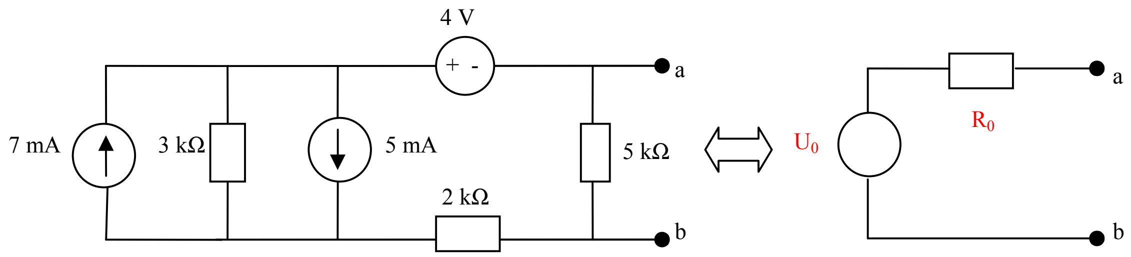
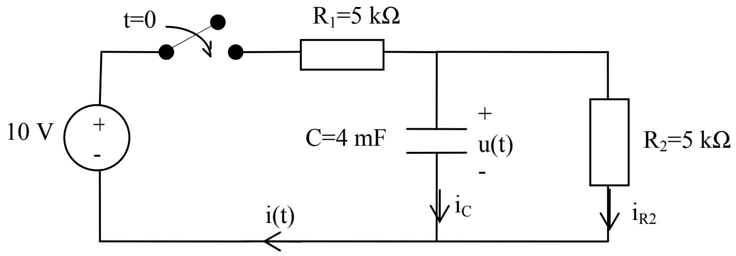
Korta lösningsförslag till Tentamen i Elektriska kretsar för Z1, 15/1-2008.

1. a) Bestäm den ekvivalenta Thévenin-kretsen till tvåpolen a-b nedan. (7p)
   b) I vilket avseende är Thévenin-kretsen ekvivalent med den ursprungliga kretsen? (3p)



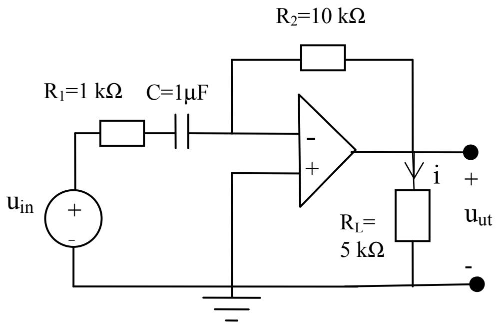
a) Genom att t.ex omväxlande omvandla mellan spännings och strömkälla (slå först ihop strömkällorna, 7mA-5mA=2mA med riktning uppåt i figur) fås till slut Thévenin-ekvivalenten (dvs spänningskälla U_0 i serie med resistans R_0): $\underline{U_0 = 1\ \text{V},\ R_0 = 2.5\ \text{k}\Omega.}$
b) Kretsarna är ekvivalenta utifrån sett (m.a.p. tvåpolen a-b), kretsarna har t.ex samma U-I karaktäristik utifrån a-b.

2. I nedanstående krets råder stationärtillstånd vid tiden t=0 s när brytaren sluts och likspänningskällan kopplas in.
   a) Beräkna och skissa u(t) för t≥0. Kapacitansen är oladdad vid $t=0^-$. (6p)
   b) Beräkna i(t) för t→∞. (2p)
   c) Kan en ström flyta i grenen med kapacitansen när den som nedan är kopplad till en likspänningskälla – förklara! (2p)



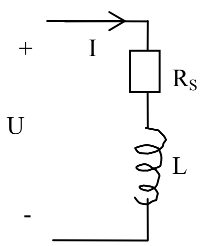
a) Vid $t=0^-$ gäller att C är oladdad => $u(0^-) = 0$ V. b) För t≥0 ger KVL t.v: $-10+R_1\cdot i(t)+u(t) = 0$. KCL ger $i = i_C+i_{R2} = Cdu/dt+u/R_2$ och vi får genom eliminering av i: $-10 +R_1Cdu/dt+R_1u(t)/R_2 +u(t) = 0$ => $du/dt+u(t)(1/R_1C+1/R_2C) = 10/R_1C$ => $du/dt+u(t)/10 = 0.5$. Ansätt $u(t) = k_1+k_2e^{-t/10}$ (partikulär+homogenlösning). Insättning i d.e. ger $k_1=5$ => $u(t) = 5+k_2e^{-t/10}$. Begynnelsevärdet (spänningskontinuitet över C) ger: $u(0^+) = u(0^-) = 0$ V => $k_2=-5$. $\underline{u(t) = 5(1-e^{-t/10})\ \text{V}}$.
b) Ingen ström passerar genom C vid stationärtillstånd (t→∞), $\underline{i = 10/(R_1+R_2) = 1\ \text{mA}}$.
c) Transient kan en ström flyta "genom" C vid inkoppling av likspänningskälla (dvs laddningar flyter upp på kondensatorplattorna), efter en tid uppstår ett stationärtillstånd med strömmen $i_C = 0$.

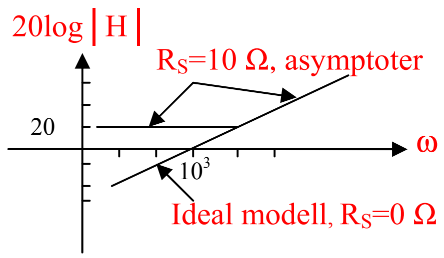
3. En sinusformad spänningskälla $u_{in}(t)=0.5\cos 1000t$ V kopplas till en Op-förstärkare enligt figur (Operationsförstärkaren kan antas vara ideal).
   a) Beräkna $u_{ut}(t)$ samt strömmen i(t) genom lasten R_L. (6p)
   b) Vad är potentialen vid Op-förstärkarens inverterande ingång – förklara! (2p)
   c) Diskutera några skillnader mellan en verklig och en ideal Op-förstärkare. (2p)



a) Inverterande förstärkarkrets ger $U_{ut}/U_{in} = -Z_2/Z_1 = -R_2/(R_1+1/j\omega C) = -j\omega R_2C/(1+j\omega R_1C) = -j10/(1+j)$. $U_{ut} = U_{in} \cdot (-j10/(1+j)) = 0.5\cdot 10\, e^{-j90°}/1.41e^{j45°} \approx 3.54\, e^{-j135°}$V. Strömmen $I = U_{ut}/R_L = 0.71\, e^{-j135°}$ mA. Transformera till tidsplanet: $\underline{u_{ut}(t)=\mathrm{Re}\{3.54\, e^{-j135°} e^{\, j1000t}\} = 3.54\cos(1000t - 135°)\text{ V}}$, $\underline{i(t) = 0.71\cos(1000t - 135°)\text{ mA}}$.
b) Återkopplingen via R_2 gör att kretsen ställer in sig så att potentialen $v_- = v_+$ (= 0 V i detta fall, virtuell jord).
c) En ideal Op har t.ex $R_{in} = R_{ut} = 0$ och förstärkning = ∞. En verklig Op har ändliga värden på dessa parametrar.

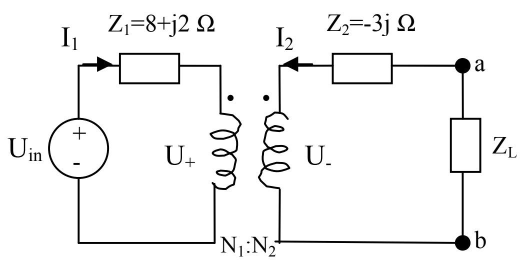
4. En verklig spole kan approximeras med en ideal induktans L i serie med en resistans R_S enligt figuren nedan. En överföringsfunktion för kretsen är $H(j\omega)=Z(j\omega)=U/I$.
a) Rita ett approximativt Bodediagram för beloppet $|H(j\omega)|$ för den ideala induktansen (med $R_S=0\ \Omega$) och för modellen enligt figuren. Antag att $R_S=10\ \Omega$ och $L=1$ mH. (7p)
b) I vilket frekvensintervall kan den ideala induktansen anses approximera spolen väl? (3p)





a) $H = R_S+j\omega L \Rightarrow |H| = (R_S^2+(\omega L)^2)^{0.5}$. För Bode-diagrammet, plotta $20\log|H|$ vs ω med logskala på ω-axeln. För ideala fallet (R_S=0) fås $|H| = \omega L = \omega/1000$, vilket ger en rät linje i Bode-diagrammet med lutning +20 dB/dekad. För $R_S=10\ \Omega$ fås $|H| = (R_S^2+(\omega L)^2)^{0.5}$ vilket för låga frekvenser (försumma ωL) ger $\Rightarrow |H| = (R_S^2)^{0.5} = 10 \Rightarrow |H|_{dB}$= 20 dB, horisontell linje i Bode-diagrammet. För höga frekvenser fås (försumma R_S) $|H| = \omega L$ enl tidigare.
b) För stora frekvenser är ideala modellen ok, $\underline{\omega > 10^4\text{-}10^5\text{ rad/s}}$, se Bode-diagrammet.

5. En last Z_L skall kopplas till en källa $U_{in} = 8e^{j0°}$ V via en transformator med N_1=8000 och N_2=4000 enligt nedanstående figur (transformatorn kan antas vara ideal).
a) Bestäm lasten Z_L så att maximal aktiv effekt fås i lasten. (7p)
b) Beräkna den aktiva effekt som utvecklas i den valda lasten. (3p)



a) Finn först en Thévenin-ekvivalent ($U_0 = U_{ab}$, R_0) till a-b (utan Z_L inkopplad). Använd transformator- ekvationer för ideal transformator. Tomgångsspänning $U_0 = U_{ab}$: Vid tomgång är strömmen i sekundärkretsen $I_2 = 0$ ty öppen krets => strömmen i primärkretsen $I_1 = -(N_2/N_1)I_2 = 0$ => $U_0 = U_- = (N_2/N_1)U_+ = (N_2/N_1)U_{in} = U_{in}/2 = 4$ V. Kortslutningsström: Spegla lasten Z_2 till primärkretsen, $Z_2' = (N_1/N_2)^2 Z_2 = -12j\ \Omega$. Då fås $I_1 = U_{in}/(Z_1+Z_2') = 8/(8-j10)$ A och vi får $I_2 = -2I_1 = -8/(4-j5)$ A och $I_k = -I_2 = 8/(4-j5)$ A och därmed blir $Z_0 = U_0/I_k = 2-j5/2\ \Omega$. Välj $\underline{Z_L = Z_0^* = 2+j5/2\ \Omega}$ för maximal aktiv effekt i lasten (anpassning).
b) $\underline{P = 0.5R_L|I|^2 = 0.5R_L|U_0/(Z_0+Z_L)|^2 = 0.5\cdot 2\cdot (4/(2+2))^2 = 1\ \text{W}}$.