + ke^{-2000t} \text{ A}$. BV: $i_L(0^-) = 0.02/3 \text{ A} = i_L(0^+) \Rightarrow k = -0.01/3 \Rightarrow i_L(t) = 0.01(1 - 1/3e^{-2000t}) \text{ A} \Rightarrow u_{ut}(t) = 600i_L(t) = 6(1 - 1/3e^{-2000t}) \text{ V}$. c) Strömmen i_L och därmed spänningen u_{ut} kan ej ändras diskontinuerligt, däremot ändras spänningen över 300-Ohms resistansen diskontinuerligt från 4 V till 0 V vid $t=0$.

- Växelspänningskällan $u_{in}(t) = u_0 \cos(\omega t) \text{ V}$ är kopplad till en last R_L via en operationsförstärkare enligt figur (se nästa sida). Operationsförstärkaren kan antas vara ideal.
 - Beräkna den aktiva effektutvecklingen i R_1 , R_2 och R_L ! Uttryck svaret i u_0 , $R_{1,2}$ och R_L . (5p)
 - Beräkna den aktiva effekten som växelspänningskällan respektive op-förstärkaren avger! (5p)



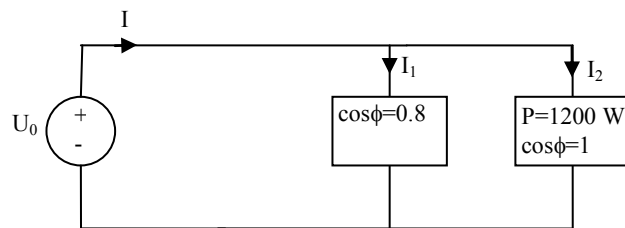
Lösning: a) Uppgiften handlar om att räkna ut strömmarna genom varje resistans (ger ca 3 poäng) och beräkna tillhörande effekter på formen $P=0.5Ri^2=0.5u^2/R$. Strömmarna i_1, i_2 fås från KVL t.v. som ger att $i_1=u_{in}/R_1=i_2$, och i_L fås från $u_{ut}=u_{in}(1+R_2/R_1)$ (icke-inverterande förstärkare) $\Rightarrow i_L=u_{ut}/R_L = u_{in}(1+R_2/R_1)/R_L$. De mottagna aktiva effekterna blir $P_1=\langle R_1 i_1^2 \rangle = 0.5u_0^2/R_1$, $P_2=\langle R_2 i_2^2 \rangle = 0.5R_2 u_0^2/R_1^2$, $P_L=\langle R_L i_L^2 \rangle = (i_L=u_{ut}/R_L=u_{in}(1+R_2/R_1)/R_L) = 0.5u_0^2(1+R_2/R_1)^2/R_L$ b) Avgiven effekt av u_{in} : $P_{uin}=u_{in} \cdot i = 0 \text{ W}$ (ideal op $\Rightarrow i=0$). Op-förstärkaren avger effekten $P_{op}=u_{ut}i_0$ där i_0 fås genom KCL på utgången: $i_0=i_2+i_L=u_{in}/R_1+u_{ut}/R_L \Rightarrow P_{op}=0.5(1+R_2/R_1) \cdot u_0^2(1/R_1+(1+R_2/R_1)/R_L)$. Detta resultat kan också fås från uttrycket för energi-konservering $P_{op}+P_{uin}=P_1+P_2+P_L$.

4. I kretsen nedan är strömkällan given enligt $i_{in}(t)=2\cos(\omega t)$ A där vinkelfrekvensen ω är variabel.
- Beräkna överföringsfunktionen $H(j\omega)=I_{ut}/I_{in}$. (5p)
 - Vilken typ av filter representerar överföringsfunktionen? Förklara genom att hänvisa till kretsens egenskaper för små respektive stora frekvenser. (2p)
 - Beräkna $i_{ut}(t)$ vid vinkelfrekvensen $\omega=6000$ rad/s. (3p)



Lösning: a) Strömdelning ger $I_{ut}/I_{in}=R_1/(R_1+R_2+j\omega L) = 1000/(1200+j\omega 0.1)$ b) Lågpasfilter, ty $H(j\omega)$ minskar för ökad frekvens. Beror på att induktansens växelströmsmotstånd ökar med ökande frekvens vilket leder till en minskning av I_{ut} . c) $I_{in}=2$ A, $\omega=6000$ rad/s. $I_{ut}=I_{in} \cdot H=2000/(1200+j600) = 2000/(1341.6 e^{j26.6^\circ}) \approx 1.5 e^{-j26.6^\circ}$ A $\Rightarrow i_{ut}(t) = \text{Re}\{I_{ut}e^{j6000t}\} = 1.5 \cos(6000t-26.6^\circ)$ A.

5. Ett värmeelement och en dammsugare är kopplade till nätet ($U_0=230$ V (effektivvärde), $f=50$ Hz) enligt figur. Värmeelementet drar effekten $P=1200$ W med effektfaktorn 1 medan dammsugaren drar strömmen $|I_1| = 5$ A (effektivvärde) med effektfaktorn 0.8 (induktiv). I elcentralen sitter en säkring på 10 A (effektivvärde).
- Beräkna den komplexa effekt som dammsugaren mottar! (4p)
 - Kan man dammsuga med värmeelementet inkopplat utan att säkringen går (dvs med $|I| \leq 10$ A)? Motivera genom beräkningar av strömmen I . (6p)



Lösning: a) Dammsugarens aktiva effekt kan skrivas $P_1 = 0.5 |U_0| |I_1| \cos\phi$ där $\cos\phi$ är effektfaktorn, reaktiva effekten blir $Q_1 = 0.5 |U_0| |I_1| \sin\phi$. Den mottagna komplexa effekten blir då $\underline{S}_1 = P_1 + jQ_1 = 920 + j690 \text{ VA}$. b) KCL ger $I = I_1 + I_2$. Från uppgift a) fås $\underline{S}_1 = 0.5 U_0 I_1^* \Rightarrow I_1 = (920 - j690) / 230 = 4 - j3 \text{ A}$ (effektivvärde). Värmelementet har $P = 0.5 |U_0| |I_2| \cos\phi = 1200 \text{ W}$ vilket ger att $I_2 = 5.2 e^{j0^\circ} \text{ A}$ (effektivvärde) ty U_0 och I_2 ligger i fas när $\cos\phi = 1$. Vi får då $I = 4 - j3 + 5.2 = 9.2 - j3 \text{ A}$ (effektivvärde) $\Rightarrow |I| \approx 9.7 \text{ A}$, dvs säkringen håller. Ett enklare sätt att lösa uppg 5b är att först beräkna total komplex effekt som värmelementet och dammsugaren mottar: $\underline{S}_{\text{tot}} = \underline{S}_1 + P = 2120 + j690 \text{ VA}$. $\underline{S}_{\text{tot}} = 0.5 U_0 I^* \Rightarrow I^* = 2 \underline{S}_{\text{tot}} / U_0 \Rightarrow \dots \Rightarrow |I| \approx 9.7 \text{ A}$ (effektivvärde).