

**Tentamen i Elkretsteori och analoga kretsar för Z1,
kurskod EEM 030, Inst.f.elektromagnetik,
tisdagen den 25/5 2004 kl 14.15-18.15, hus M**

Tillåtna hjälpmedel Tabeller (t.ex Physics Handbook, Tefyma, Beta)
Formelsamling Elektriska kretsar,
Gymnasietabeller, valfri kalkylator (ej dator),
Egna handskrivna anteckningar på ett dubbelsidigt
A4-blad

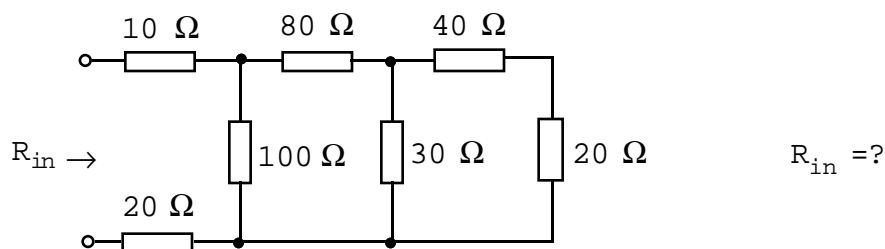
Förfrågningar: tel ankn 1581 Eva Palmberg
Lösningar: anslås på hemsidan
Resultatet anslås senast den 7/6

Granskning i augusti på plan 7 i ED-huset. (Eller i juni,
om vi finns på plats. Kolla gärna via tel/epost.)
Preliminärt resultat sänds till betygsexp. i juni

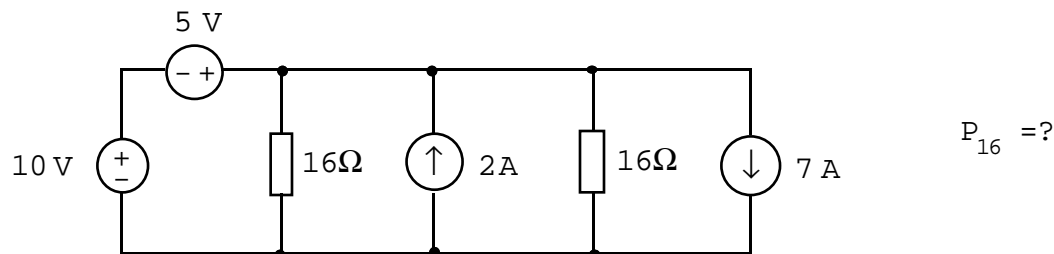
Betygsgränser 3:a ≥ 20 p, 4:a ≥ 30 p, 5:a ≥ 40 p. Max 10p/uppgift.

Kom ihåg! Tydliga figurer, Referensriktningar,
Dimensionskontroll, Motiveringar

1a. Beräkna resistansen R_{in} i kretsen! (5p)

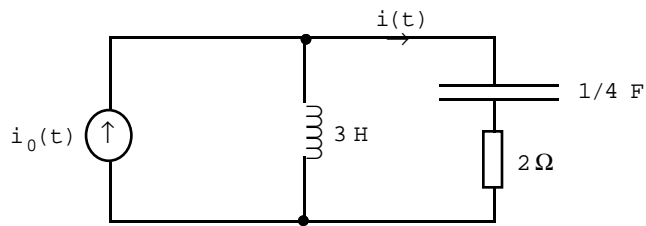


1b. Beräkna effekten i var och en av de båda resistanserna på
 16Ω ! (5p)



2. Beräkna strömmen $i(t)$, om $i_0(t) = 5\cos(2t + 75^\circ)$ A!

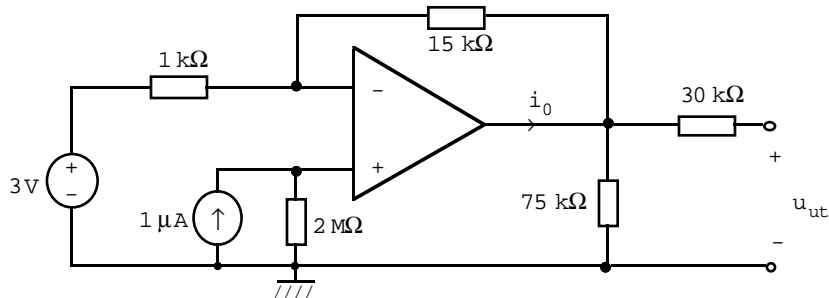
2



3. Operationsförstärkaren är ideal.

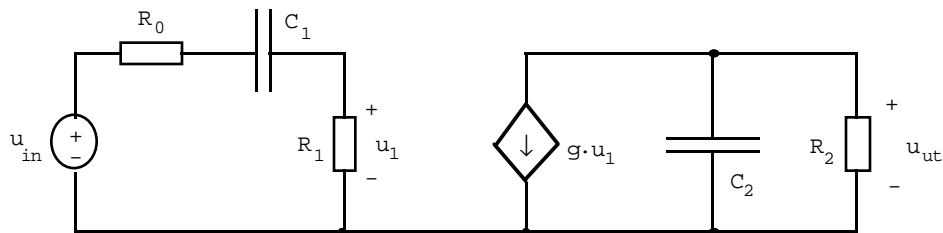
a/ Beräkna (tomgångs)spänningen u_{ut} ! (7p)

b/ Beräkna strömmen i_0 ut från operationsförstärkaren! (3p)

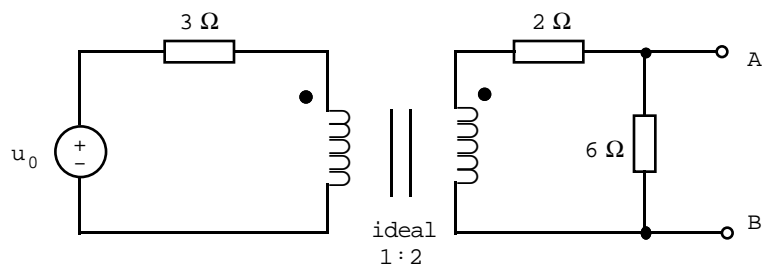


4. a/ Beräkna överföringsfunktionen $\mathbf{H}(j\omega) = \mathbf{U}_{ut} / \mathbf{U}_{in}$ för nedanstående krets! Den beroende strömkällan levererar en ström $g u_1$, där g är en konstant. (u_1 får inte vara med i svaret.)

b/ Vad blir $\mathbf{H}(j\omega)$ för $R_0 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_1 = 4 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 5 \text{ k}\Omega$, $C_1 = 20 \text{ }\mu\text{F}$, $C_2 = 10 \text{ nF}$ och $g = 5 \cdot 10^{-3} \text{ 1}/\Omega$? Rita ett approximativt Bode-diagram för förstärkningen $|\mathbf{H}|$!



5. Bestäm en ekvivalent tvåpol till punkterna AB i kretsen! Transformatorn är ideal.

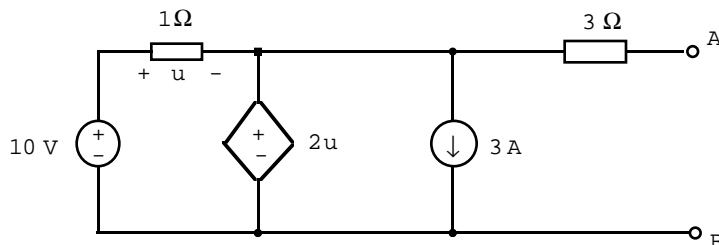


**Tentamen i Elkretsteori och analoga kretsar för Z1,
kurskod EEM 030, Inst.f.elektromagnetik,
onsdagen den 18/8 2004 8.45-12.45 i hus V**

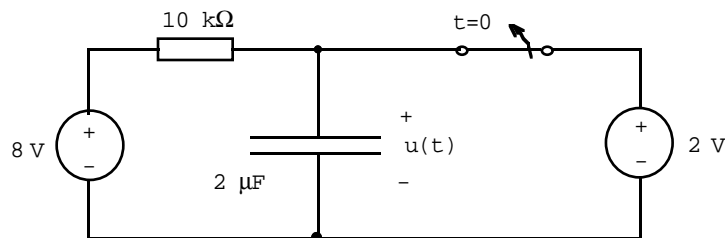
- Tillåtna hjälpmedel** Tabeller (t.ex Physics Handbook, Tefyma, Beta)
Formelsamling i Elektriska kretsar, valfri kalkylator (ej dator), Egna handskrivna anteckningar på ett dubbelsidigt A4-blad
- Förfrågningar:** tel ankn 1581 Eva Palmberg
- Lösningar:** anslås på hemsidan efter tentans slut
- Resultatet** anslås senast den 26/8 på hemsidan och på plan 7 i ED-huset
- Granskning** måndag 30/8, kl 12-13 i mitt rum 7322 på plan 7 i ED-huset eller annan tid efter överenskommelse
- Betygsgränser** 3:a ≥ 20 p, 4:a ≥ 30 p, 5:a ≥ 40 p. Max 10p/uppgift.
- Kom ihåg!** Tydliga figurer, Referensriktningar, Dimensionskontroll, Motiveringar

- 0 - 0 - 0 - 0 - 0 - 0 -

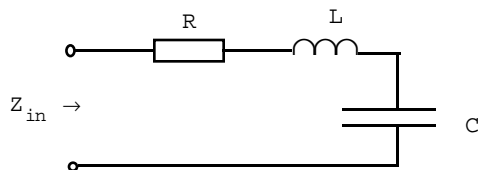
1. Beräkna en ekvivalent tvåpol till klämmorna AB i kretsen!
Spänningen u får ej finnas med i svaret!



2. Stationärtillstånd råder vid $t=0$, då brytaren öppnas.
- a/ Beräkna $u(t)$ för $t=0^-$! 2p
- b/ Beräkna $u(t)$ för $t \geq 0$!. Skissa också $u(t)$! 8p



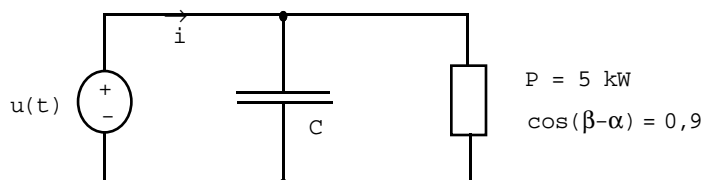
3. Bestäm R , L och C för en serieresonanskrets så att $\omega_0 = 2500$ rad/s, $Z_{in}(\omega_0) = 100 \Omega$ och bandbredden $B = 500$ rad/s!



4. En generator har spänningen $u(t) = 325\cos(100\pi t)$ V. Den driver en induktiv belastning med effekten $P = 5$ kW och fasfaktorn $\cos(\beta - \alpha) = 0,9$.

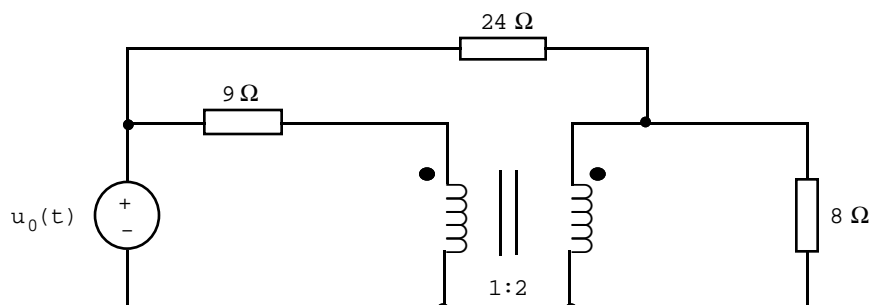
a/ En kapacitans C parallellkopplas med lasten, så att fasfaktorn blir 1 för hela anläggningen. Bestäm C ! 7p

b/ Hur stor blir generatorströmmens toppvärde I_m efter inkoppling av kondensatorn? 3p



Ledning: Teckna den komplexa effekten till belastningen, till kapacitansen och från generatorm!

5. Beräkna medeleffekten i resistansen på 8Ω ! $u_0(t) = 16\cos 100t$ V. Transformatorn är ideal.



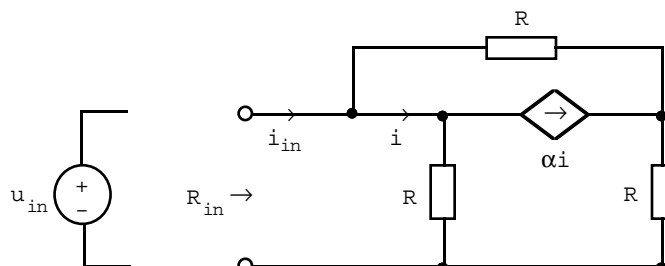
Ledning: Använd transformator-formlerna för spänning och ström samt kretsekvationer!

**Tentamen i Elkretsteori och analoga kretsar för Z1,
kurskod EEM 030, Inst.f. radio och rymd (elmagnetik)
tisdagen den 11/1 2005 8.30-12.30 i hus M**

- Tillåtna hjälpmedel** Tabeller (t.ex Physics Handbook, Tefyma, Beta)
Formelsamling i Elektriska kretsar, valfri kalkylator (ej dator), Egna handskrivna anteckningar på ett dubbelsidigt A4-blad
- Förfrågningar:** tel ankn 1581 Eva Palmberg
- Lösningar:** anslås på hemsidan efter tentans slut
- Resultatet** anslås senast den 21/1 på hemsidan och på plan 7 i ED-huset
- Granskning** måndag 24/1, kl 12-13 i mitt rum 7322 på plan 7 i ED-huset eller annan tid efter överenskommelse
- Betygsgränser** 3:a $\geq 20p$, 4:a $\geq 30p$, 5:a $\geq 40p$. Max 10p/uppgift.
- Kom ihåg!** Tydliga figurer, Referensriktningar, Dimensionskontroll, Motiveringar

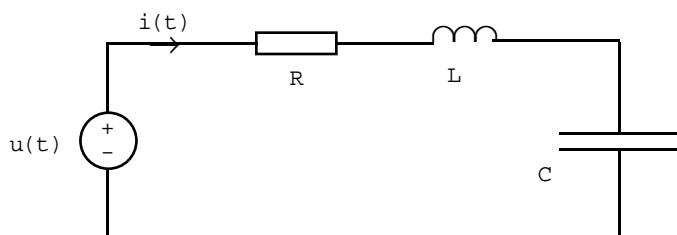
- 0 - 0 - 0 - 0 - 0 - 0 -

1. Beräkna inresistansen R_{in} för nedanstående krets med den beroende strömkällan αi ! i får inte ingå i svaret!



Ledning: Anslut en spänningskälla u_{in} till ingången för att aktivera den beroende källan! $R_{in} = u_{in}/i_{in}$

2. Beräkna strömmen $i(t)$!



$$R = 90 \Omega$$

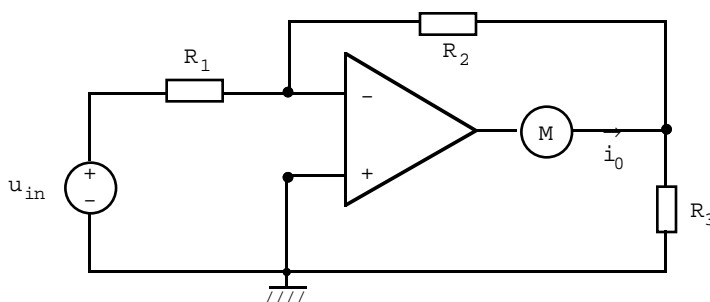
$$L = 32 \text{ mH}$$

$$C = 5 \mu\text{F}$$

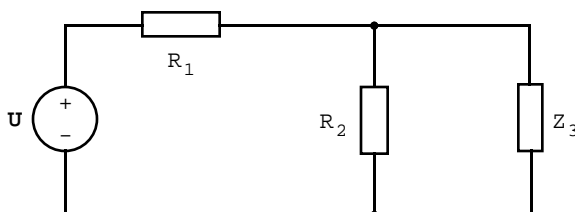
$$\omega = 5000 \text{ rad/s}$$

$$u(t) = 750 \cos(\omega t + 30^\circ) \text{ V}$$

3. En ideal operationsförstärkare ska användas för mätning av likspänningar u_{in} , se fig. Mätinstrumentet M mäter strömmen i_0 .
- a/ Beräkna strömmen i_0 !
- b/ Inom vilka gränser varierar $|i_0|$ om $R_1 = R_2 = 50 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 10 \text{ }\Omega$ och $0 \leq u_{in} \leq 10 \text{ mV}$?

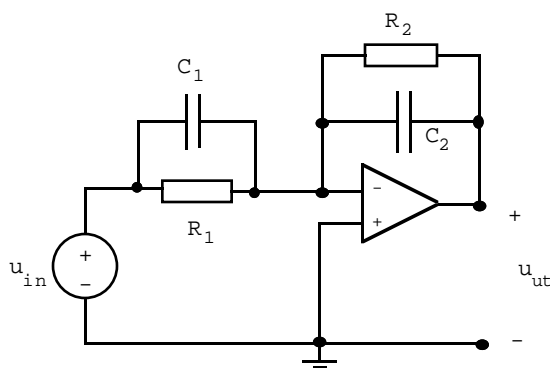


4. Generatoren i kretsen avger medeleffekten $P = 120 \text{ W}$ vid effektfaktorn $\cos\phi = 0,6$ (induktiv fasförskjutning). Generatorspänningens toppvärde är $\hat{U} = 200 \text{ V}$. $R_1 = 20 \text{ }\Omega$, $R_2 = 200 \text{ }\Omega$. Beräkna impedansen Z_3 !



Ledning: Beräkna den komplexa effekten S från källan numeriskt. Teckna sedan S med Z_{in} . Teckna Z_{in} med impedanserna i fig. Identifiera Z_3 !

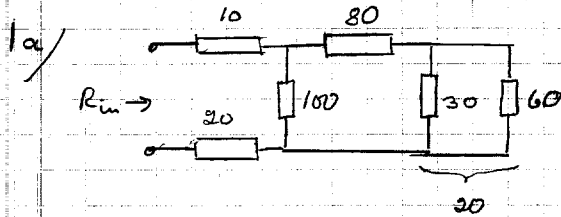
5. Operationsförstärkaren i figuren är ideal.
- a/ Beräkna överföringsfunktionen $H(j\omega) = U_{ut}/U_{in}$!
- b/ Beräkna och skissa ett asymptotiskt Bode-diagram för förstärkningen $|H(j\omega)|$!
- $R_1 = 5 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 50 \text{ k}\Omega$, $C_1 = 1 \text{ }\mu\text{F}$ och $C_2 = 0,01 \text{ }\mu\text{F}$!



Lösningar till Elkrets teori och... för Z1

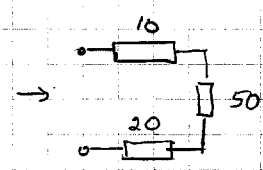
25/5 2004

EP

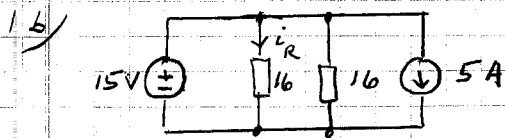


$$\frac{30 \cdot 60}{90} = 20$$

$$\frac{100(80+20)}{100+(80+20)} = 50$$



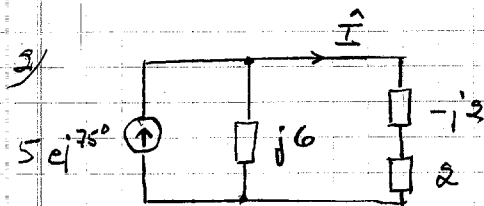
$$R_{in} = \underline{\underline{80 \Omega}}$$



Effekt i vardera av 16 Ω

$$P_{16} = R I_R^2 = 16 \cdot \left(\frac{15}{16}\right)^2 = \underline{\underline{14,1 \text{ W}}}$$

(Ström källorna bidrar ej till effekt)



$$\hat{I}_0 = 5e^{j75^\circ}; \quad j\omega L = j6 \Omega$$

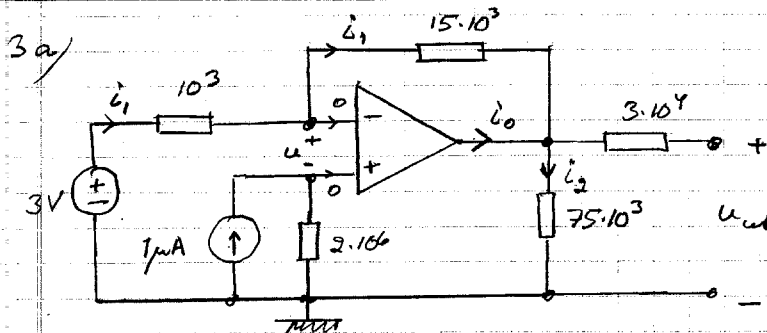
$$\frac{1}{j\omega C} = -j \frac{1}{2 \cdot 1/4} = -j2$$

$$\hat{I} = ? \quad i(t) = ?$$

Strömgening $\hat{I} = 5e^{j75^\circ} \frac{j6}{j6 - j2 + 2} = \dots = 3e^{j75^\circ} (2+j) =$

$$= 6,71 e^{j101,6^\circ}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{i(t) = 6,71 \cos(2t + 101,6^\circ) \text{ A}}}$$



Ideal OP $u=0; i=0$ and i_{ij}

KVL

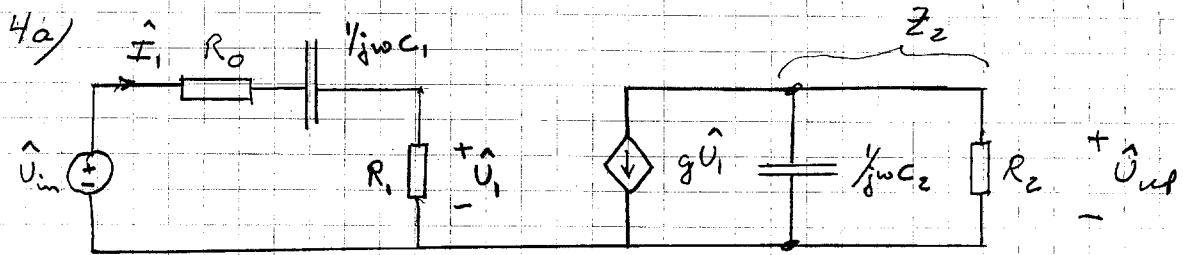
$$\begin{cases} 3 - 10^3 i_1 - 15 \cdot 10^3 i_1 - u_{ut} = 0 & (1) \\ 3 - 10^3 i_1 - u - 2 \cdot 10^6 \cdot 1 \cdot 10^{-6} = 0 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3 - 10^3 i_1 - u - 2 = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(2) \Rightarrow i_1 = 10^{-3} \quad \text{med } i(1) \Rightarrow \underline{\underline{u_{ut} = -13 \text{ V}}}$$

b) KCL $\rightarrow -i_1 - i_0 + i_2 = 0$ (3) $i_2 = \frac{u_{ut}}{75 \cdot 10^3}$ (4)

$$\Rightarrow \underline{\underline{i_0 = \frac{-13}{75 \cdot 10^3} = 10^{-3} = -1,7 \cdot 10^{-3} \text{ A}}}$$



KVL $\hat{U}_{in} - (R_0 + R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}) \hat{I}_1 = 0 \quad (1) \Rightarrow \hat{I}_1 = \frac{\hat{U}_{in}}{R_0 + R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}} = \frac{\hat{U}_{in} j\omega C_1}{1 + j\omega C_1 (R_0 + R_1)}$

$\hat{U}_1 = R_1 \hat{I}_1 \quad (2)$

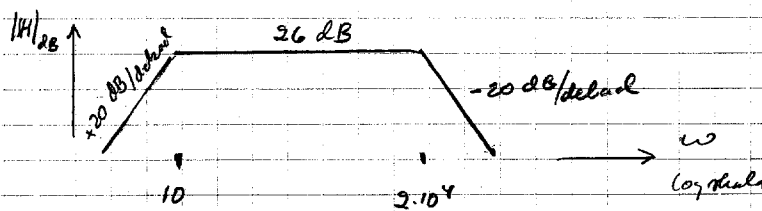
$\hat{U}_{out} = -g \hat{U}_1 Z_2 = -g \hat{U}_1 \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2} \quad (3) \quad \text{ins i (2) } \Rightarrow$

$H(j\omega) = \frac{\hat{U}_{out}}{\hat{U}_{in}} = - \frac{g j\omega R_1 R_2 C_1}{[1 + j\omega (R_0 + R_1) C_1][1 + j\omega R_2 C_2]}$

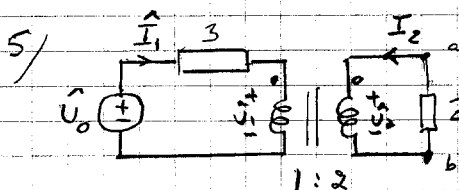
4b) sätt $\omega_1 = \frac{1}{(R_0 + R_1) C_1} = 10$; $\omega_2 = \frac{1}{R_2 C_2} = 20 \cdot 10^3 \text{ rad/s}$

$\Rightarrow H(j\omega) = - \frac{j2\omega}{(1 + j\omega/10)(1 + j\omega/2 \cdot 10^4)}$

Bode diagram för förstärkningsfunktionen $|H(j\omega)|_{dB}$



$10 < \omega < 2 \cdot 10^4$
 $H(j\omega) \approx - \frac{j2\omega}{j\omega/10} = -20$
 $20 \cdot 10 \log(20) = 26 \text{ dB}$



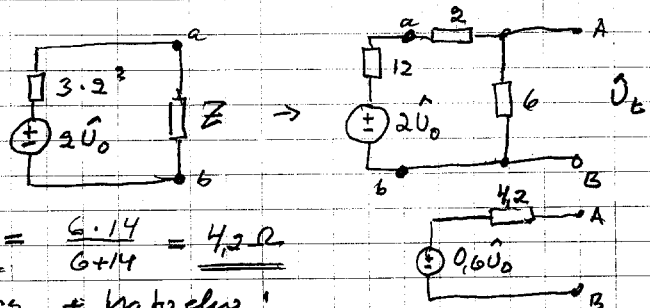
$\begin{cases} \hat{U}_0 - 3\hat{I}_1 - \hat{U}_1 = 0 & (1) \\ \hat{U}_2 + Z\hat{I}_2 = 0 & (2) \\ \frac{\hat{U}_1}{1} = \frac{\hat{U}_2}{2} & (3) \\ 1\hat{I}_1 + 2\hat{I}_2 = 0 & (4) \end{cases}$

Använd en last Z och transf till nida 2 via KVL och Kaplar.

Eliminera \hat{I}_1 och \hat{U}_1 i eq (1)

$\Rightarrow (1) \hat{U}_2 = 2\hat{U}_0 + 3 \cdot 2^2 \hat{I}_2 \quad \text{fr med (4)}$

\Rightarrow sekundär kretsen kan ritas som



$\hat{U}_2 = \frac{2U_0}{12+2+6} \cdot 6 = 0,6 \hat{U}_0$ $Z_0 = \frac{6 \cdot 12}{6+12} = 4,2 \Omega$

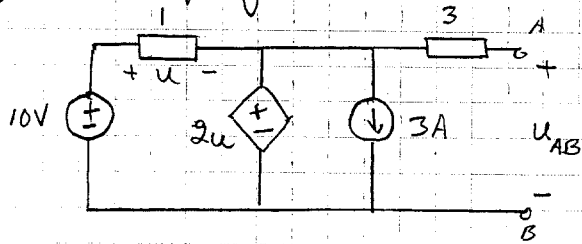
Eller bestämma kretsens spänning + kaplar; kretsdelningsdiagram + kaplar \rightarrow samma resultat

Lösningar till E(krets teori och analogi)

Kretsan för Z1

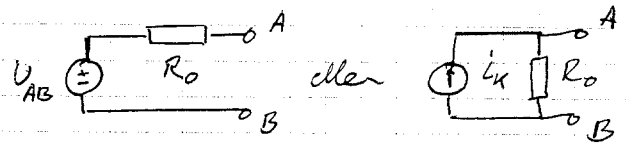
040818 EP

1) Tomgång

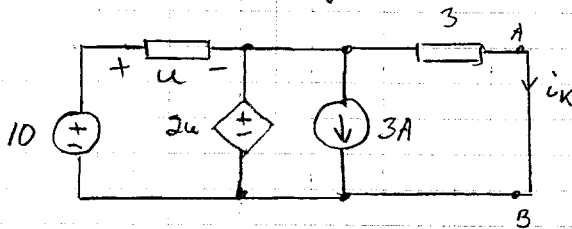


$$\text{KVL } 10 - u - 2u = 0 \Rightarrow u = \frac{10}{3}$$

$$u_{AB} = 2u = \frac{20}{3}$$



Kortslutning

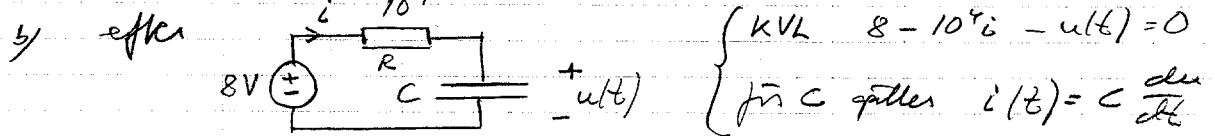


$$\text{KVL } 10 - u - 2u = 0 \Rightarrow u = \frac{10}{3}$$

$$\text{KVL } 2u - 3i_k = 0 \Rightarrow i_k = \frac{2}{3} \frac{10}{3} = \frac{20}{9}$$

$$R_0 = \frac{u_{AB}}{i_k} = \underline{\underline{3 \Omega}}$$

2) a) före öppnandet $u(0^-) = \underline{\underline{2 \text{ V}}}$

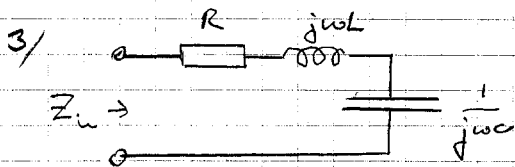
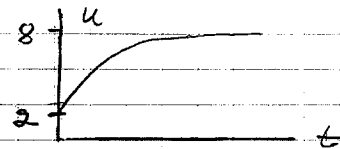


$$\Rightarrow \frac{du}{dt} + \frac{1}{RC} u = \frac{8}{RC} \quad (1) \quad \text{satt } \tau = RC = 0,02 \text{ s}$$

lös till (1) $u(t) = k_1 + k_2 e^{-t/\tau} \quad (2); \quad (2) \text{ i } t=0 \Rightarrow k_1 = 8$

BV $u(0) = 2 = k_1 + k_2 \Rightarrow k_2 = -6$

$$\Rightarrow \underline{\underline{u(t) = 8 - 6e^{-50t}}}$$



$$Z_{in} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$$

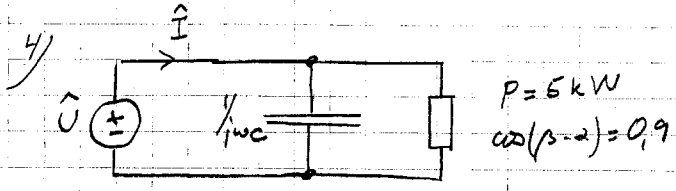
Resonans $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow Z_{in}(\omega_0) = R$

givet $Z_{in}(\omega_0) = 100 \Rightarrow \underline{\underline{R = 100 \Omega}}$

Bandbredd $BW = \frac{\omega_0}{Q}$ där $Q = \frac{\omega_0 L}{R}$ för seriekretsen

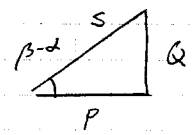
$$\Rightarrow BW = \frac{\omega_0}{\omega_0 L / R} = \frac{R}{L} \Rightarrow \underline{\underline{L = \frac{R}{BW} = \frac{100}{500} = 0,2 \text{ H}}}$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega_0^2 L} = \frac{1}{5500^2 \cdot 0,2} = \underline{\underline{0,8 \cdot 10^{-6} \text{ F}}}$$



$U_m = 325 \text{ V}$ $\omega = 100\pi \text{ rad/s}$

$P = 5 \cdot 10^3$
 $Q = P \tan(\beta - \alpha)$



$\beta - \alpha = \arccos 0.9 \approx 25.84^\circ$

$\Rightarrow Q = 2422 \text{ VAR}$ (> 0 för induktiv last)

Komplex effekt till lasten $S_L = P + jQ = 5 \cdot 10^3 + j2422$

Effekt till C: $S_C = \frac{1}{2} \hat{U}_C \hat{I}_C^* = \frac{1}{2} \hat{U} \left(\frac{\hat{U}}{1/j\omega C} \right)^* = -\frac{1}{2} j\omega C |\hat{U}|^2$

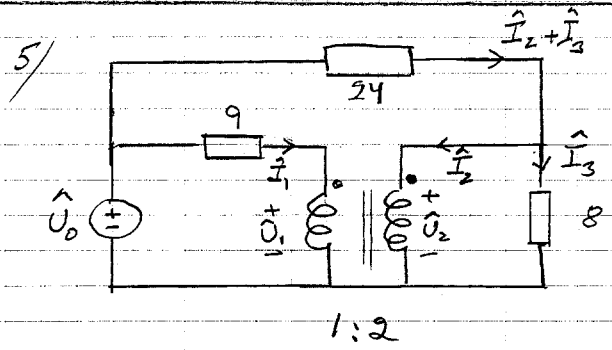
a) Välj C så att $S_C + jQ = 0$ dvs $C = \frac{2422 \cdot 2}{\omega |\hat{U}|^2} = 146 \mu\text{F}$

b) Effekt från generatorn med C

$S_u = \frac{1}{2} \hat{U} \hat{I}^* = S_C + S_L = P \Rightarrow \hat{I}^* = \frac{2P}{\hat{U}}$

$\Rightarrow \hat{I} = \frac{2P}{\hat{U}} = 30.8 e^{j0^\circ} \Rightarrow I_m = 30.8 \text{ A}$

(Jfr utom C $I_m = 34.2 \text{ A}$)



5 ohms 5 ohms $\hat{I}_3 = ?$

Transf. dvs

$\frac{\hat{U}_1}{1} = \frac{\hat{U}_2}{2} \quad (1)$

$1 \cdot \hat{I}_1 + 2 \hat{I}_2 = 0 \quad (2)$

KVL $\hat{U}_0 - 24(\hat{I}_2 + \hat{I}_3) - 8\hat{I}_3 = 0 \quad (3)$

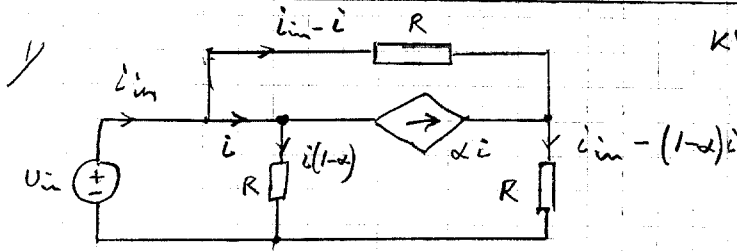
$\hat{U}_0 - 9\hat{I}_1 - \hat{U}_1 = 0 \quad (4)$

$\hat{U}_2 - 8\hat{I}_3 = 0 \quad (5)$

(1) - (5) $\Rightarrow \hat{I}_3 = 1 \text{ A}$

Effekt i 8 Ohm

$P_8 = \frac{1}{2} R |\hat{I}_3|^2 = 4 \text{ W}$

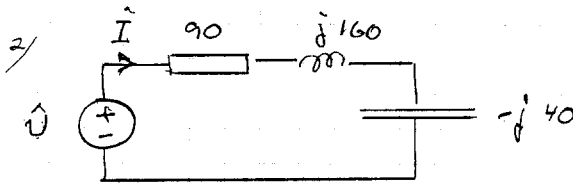


KVL: $U_{in} - R(i_{in} - i) = 0$ (1)

$U_{in} - R(i_{in} - i) - R[i_{in} - i(1-\alpha)] = 0$ (2)

(1) $\Rightarrow i = \frac{U_{in}}{R(1-\alpha)}$ $i_{in} = i(1-\alpha)$

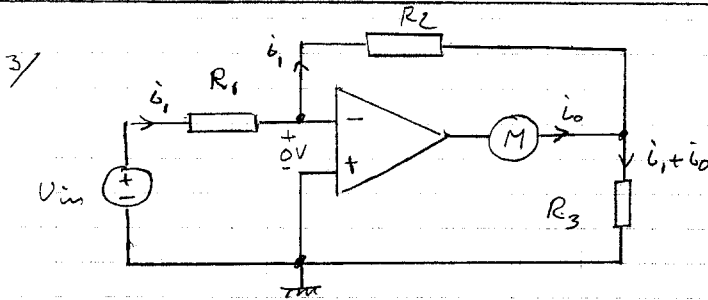
$\Rightarrow \frac{U_{in}}{i_{in}} = \frac{2R(1-\alpha)}{3-2\alpha} = R_{in}$



$\omega L = 160$; $\frac{1}{\omega C} = 40$

$\hat{I} = \frac{\hat{U}}{Z} = \frac{750 e^{j30^\circ}}{90 + j160 - j40} = 5 e^{-j23,13^\circ}$

$\Rightarrow i(t) = 5 \cos(5000t - 23,13^\circ) \text{ A}$



a) KVL

$\begin{cases} +U_{in} - R_1 i_1 = 0 & (1) \\ 0 - R_2 i_2 - R_3 (i_1 + i_0) = 0 & (2) \end{cases}$

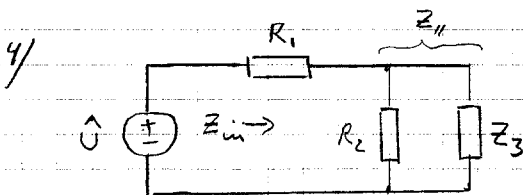
(1) $\Rightarrow i_1 = \frac{U_{in}}{R_1}$; $i_{in} = i(2) \Rightarrow i_0 = -\left(\frac{1}{R_1} + \frac{R_2}{R_1 R_3}\right) U_{in}$

b) $R_1 = R_2 = 50 \cdot 10^3$; $R_3 = 10 \Omega \Rightarrow i_0 = -\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3}\right) U_{in} \approx -\frac{1}{R_3} U_{in} = -0,1 U_{in}$

$U_{in} = 0 \text{ V} \Rightarrow i_0 = 0$

$U_{in} = 10 \cdot 10^{-3} \text{ V} \Rightarrow i_0 = -10^{-3} \text{ A}$

$\Rightarrow 0 \leq |i_0| \leq 1 \text{ mA}$



$P = 120$; $\cos \varphi = 0,6$

$\Rightarrow \sin \varphi = 0,8$ (induktiv)

$Q = P \tan \varphi = 120 \frac{0,8}{0,6} = 160$

$\Rightarrow S = P + jQ = 120 + j160 \text{ VA}$
forts!

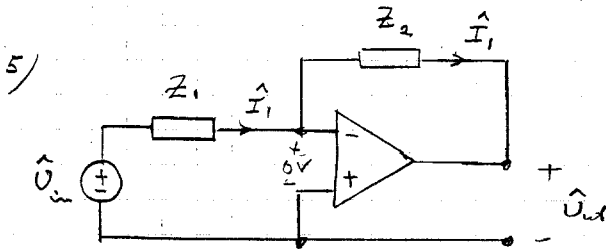
$\hat{U} = 200 \text{ V}$; $R_1 = 20 \Omega$; $R_2 = 200 \Omega$

4) fort Komplex effekt für Leistung $\phi = \frac{1}{2} \hat{U} \hat{I}^* = \frac{1}{2} \frac{|\hat{U}|^2}{Z_{in}^*}$

$$\Rightarrow Z_{in}^* = \frac{|\hat{U}|^2}{2\phi} = \frac{200^2}{2 \cdot (120 + j160)} = 50(3 - j4); \Rightarrow Z_{in} = 20(3 + j4)$$

Da für $Z_{in} = R_1 + Z_{II} \Rightarrow Z_{II} = 20(3 + j4) - 20 = 40 + j80$

$$\frac{1}{Z_{II}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{Z_3} \Rightarrow \frac{1}{Z_3} = \frac{1}{40 + j80} - \frac{1}{500} = \dots = \frac{1}{j100} \Rightarrow \underline{\underline{Z_3 = j100 \Omega}}$$



$$Z_1 = R_1 \parallel \frac{1}{j\omega C_1} = \frac{R_1}{1 + j\omega R_1 C_1}$$

$$Z_2 = \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2}$$

$$\begin{cases} \hat{U}_{in} - Z_1 \hat{I}_1 = 0 \\ 0 - Z_2 \hat{I}_1 - \hat{U}_{out} = 0 \end{cases} \Rightarrow \hat{U}_{out} = -Z_2 \frac{\hat{U}_{in}}{Z_1} \Rightarrow \underline{\underline{H(j\omega) = \frac{-R_2 (1 + j\omega R_1 C_1)}{(1 + j\omega R_2 C_2) R_1}}}$$

b) $\omega_1 = \frac{1}{R_1 C_1}; \omega_2 = \frac{1}{R_2 C_2} \Rightarrow H(j\omega) = -\frac{R_2}{R_1} \frac{1 + j\omega/\omega_1}{1 + j\omega/\omega_2}$

Numerisch $\omega_1 = 200; \omega_2 = 2000; R_2/R_1 = 10$

$\omega < \omega_1$: $|H(j\omega)| \approx -\frac{R_2}{R_1} = -10 \quad 20 \cdot \log 10 = 20 \text{ dB}$

$\omega_1 < \omega < \omega_2$: $|H(j\omega)| \approx -\frac{R_2}{R_1} j\omega/\omega_1 = -j\omega R_2 C_1 \quad |H| \text{ steigt um } 20 \text{ dB / Dekade}$

$\omega > \omega_2$: $|H(j\omega)| \approx -\frac{R_2}{R_1} \frac{j\omega/\omega_1}{j\omega/\omega_2} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{\omega_2}{\omega_1} = -100$

$20 \cdot \log 100 = 40 \text{ dB}$

