Tentamen i Maskinelement
PPU210 0105, CTH
Onsdag 2014-08-19 kl. 08.30 – 13.30, M-salar

Lärare: Magnus Evertsson,

Förfrågningar: Magnus Evertsson, 1368, 0709-218708

Institution: Produkt och produktionsutveckling

Lösningar: Anslås 2019-08-20 kl. 13.30 på institutionens anslagstavla.

Resultatlista: (Prel.) anslås senast 2019-09-04 på institutionens anslagstavla.

Granskning: Rättningen får granskas 2019-09-05, kl. 11.00-13.00

Hjälpmedel

Tillåtna hjälpmedel är (vid tveksamhet fråga ansvarig lärare)

1. **Allmänt:**
   SKF:s huvudkatalog, **Läroböcker:** Lärobok i Maskinelement. OBS! enbart egna *mindre* anteckningar i boken accepteras. Litteratur i hållfasthetslära: t.ex. Strength of Materials, Hållfasthetslära KTH.
2. **Formelsamlingar:**
   KTHs formelsamling eller liknande,
   Formelsamling ur Maskinelement-Övningar
3. **Tabellsamlingar:**
   Beta, TeFyMa och Stand. Math. Tab. eller liknande
4. **Räknehjälpmedel:**
   Valfri räknedosa, dock ej dator.

Obs! Inga lösa blad med anteckningar eller lösta tal är tillåtna.

Lösningar

Lösningar skall vara tydliga och förses med text och figurer. Ekvationer skall motiveras. Slutligt svar skall skrivas ut tydligt. Även delvis behandlade uppgifter poängbedöms. Saknas några detaljer i lydelsen, så inför lämpliga beteckningar och anta vid behov siffervärden.

Använd ej rödpenna!

Bedömning

Fullständig lösning av ett problem ger 10 poäng. Gränsen för godkänt går vid högst 20 poäng.

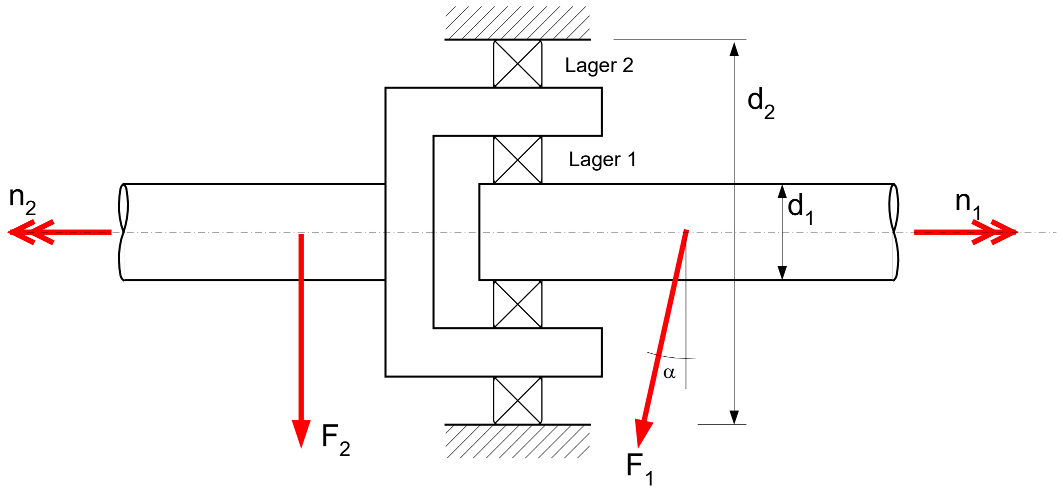
Institutionens rättningsrutiner kräver att **varje** blad tydligt märks med **anonym kod**, och att endast en uppgift behandlas på varje blad. Bladen ska numreras i stigande nummerordning (löpande sidnummer) för **hela** tentan.

1. Rullningslager

Ändarna av två långa och slanka axlar ska lagras och centreras enligt figuren nedan. Lager 1 (det inre lagret) är av en sådan lagertyp och storlek att det separat får livslängden 8000 timmar med 95 % sannolikhet. Föreslå lämplig rullningslagertyp samt välj lämplig lagerstorlek för lager 2 (det yttre lagret), så att även det får livslängden 8000 timmar med 95 % sannolikhet. Antag att lagringen utgör en del av en finmekanisk maskin.

Data:

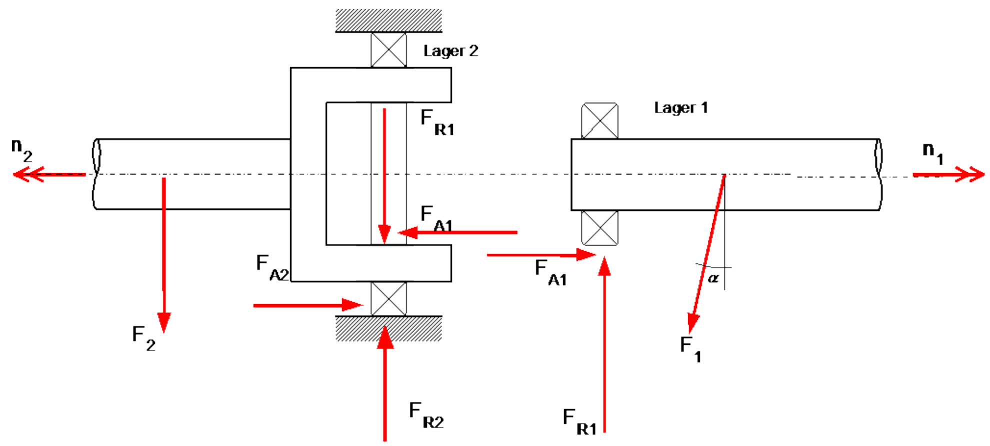
n_2=2000 rpm	F_2=50000 N	d_2=240 mm	
n_1=1500 rpm	F_1=10000 N	d_1= 40 mm	$\alpha = 20°$



Not: Benämningen "slank" betyder att tvärsnittet av axeln är ganska litet vilket i sin tur betyder att axeln är relativt lättböjlig.

Lösning:

Axlarna är slanka, alltså uppstår risk för snedställning. Därför skall ett sfäriskt lager väljas. Bestäm först lagerkrafter. Frilägg axel-ändarna. Axialkraften (F_1 sin 20°) antas överföras via båda lagren till lagerhuset:



Lager 1:

$$\rightarrow:\ F_{A1} - F_1 \sin 20^{\circ} = 0 \tag{1}$$

$$\uparrow:\ F_{R1} - F_1 \cos 20° = 0 \tag{2}$$

Lager 2:

$$\rightarrow: F_{A2} - F_{A1} = 0 \tag{3}$$

$$\uparrow: F_{R2} - F_2 - F_{R1} = 0 \tag{4}$$

Lager 1 (Inre lagret):

$$F_{R1} = 10000 \cdot \cos 20° \approx 9397 \text{ N} \tag{5}$$

$$F_{A1} = 10000 \cdot \sin 20° \approx 3420 \text{ N} \tag{6}$$

Lager 2 (Yttre lagret):

$$F_{R2} \approx 50000 + 9397 \approx 59397 \text{ N} \tag{7}$$

$$F_{A2} = F_{A1} \approx 3420 \text{ N} \tag{8}$$

Dimensionering av lager 2 (Yttre lagret)

Vi väljer ett sfäriskt rullager: SKF 22322 E sid 718 i SKF-katalogen. Detta lager har följande data:

C=950 000 N
P_u= 100 000 N

Beräkningsfaktorer:

e = 0.33
Y_1= 2
Y_2= 3

Ekvivalent dynamisk lagerlast beräknas med formel sid 467 SKF:

$P=F_r+Y_1 F_a$ om $F_a/F_r \le e$

$P=0.67 F_r+Y_2 F_a$ om $F_a/F_r > e$

I detta fall $F_a/F_r = 0.0575 < e$, varför $\mathbf{P} \approx 59397 + 2 \cdot 3420 \approx \mathbf{66237\ N}$

Livslängdsfaktorn a_1=0,62 *(enl. SKF sid 53 för 95 % överlevnadssannolikhet)*
Viskositetsförhållandet κ antas vara 1.
Renhetsfaktorn η_c=0,8 *(ty lagrets medeldiameter d_m>100 mm samt rena förhållanden antas råda för en finmekanisk maskin)*

$$\eta_c \frac{P_u}{P} = 0,8\frac{100000}{66237} \approx 1,208$$

Ur diagram 2 sid 55 SKF kan nu faktorn a_{SKF} avläsas! ⇒ a_{SKF}=11 *(ty explorer-lager)*

$$L_{na} = a_1 a_{SKF}\left(\frac{C}{P}\right)^{10/3} = 0,62\cdot 11\cdot\left(\frac{950000}{66237}\right)^{10/3} \approx 26600 \text{ milj varv}$$

Jämförelse med erforderlig livslängd:
2000 rpm motsv. 2000 varv/min × 60 min/h=120 000 varv/h

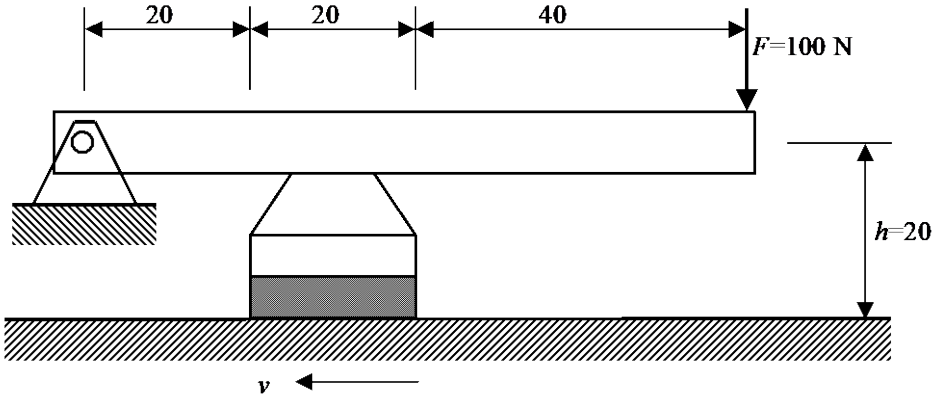
Antal timmar som lagringen klarar med 95% sannolikhet:
$26600\cdot 10^6/120000 = 221670\text{h}$, detta räcker med god marginal!

SVAR: Med ett sfäriskt rullager såsom SKF 22322 E fås en livslängd på 221670 timmar med 95 % sannolikhet, vilket klarar det givna kravet med god marginal.

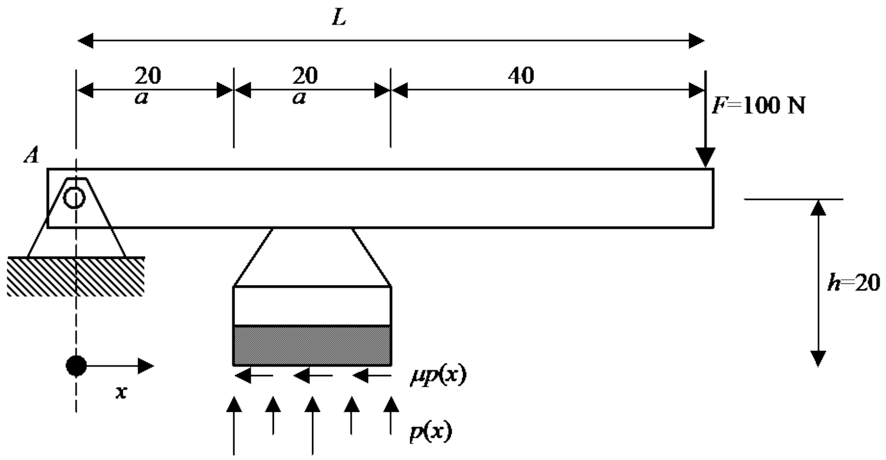
2. Broms

En broms för translationsrörelse är konstruerad enligt figur där alla mått är i mm. Bromsen ansätts med kraften F och friktionstalet mellan belägget och underlaget är 0,3. Nötningslagen antas gälla.

- Vad blir bromskraften?
- Vid vilket värde på måttet h blir bromsen självhämmande?
-



Lösning:



Bromsbelägget antas ha den konstanta bredden b.

Nötningslagen (M.E. del B s.13) lyder: $w = \dfrac{pv}{W}$, där:

- $p = p(x)$ (trycket)
- v = konstant (glidhastigheten)
- W = konstant (nötningsbeständigheten)
- w = nötningshastigheten

$$\because\ p(x) = k_1 w$$

Nötningen är formbetingad och när bromsen roterar kring leden A blir den:

$$w(x) = k_2 x \text{, vilket ger:}$$

$$p(x) = k_1 k_2 x = kx$$

Momentjämvikt kring A:

$$FL - \int_a^{2a} \underbrace{x}_{\text{hävarm}} \underbrace{p(x)bdx}_{\text{kraft}} + \int_a^{2a} \underbrace{h}_{\text{hävarm}} \underbrace{\mu p(x)bdx}_{\text{kraft}} = 0$$

$$FL - kb\int_a^{2a} x^2 dx + \mu kbh\int_a^{2a} x dx = 0$$

$$FL - kb\left[\frac{x^3}{3}\right]_a^{2a} + \mu kbh\left[\frac{x^2}{2}\right]_a^{2a} = 0$$

$$FL - \frac{7}{3}kba^3 + \frac{3}{2}\mu kbha^2 = 0 \Rightarrow$$

$$kb = \frac{6FL}{14a^3 - 9\mu ha^2}$$

Horisontell jämvikt ger:

$$F_{broms} = \int_a^{2a} \mu p(x) b dx = \mu kb\int_a^{2a} x dx = \mu kb\left[\frac{x^2}{2}\right]_a^{2a} = \frac{3}{2}\mu kba^2$$

Sätt in *kb* från föregående ekvation:

$$F_{broms} = \frac{9FL\mu a^2}{14a^3 - 9\mu ha^2} = \frac{9\cdot 100\cdot 80\cdot 0{,}3\cdot 20^2}{14\cdot 20^3 - 9\cdot 0{,}3\cdot 20\cdot 20^2} = 95{,}6\,\mathrm{N}$$

Självhämning:

Bromsen blir självhämmande när bromskraften går mot oändligheten för alla ansättningskrafter dvs när nämnaren i föregående ekvation går mot noll.

$$14a^3 - 9\mu ha^2 = 0 \Rightarrow$$

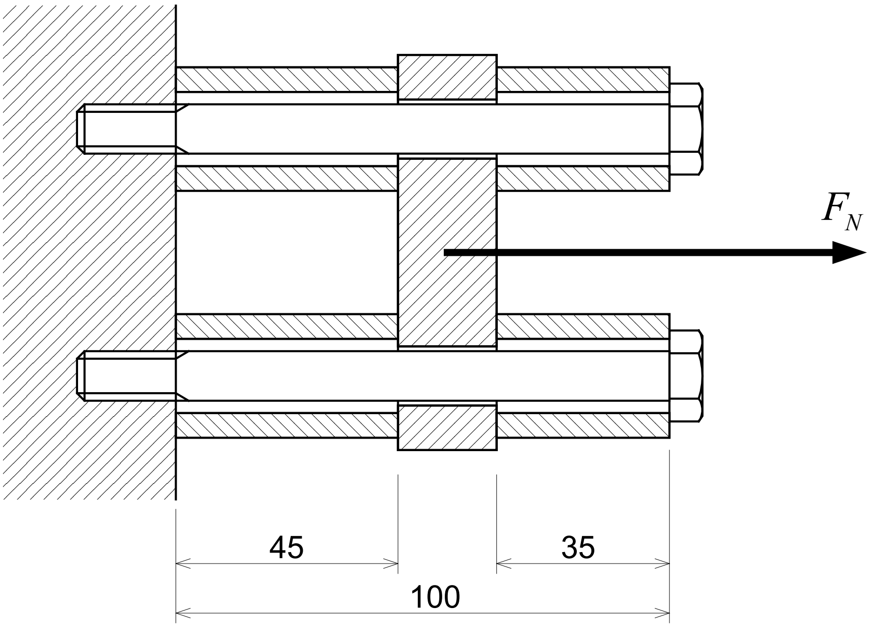
$$h = \frac{14a}{9\mu} = \frac{14\cdot 20}{9\cdot 0{,}3} = 103{,}7$$

SVAR: Bromskraft F_{broms} = 95,6 N
Självhämmande om h > 103,7 mm

3. Skruvförband

Ett skruvförband är utformat enligt figur.
Det belastas med en cykliskt varierande last $F_N = \pm 5$ kN.
Vilken hållfasthetsklass krävs för att skruvarna ska hålla?
Förspänningen F_0 bestäms av att förbandet inte får glappa.

Skruven har dimensionen M16. Hylsorna har innerdiameter 18mm och ytterdiameter 25mm.
Oket som kraften belastar antas vara stelt.



Lösning:

Styvheterna för de olika ingående delarna:

Materialet i förbandet antas vara stål: $E_{stål} = 210\text{GPa}$

2 stycken 45 mm hylsor:
ME A sidan 77 ger:

$$C_{hylsa,45} = \frac{E_{hylsa} \cdot 2 \cdot A_{hylsa}}{L_{hylsa,45}} = \frac{E_{hylsa} \cdot 2 \cdot \frac{\pi\left(D^2 - d^2\right)}{4}}{L_{hylsa,45}} =$$

$$= \frac{210 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot \pi\left(0,025^2 - 0,018^2\right)}{4 \cdot 0,045} = 2,206 \cdot 10^9 \ \mathrm{N/m}$$

På samma sätt fås för 2 stycken 35 mm hylsor:

$$C_{hylsa,35} = \frac{E_{hylsa} \cdot 2 \cdot A_{hylsa}}{L_{hylsa,35}} = \frac{E_{hylsa} \cdot 2 \cdot \frac{\pi\left(D^2 - d^2\right)}{4}}{L_{hylsa,35}} =$$

$$= \frac{210 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot \pi\left(0,025^2 - 0,018^2\right)}{4 \cdot 0,035} = 2,837 \cdot 10^9 \ \mathrm{N/m}$$

Styvheten för 2 stycken skruvar:

$$\mathrm{C_{skruv}} = \frac{\mathrm{E_{skruv}} \cdot 2 \cdot \mathrm{A_{skruv}}}{\mathrm{L_{skruv}}} = \frac{\mathrm{E_{skruv}} \cdot 2 \cdot \frac{\pi \mathrm{D_{skruv}^2}}{4}}{\mathrm{L_{skruv}}} =$$

$$= \frac{210 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 0,016^2}{4 \cdot 0,100} = 8,445 \cdot 10^8 \ \mathrm{N/m}$$

Beräkningsstyvheter då $F_N > 0$

Skruvarna och 35mm hylsorna får ökad belastning och räknas till C_s, 45mm hylsorna till C_k. Enligt definition i ME A sidan 75 samt seriekoppling av styvheter:

$$C_{s+} = \left(\frac{1}{C_{hylsa,35}} + \frac{1}{C_{skruv}} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{2,837 \cdot 10^9} + \frac{1}{8,445 \cdot 10^8} \right)^{-1} = 6,508 \cdot 10^8 \ \text{N/m}$$

$$C_{k+} = C_{hylsa,45} = 2,206 \cdot 10^9 \ \text{N/m}$$

Beräkningsstyvheter då $F_N < 0$

Skruvarna och 35mm hylsorna får minskad belastning och räknas till C_k, 45mm hylsorna till C_s. Här får vi alltså:

$$C_{s-} = C_{k+}$$

$$C_{k-} = C_{s+}$$

Förspänning:

ME A ekv 1.22:

$$F_k = F_0 - \frac{C_k}{C_s + C_k} F_N$$

(1)

Kontaktkraften är noll när förbandet precis börjar glappa: $F_k = 0$

(1) ger då:

$$F_{0+} = \frac{C_{k+}}{C_{s+} + C_{k+}} F_{N+} = \frac{2,206 \cdot 10^9}{6,508 \cdot 10^8 + 2,206 \cdot 10^9} 5 \cdot 10^3 = 3861 \ \text{N}$$

och

$$F_{0-} = \frac{C_{k-}}{C_{s-} + C_{k-}} F_{N-} = \frac{6,508 \cdot 10^8}{2,206 \cdot 10^9 + 6,508 \cdot 10^8} 5 \cdot 10^3 = 1139 \ \text{N} < F_{0+}$$

Skruvarna skall alltså ha förspänningen 3861 N (1930 N per skruv).

Krafter i skruvarna:

Max kraft i skruvarna fås då den yttre lasten är > 0 (skruvarna har då index *s*).

ME A ekv 1.21:

$$F_s = F_0 + \frac{C_s}{C_s + C_k} F_N$$

(2)

ger då:

$$F_{skruv,\max} = F_{s,\max} = F_0 + \frac{C_{s+}}{C_{s+} + C_{k+}} F_{N+} = 3861 + \frac{6,508 \cdot 10^9}{6,508 \cdot 10^8 + 2,206 \cdot 10^9} 5 \cdot 10^3 = 5000 \ \text{N}$$

Min kraft i skruvarna fås då yttre lasten är < 0 (skruvarna har då index *k*).

(1) ger då:

$$F_{skruv,\min} = F_{k,\min} = F_0 - \frac{C_{k-}}{C_{s-} + C_{k-}} F_{N-} = 3861 - \frac{6{,}508 \cdot 10^8}{2{,}206 \cdot 10^9 + 6{,}508 \cdot 10^8} 5 \cdot 10^3 = 2722 \text{ N}$$

Kraftamplituden fås nu som:

$$F_{skruv,ampl} = \frac{F_{skruv,\max} - F_{skruv,\min}}{2} = \frac{5000 - 2722}{2} = 1139 \text{ N}$$

Spänningar:

För att kunna beräkna spänningarna i skruvarna behöver vi spänningsarean, ME A ekv.1.25 ger spänningstvärnittet A_s:

$$A_S \approx \frac{\pi}{16}(d_1 + d_2)^2$$

Där d_1 och d_2 för M16 fås från ME A sid. 315 till 13,835 resp. 14,701.
Alltså:

$$A_S \approx \frac{\pi}{16}(d_1 + d_2)^2 = \frac{\pi}{16}(13{,}835 + 14{,}701)^2 = 159{,}9 \text{ mm}^2$$

Vi nyttjar nu den kända formeln

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

för att beräkna spänningarna (OBS! vi har två skruvar)

$$\sigma_{\max} = \frac{F_{skruv,\max}}{A_s} = \frac{5000}{2 \cdot 159{,}9 \cdot 10^{-6}} = 15{,}6 \text{ MPa}$$

och

$$\sigma_{ampl} = \frac{F_{skruv,ampl}}{A_s} = \frac{1139}{2 \cdot 159{,}9 \cdot 10^{-6}} = 3{,}56 \text{ MPa}$$

Det visar sig alltså att skruvarna är väldigt lite belastade, hållfasthetsklass 8.8 har flytgränsen 800 MPa och max tillåten spänningsamplitud 50-60 MPa och klarar sig gott och väl.

SVAR: Välj hållfasthetsklass 8.8.

4. Glidlager

Ett blocklager skall dimensioneras för att bära lasten P med minsta möjliga relativa effektförlust. Blockets längd är begränsat till l_{max}.
Beräkna lagerstorheterna x_p, L, b, minsta filmtjocklek och effektförlusten.
Lagret anses avtätat i breddled.

Data: $\eta = 0{,}01$ Ns/m², $P = 18$ kN, $R_a = 5$ μm, $l_{max} = 80$ mm, $U = 25$ m/s

Lösning:

Dimensionerna på ett lager så att det kan bära lasten med minsta möjliga effektförlust.
Beräkna lagerstorheterna och effektförlusten.

Relativa effektförlusten skall minimeras enligt figur 4.27 på sid. 271 diagram längst ner till höger.

Lagret avtätat i breddled ger $\nu = \infty \Rightarrow k = 1{,}5$

Maximal last, figur 4.27 på sid. 271 diagram längst upp till vänster ger $P_0 = 0{,}155$

$$P_0 = \frac{Ph_{min}^2}{b\eta UL^2} \text{ där P är last per breddenhet.} \qquad (1)$$

Minsta erhållna filmtjocklek, ME A ekv. 4.55 sid 273:

$$h_{min} > 5R_a \Rightarrow h_{min} = 5R_a = 25\mu m$$

(1) och (2) med värden insatta ger:

$$L^2 b = \frac{Ph_{min}^2}{\eta UP_0} = \frac{18000 \cdot \left(25 \cdot 10^{-6}\right)^2}{0{,}01 \cdot 25 \cdot 0{,}155} = 2{,}90 \cdot 10^{-4} m^3$$

Välj nu t.ex $L = 0{,}07\text{m} < l_{max} \Rightarrow b = 64{,}4 \cdot 10^{-3}\text{m}$

Pivotpunktens läge, figur 4.27 på sid. 271 diagrammet i mitten vänster ger $x_{0p} = 0{,}58$

$$x_p = x_{0p}L = 0{,}58 \cdot 0{,}07 = 0{,}0406\text{m}$$

Effektförlusten E, figur 4.27 på sid. 271 ger:

$$E = \mu P_{tot} U \qquad (3)$$

Figur 4.27 sid 271 diagram längst ner till höger ger:

$$\frac{\mu L}{h_{min}} = 5 \Rightarrow \mu = \frac{5h_{min}}{L} = \frac{5 \cdot 25 \cdot 10^{-6}}{0{,}07} = 1{,}78 \cdot 10^{-3}$$

(3) med värden insatta ger:

$$E = 1{,}78 \cdot 10^{-3} \cdot 18000 \cdot 25 = 803\text{W}$$

SVAR: $x_p = 0{,}041$ m
$L = 0{,}07$ m
$b = 0{,}057$ m
$h_{min} = 25\mu m$
$E = 755$ W

5. Kuggväxel

En kuggväxel har följande data:

z_1=20, z_2=60, x_1=x_2=0, α_0=20 och modul 4

Man är egentligen nöjd med utväxlingen men av hållfasthetsskäl vill man undvika att samma kuggpar kommer i ingrepp hela tiden. Därför vill man ändra kuggfrekvensen dvs z_1/ z_2 genom att ändra kuggtalet med en (1) kugg på ett av hjulen. Axelavståndet är konstant och samma verktyg skall användas. Beräkna nya lämpliga data för kugghjulen.

Lösning:

(ekvationsnumren gäller Svensk Standard SS 1864)
För att ändra så lite som möjligt på utväxlingen bör antalet kugg ändras på det stora hjulet.
Om man ökar antalet kugg med bibehållet axelavstånd så får man en negativ profilförskjutning vilket inverkar negativt på kuggprofilen. man bör därför minska antalet kugg.

Alltså, välj 59 kugg för det stora hjulet.

Ursprungligt axelavstånd (ingen profilförskjutning, ekv. 3.11)

$$a = \frac{m_n(z_1 + z_2)}{2\cos\beta} = (\beta = 0) = \frac{4(20+60)}{2} = 160 \text{ mm}$$

Ekvationerna 3.12 och 3.13 ger nu sambandet mellan axelavstånd och profilförskjutning för de nya kugghjulen.

$$a_w = \frac{a\cos\alpha_t}{\cos\alpha_{wt}} \tag{3.12}$$

$$\operatorname{inv}\alpha_{wt} = \operatorname{inv}\alpha_t + \frac{2(x_1 + x_2)\tan\alpha_n}{z_1 + z_2} \tag{3.13}$$

Här är $\alpha_t = \alpha_n = 20°$ (rakkugg), a_w det verkliga axelavståndet, 160 mm, och a referensaxelavståndet för den nya kuggväxeln, $a_2 = \frac{4(20+59)}{2} = 158$ mm.

$$(3.12) \Rightarrow \alpha_{wt} = \arccos\left(\frac{a\cos\alpha_t}{a_w}\right) = \arccos\left(\frac{158\cos 20°}{160}\right) = 21.88°$$

$$(3.13) \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{\operatorname{inv}\alpha_{wt} - \operatorname{inv}\alpha_t}{2\tan\alpha_n}\left(z_1 + z_2\right) = \frac{\operatorname{inv}21.88° - \operatorname{inv}20°}{2\tan\alpha_n}\left(20+59\right) = 0{,}523 \text{ mm}$$

Välj att lägga all profilförskjutning på det lilla hjulet eftersom det ger bästa kuggeometrin.
Figur 9.49 i M.E. del B ger att båda kugghjulen klarar sig för underskärning och spetskugg.

SVAR: Nya kuggdata: z_1 = 20, x_1 = 0,523 och z_2 = 59