Tentamen i Maskinelement
PPU210, CTH
Tisdag 2019-04-25 kl. 08.30 –13.30, Hörsalar

Lärare:	Magnus Evertsson
Förfrågningar:	Magnus Evertsson ankn 1368 alt 0709-218 708
Institution:	Industri och Materialvetenskap
Lösningar:	Anslås 2019-04-25 kl. 13.30 på institutionens anslagstavla.
Resultatlista:	(Prel.) anslås senast 2019-05-14 på institutionens anslagstavla.
Granskning:	Rättningen granskas 2019-05-15 kl 11.30-13.30 på institutionen.

Hjälpmedel
Tillåtna hjälpmedel är (vid tveksamhet fråga ansvarig lärare)
- **Allmänt:** SKF:s huvudkatalog
- **Läroböcker:** Lärobok i Maskinelement. OBS! enbart egna *mindre* anteckningar i boken accepteras. Litteratur i hållfasthetslära: t.ex. Strength of Materials, Hållfasthetslära KTH.
- **Formelsamlingar:** KTHs formelsamling eller liknande, Formelsamling ur Maskinelement – övningar (utskriven)
- **Tabellsamlingar:** Beta, TeFyMa och Stand. Math. Tab. eller liknande
- **Räknehjälpmedel:** Valfri räknedosa, dock ej dator.

Obs! Inga lösa blad med anteckningar eller lösta tal är tillåtna.

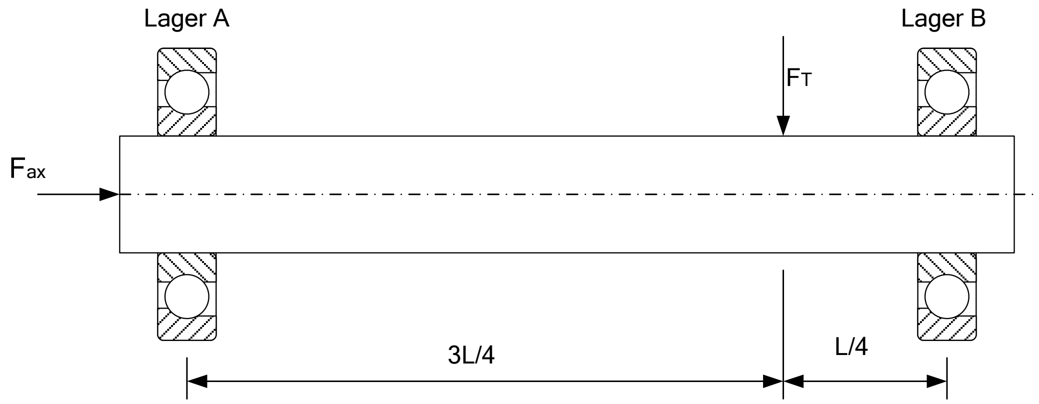
Lösningar
Lösningar skall vara tydliga och förses med text och figurer. Ekvationer skall motiveras. Slutligt svar skall skrivas ut tydligt. Även delvis behandlade uppgifter poängbedöms. Saknas några detaljer i lydelsen, så inför lämpliga beteckningar och anta vid behov siffervärden.
Använd ej rödpenna!

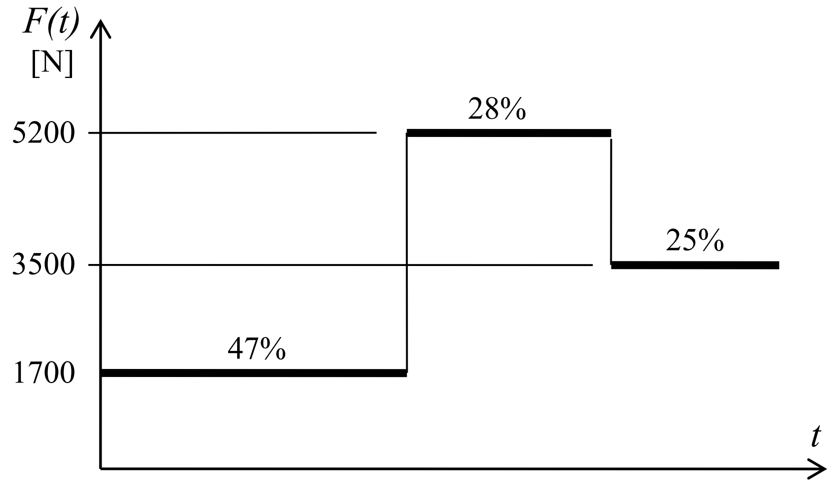
Bedömning
Fullständig lösning av ett problem ger 10 poäng. Gränsen för godkänt går vid högst 20 poäng.

Institutionens rättningsrutiner kräver att **varje** blad tydligt märks med **anonym kod**, och att endast en uppgift behandlas på varje blad. Bladen ska numreras i stigande nummerordning (löpande sidnummer) för **hela** tentan.

1. Rullningslager

En axel är lagrad med två likadana kullager av typen SKF61910. Axeln belastas med en varierande last F_T (se diagram nedan) och en konstant axialkraft F_{ax} = 1520 N. Hela axialkraften tas upp av lager B. ($a_{skf} = 1$)





a) Bestäm nominell livslängd för varje enskilt lager. (6p)
b) Bestäm livslängden för lagerkomplexet. (2p)
c) Bestäm livslängden för lagerkomplexet då överlevnadssannolikheten för hela anordningen är 98 %. (2p)

Lösning

Lagerdata för SKF61910

$$C = 14.6\ kN, C_0 = 11.8\ kN, f_0 = 16$$

a) Bestäm nominell livslängd för varje enskilt lager

Jämvikt ger

$$\uparrow: F_{rA} + F_{rB} - F_T = 0$$
$$M_A: \frac{3L}{4} F_T - L F_{rB} = 0$$

Detta ger:

$$F_{rB} = \frac{3}{4} F_T$$
$$F_{rA} = \frac{1}{4} F_T$$

Bestämning av den ekvivalenta lagerlasten (SKF sida 299)
Lager A tar endast upp radiell last och därmed gäller: $P_A = F_{rA}$
Lager B däremot tar upp både radiell och axiell last och därmed gäller:

$$P_B = \begin{cases} F_{rB} & \\ X F_{rB} + Y F_{aB} \end{cases} då \begin{matrix} \frac{F_{aB}}{F_{rB}} \leq e \\ \frac{F_{aB}}{F_{rB}} > e \end{matrix}$$

Då den radiella lasten F_T varierar måste man ta hänsyn till de tre lastfallen som uppkommer, nedan delas därmed beräkningarna upp i tre lastfall, F_{T1} = 1700 N, F_{T2} = 5200 N och F_{T3} =3500 N.

Lager A:
Lastfall 1: $P_{A1} = \frac{1}{4} F_{T1} = 425\ N$
Lastfall 2: $P_{A2} = \frac{1}{4} F_{T2} = 1300\ N$
Lastfall 3: $P_{A3} = \frac{1}{4} F_{T3} = 875\ N$

Lager B:
Då uträkningen av den ekvivalenta lagerlasten P_B beror på relationen mellan F_{aB} och F_{rB} så måste faktorn e först bestämmas. Faktorn e ges av tabell 5 på sida 315 i SKF katalogen. Beräkningsfaktorerna beror på $f_0 \frac{F_{aB}}{C_0}$. För normalt lagerglapp fås:

$$f_0 \frac{F_{aB}}{C_0} = 16 \cdot \frac{1520}{11800} = 2.06 => e = 0.34;\ X = 0.56;\ Y = 1.31$$

Därmed får vi för fall 1:

$$\frac{F_{aB1}}{F_{rB1}} = \frac{1520}{\frac{3 \cdot 1700}{4}} = 1.19 > e =>$$

$$=> P_{B1} = X F_{rB1} + Y F_{aB} = 0.56 \cdot \frac{3 \cdot 1700}{4} + 1.31 \cdot 1520 = 2705.2\ N$$

för fall 2:

$$\frac{F_{aB2}}{F_{rB2}} = \frac{1520}{\frac{3 \cdot 5200}{4}} => 0.389 > e =>$$

$$P_{B1} = XF_{rB1} + YF_{aB} = 0.56 \cdot \frac{3 \cdot 5200}{4} + 1.31 \cdot 1520 = 4175.2\ N$$

Och för fall 3:

$$\frac{F_{aB2}}{F_{rB2}} = \frac{1520}{\frac{3 \cdot 3500}{4}} = 0.57 > e =>$$

$$=> P_{B1} = XF_{rB1} + YF_{aB} = 0.56 \cdot \frac{3 \cdot 3500}{4} + 1.31 \cdot 1520 = 3461.2\ N$$

Delskadeteorin ger den sammanlagda livslängden för vardera enskilda lager:

$$L_{10m} = \frac{1}{\frac{U_1}{L_{10m1}} + \frac{U_2}{L_{10m2}} + \frac{U_3}{L_{10m3}}}$$

$$L_{10mX} = \left(\frac{C}{P}\right)^p \quad p = 3\ för\ kullager$$

Livslängd lager A:

$$L_{10m,A} = \frac{1}{\frac{0.47}{\left(\frac{14600}{425}\right)^3} + \frac{0.28}{\left(\frac{14600}{1300}\right)^3} + \frac{0.25}{\left(\frac{14600}{875}\right)^3}} = 3802.2\ miljoner\ varv$$

Livslängd lager B:

$$L_{10m,B} = \frac{1}{\frac{0.47}{\left(\frac{14600}{2705}\right)^3} + \frac{0.28}{\left(\frac{14600}{4175}\right)^3} + \frac{0.25}{\left(\frac{14600}{3461}\right)^3}} = 78.1\ miljoner\ varv$$

B)

$$L_R^{\kappa} = \sum_{i=1}^{n} (L_{10}^{-\kappa})_i = \left(3802^{-(3/2)} + 78^{-(3/2)}\right)^{-1/1.5} = 77.8 \quad \mathit{miljoner\ varv}$$

$$\kappa = 3/2$$

C) Bestäm livslängden för lagerkomplexet för överlevnadssannolikheten 98 %

$$R_{tot} = 0.98$$
$$\kappa = 3/2$$

ME sida 229 ekvation 5.16 ger:

$$L_R = \sqrt[\kappa]{\frac{\ln R_{tot}}{\ln 0.9 \cdot \sum_{i=1}^{2} L_{10}^{-\kappa}}} = \sqrt[3/2]{\frac{\ln 0.98}{\ln 0.9 \cdot (3802.2^{-\frac{3}{2}} + 78.1^{-\frac{3}{2}})}} = 25.9\ \mathit{miljoner\ varv}$$

SVAR:

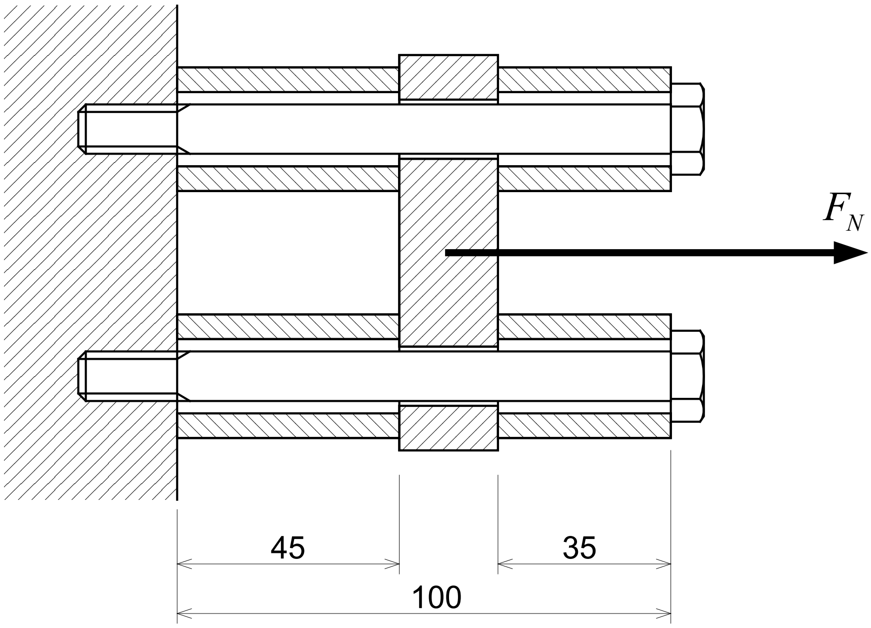
a) Livslängden för lager A uppgår till 3802.2 miljoner varv medan motsvarande för lager B uppskattas till 78.1 miljoner varv.
b) Livslängden för lagerkomplexet är 77.8 miljoner varv.
c) Livslängden för lagerkomplexet är 25.9 miljoner varv.

2. Skruvförband

Ett skruvförband är utformat enligt figur.
Förbandet belastas med en cykliskt varierande last $F_N = \pm 5$ kN (växlande riktning).

a) Bestäm förspänningen F_0 så att förbandet inte glappa vid belastning. (4p)
b) Beräkna högsta dragspänning och amplitudspänning i skruvarna. (4p)
c) Vilken hållfasthetsklass krävs för att skruvarna ska hålla? (2p)

Skruven har dimensionen M16. Hylsorna har innerdiameter 18mm och ytterdiameter 25mm.
Oket som kraften belastar antas vara stelt.



Lösning:

Styvheterna för de olika ingående delarna:
Materialet i förbandet antas vara stål: $E_{stål} = 210GPa$
2 stycken 45 mm hylsor:
ME A sidan 77 ger:

$$C_{hylsa,45} = \frac{E_{hylsa} \cdot 2 \cdot A_{hylsa}}{L_{hylsa,45}} = \frac{E_{hylsa} \cdot 2 \cdot \frac{\pi\left(D^2 - d^2\right)}{4}}{L_{hylsa,45}} =$$

$$= \frac{210 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot \pi\left(0,025^2 - 0,018^2\right)}{4 \cdot 0,045} = 2,206 \cdot 10^9 \ {}^{N}\!/\!{}_{m}$$

På samma sätt fås för 2 stycken 35 mm hylsor:

$$C_{hylsa,35} = \frac{E_{hylsa} \cdot 2 \cdot A_{hylsa}}{L_{hylsa,35}} = \frac{E_{hylsa} \cdot 2 \cdot \frac{\pi\left(D^2 - d^2\right)}{4}}{L_{hylsa,35}} =$$

$$= \frac{210 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot \pi\left(0,025^2 - 0,018^2\right)}{4 \cdot 0,035} = 2,837 \cdot 10^9 \ \mathrm{N/m}$$

Styvheten för 2 stycken skruvar:

$$C_{skruv} = \frac{E_{skruv} \cdot 2 \cdot A_{skruv}}{L_{skruv}} = \frac{E_{skruv} \cdot 2 \cdot \frac{\pi D_{skruv}^2}{4}}{L_{skruv}} =$$

$$= \frac{210 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 0,016^2}{4 \cdot 0,100} = 8,445 \cdot 10^8 \ \mathrm{N/m}$$

Beräkningsstyvheter då $F_N > 0$

Skruvarna och 35mm hylsorna får ökad belastning och räknas till C_s, 45mm hylsorna till C_k. Enligt definition i ME A sidan 75 samt seriekoppling av styvheter:

$$C_{s+} = \left(\frac{1}{C_{hylsa,35}} + \frac{1}{C_{skruv}}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{2,837 \cdot 10^9} + \frac{1}{8,445 \cdot 10^8}\right)^{-1} = 6,508 \cdot 10^8 \ \mathrm{N/m}$$

$$C_{k+} = C_{hylsa,45} = 2,206 \cdot 10^9 \ \mathrm{N/m}$$

Beräkningsstyvheter då $F_N < 0$

Skruvarna och 35mm hylsorna får minskad belastning och räknas till C_k, 45mm hylsorna till C_s. Här får vi alltså:

$$C_{s-} = C_{k+}$$
$$C_{k-} = C_{s+}$$

Förspänning:

ME A ekv 1.22:

$$F_k = F_0 - \frac{C_k}{C_s + C_k} F_N \qquad (1)$$

Kontaktkraften är noll när förbandet precis börjar glappa: $F_k = 0$

(1) ger då:

$$F_{0+} = \frac{C_{k+}}{C_{s+} + C_{k+}} F_{N+} = \frac{2,206 \cdot 10^9}{6,508 \cdot 10^8 + 2,206 \cdot 10^9} 5 \cdot 10^3 = 3861 \ \mathrm{N}$$

och

$$F_{0-} = \frac{C_{k-}}{C_{s-} + C_{k-}} F_{N-} = \frac{6,508 \cdot 10^8}{2,206 \cdot 10^9 + 6,508 \cdot 10^8} 5 \cdot 10^3 = 1139 \ \mathrm{N} < F_{0+}$$

Skruvarna skall alltså ha förspänningen 3861 N (1930 N per skruv).

Krafter i skruvarna:

Max kraft i skruvarna fås då den yttre lasten är > 0 (skruvarna har då index s).

ME A ekv 1.21:

$$F_s = F_0 + \frac{C_s}{C_s + C_k} F_N \qquad (2)$$

ger då:

$$F_{skruv,\max} = F_{s,\max} = F_0 + \frac{C_{s+}}{C_{s+}+C_{k+}} F_{N+} = 3861 + \frac{6,508\cdot 10^9}{6,508\cdot 10^8 + 2,206\cdot 10^9} 5\cdot 10^3 = 5000 \text{ N}$$

Min kraft i skruvarna fås då yttre lasten är < 0 (skruvarna har då index *k*).
(1) ger då:

$$F_{skruv,\min} = F_{k,\min} = F_0 - \frac{C_{k-}}{C_{s-}+C_{k-}} F_{N-} = 3861 - \frac{6,508\cdot 10^8}{2,206\cdot 10^9 + 6,508\cdot 10^8} 5\cdot 10^3 = 2722 \text{ N}$$

Kraftamplituden fås nu som:

$$F_{skruv,ampl} = \frac{F_{skruv,\max} - F_{skruv,\min}}{2} = \frac{5000-2722}{2} = 1139 \text{ N}$$

Spänningar:
För att kunna beräkna spänningarna i skruvarna behöver vi spänningsarean, ME A ekv.1.25 ger spänningstvärnittet A_s:

$$A_S \approx \frac{\pi}{16}\left(d_1 + d_2\right)^2$$

Där d_1 och d_2 för M16 fås från ME A sid. 315 till 13,835 resp. 14,701.
Alltså:

$$A_S \approx \frac{\pi}{16}\left(d_1 + d_2\right)^2 = \frac{\pi}{16}\left(13{,}835 + 14{,}701\right)^2 = 159{,}9 \text{ mm}^2$$

Vi nyttjar nu den kända formeln

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

för att beräkna spänningarna (OBS! vi har två skruvar)

$$\sigma_{\max} = \frac{F_{skruv,\max}}{A_s} = \frac{5000}{2\cdot 159,9\cdot 10^{-6}} = 15,6 \text{ MPa}$$

och

$$\sigma_{ampl} = \frac{F_{skruv,ampl}}{A_s} = \frac{1139}{2\cdot 159,9\cdot 10^{-6}} = 3,56 \text{ MPa}$$

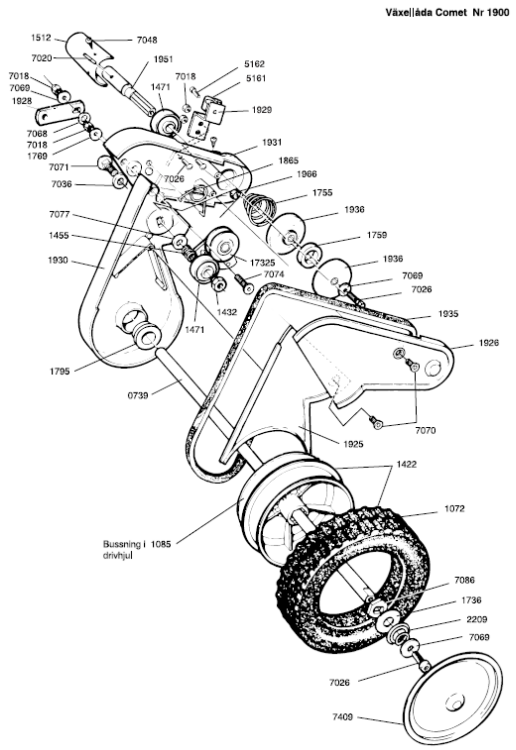
Det visar sig alltså att skruvarna är väldigt lite belastade, hållfasthetsklass 8.8 har flytgränsen 800 MPa och max tillåten spänningsamplitud 50-60 MPa och klarar sig gott och väl.

SVAR:

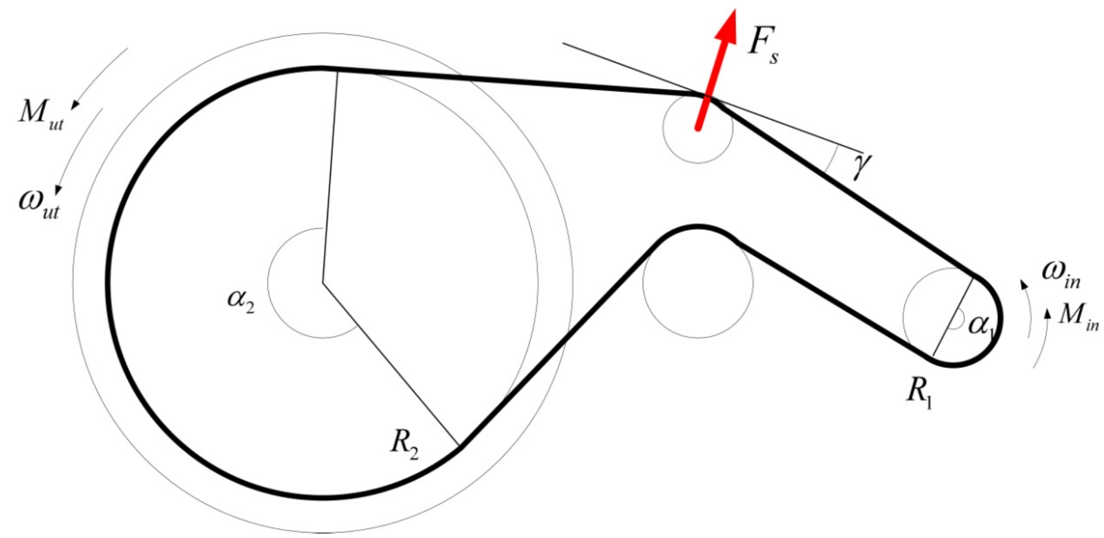
a) Erforderlig förspänning är 3861 N (Bestäms av lasten i +riktning)
b) $\sigma_{\max} = 15,6$ MPa, $\sigma_{ampl} = 3,56$ MPa
c) Välj hållfasthetsklass 8.8.

3. Remväxel

Växellådan för framdrivningen av en röd självgående gräsklippare visas nedan. Man har valt att utnyttja en kilremsdrift för transmissionen.



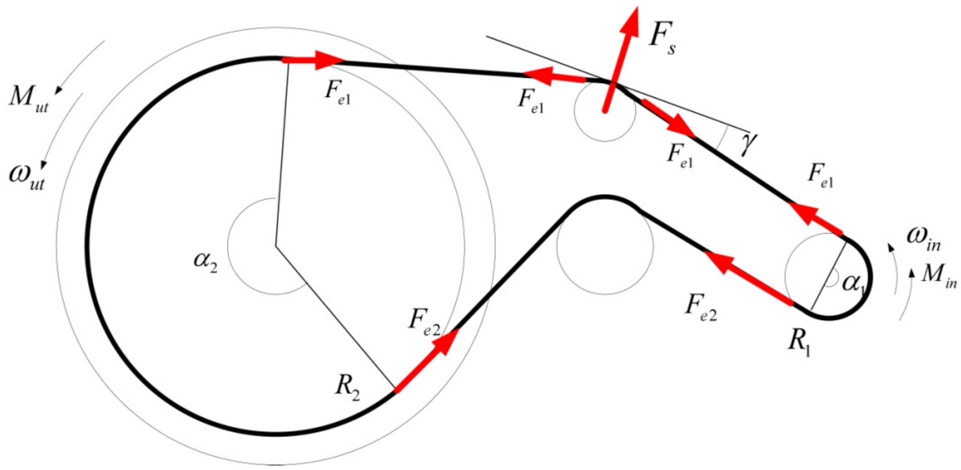
En principskiss för driften visas i figuren nedan. Inkoppling av drivningen är att man spänner den slaka remparten på kilremmen genom att anbringa kraften $F_s = 30\,\text{N}$ på spännhjulet. Friktionstalet mellan rem och remskiva är 0.3. Vad är maximalt drivmoment på drivhjulen innan remväxeln slirar? (10p)



$\alpha_1 = 180°$, $\alpha_2 = 225°$, $R_1 = 20\,\text{mm}$, $R_2 = 70\,\text{mm}$, $\gamma = 10°$, kilvinkel $\beta = 20°$

Lösning:

Frilägg transmissionens delar och för in remkrafter:



Momenjämvikt över gräsklipparens drivande hjul:

$$(F_{e2} - F_{e1})R_2 = M_{ut} \tag{1}$$

Vi vet att det slirar först på lilla hjulet eftersom omslutningsvinkeln är minst där. Kraftkvoten, dvs förhållandet mellan remkrafterna, ges av Eytelweins ekvation:

$$\frac{F_{e2}}{F_{e1}} = e^{\frac{\mu}{\sin\beta}\alpha_1} = e^{\frac{0.3}{\sin 20°}\pi} = 15.73 \tag{2}$$

Kraftjämvikt för spännhjulet ger remkraften:

$$F_s = 2F_{e1}\sin\gamma \Rightarrow F_{e1} = \frac{F_s}{2\sin\gamma} \tag{3}$$

Ekvation (1-3) ger nu:

$$M_{ut} = (F_{e2} - F_{e1})R_2 = \frac{F_s}{2\sin\gamma}\left(e^{\frac{\mu}{\sin\beta}\pi} - 1\right)R_2 =$$

$$= \frac{30}{2\sin 10°}\left(e^{\frac{0.3}{\sin 20°}\pi} - 1\right)0.070 = 89.07 \text{ Nm}$$

$$M_{in} = (F_{e1} - F_{e2})R_1 = \frac{F_s}{2\sin\gamma}\left(1 - e^{\frac{\mu}{\sin\beta}\pi}\right)R_1 =$$

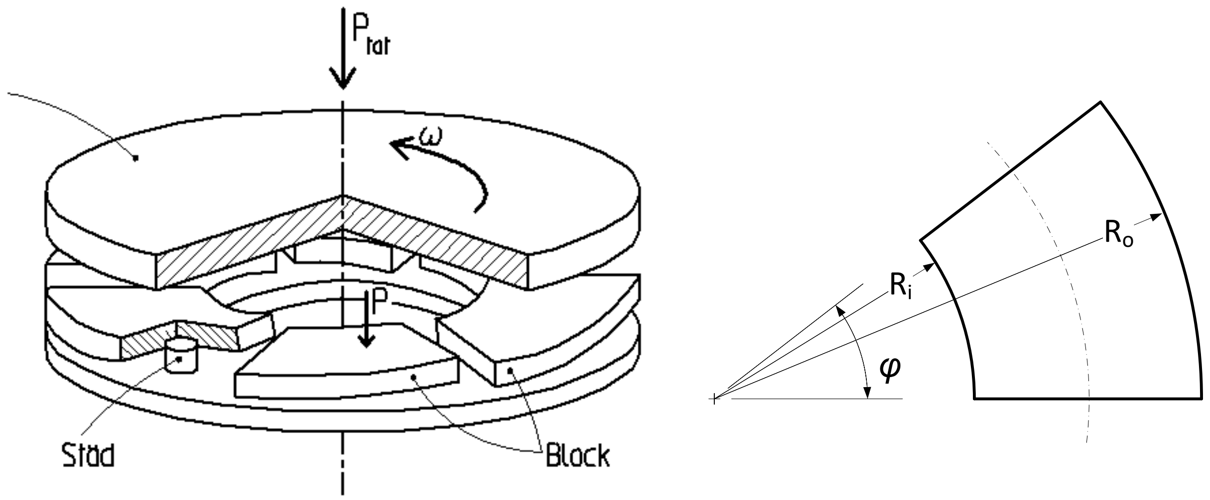
$$= \frac{30}{2\sin 10°}\left(1 - e^{\frac{0.3}{\sin 20°}\pi}\right)0.020 = 25,45 \text{ Nm}$$

SVAR: Maximala drivmomentet från det stora hjulet är 89.1Nm och maximala momentet från det lilla hjulet är 25.5 Nm.

4. Glidlager - Hydrodynamiskt axiallager

En axiallagring är utformad med 6 stycken sektorformade blocklager. Hela lagringen arbetar i ett oljebad.

Lagringen skall arbeta vid ett varvtal på 1000 rpm.
Dimensionerna är: $R_o = 50.8$ mm, $R_i = 25.4$ mm, $\varphi = 38°$
Oljan är av typ ISO VG 40 med en viskositet 0.090 Ns/m^2 (vid 20˚C).
Ytfinheten på lagrets ytor är $R_a = 4$ µm.

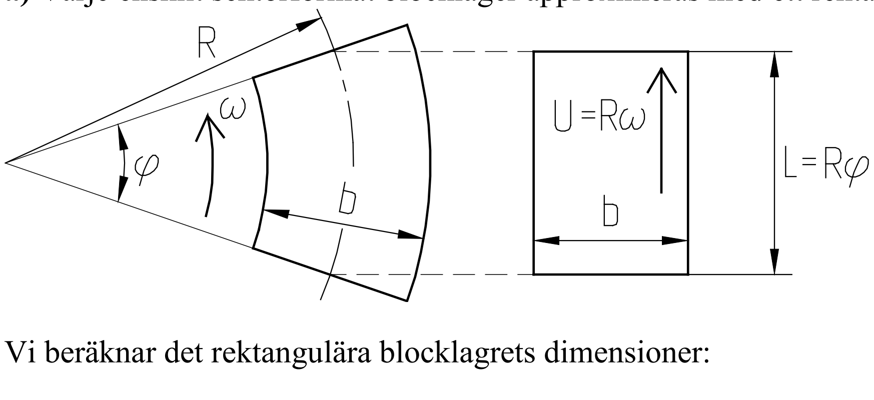


a) Vad är den totala lastbärande förmågan om lagringen är optimerad för högsta möjliga last? (6p)

b) Vad blir totala effektförlusten i lagringen (vid maximal belastning)? (4p)

Lösning:

a) Varje enskilt sektorformat blocklager approximeras med ett rektangulärt blocklager.



Vi beräknar det rektangulära blocklagrets dimensioner:

$$b = R_o - R_i = 50.8 - 25.4 = 25.4 \text{ mm}$$

$$L = R\varphi = \frac{R_o + R_i}{2} \cdot \varphi = \frac{50.8 + 25.4}{2} \cdot 38° \cdot \frac{2\pi}{360°} = 25.3 \text{ mm}$$

Vi kan nu bestämma förhållandet: $\upsilon = \dfrac{b}{L} = \dfrac{25.4}{25.3} \approx 1$

Hastigheten i lagret är: $U = R\omega = \dfrac{R_o + R_i}{2} \cdot \dfrac{2\pi n}{60} = \left(\dfrac{50.8 + 25.4}{2}\right) \cdot 10^{-3} \cdot \dfrac{2\pi \cdot 1000}{60} = 3.9898 \text{ m/s}$

Se MM s 241, figur 5.26, diagram *högst upp till vänster*.
Maximering av *lastbärande* förmåga ger för $\upsilon = 1$ den enhetslösa lasten $P_0 = 0.070$ vid $k = 1.4$

Enligt definition av P_0 erhålls den lastbärande förmågan som:

$$P = \frac{b\eta UL^2}{h_{\min}^2} P_0(\upsilon, k)$$

Enligt dimensioneringsregel MM sid 249 skall $h_{\min} > 5R_a$.
Vi sätter därför $h_{\min} = 5 \cdot 4 = 20$ µm.

Den lastbärande förmågan kan nu beräknas som:

$$P = \frac{b\eta UL^2}{h_{\min}^2} P_0(\upsilon, k) = \frac{0.0254 \cdot 0.090 \cdot 3.9898 \cdot 0.0253^2}{\left(20 \cdot 10^{-6}\right)^2} \cdot 0.070 = 1021.7 \text{ N}$$

Den totala lastbärande förmågan blir därmed: $P_{tot} = 6 \cdot P = 6 \cdot 1021.7 = 6130.0 \text{ N}$

b)
Beräkna effektförlusten i lagringen.

Se MM s 241, figur 5.26, diagram *högst upp till höger*.
Effektförlusten för $\upsilon = 1$ vid $k = 1.4$ är $E_0 = 0.7$.

Enligt definition av E_0 erhålls effektförlusten i ett block som:

$$E = \frac{b\eta U^2 L}{h_{\min}} E_0(\upsilon, k) = \frac{0.0254 \cdot 0.090 \cdot 3.9898^2 \cdot 0.0253}{20 \cdot 10^{-6}} \cdot 0.7 = 32.22 \text{ W}$$

Den totala effektförlusten i lagringen blir nu:

$$E_{tot} = 6 \cdot E = 6 \cdot 30.38 = 193.34 \text{ W}$$

Alt. 2

Se MM s 241, figur 5.26, diagram *högst ner till höger*.

Effektförlusten för $\upsilon = 1$ vid $k = 1.4$ är $\dfrac{\mu L}{h_{\min}} = 10 \Rightarrow \mu = \dfrac{10L}{h_{\min}} = 7.9 \cdot 10^{-3}$.

Enligt definition friktionstal μ erhålls effektförlusten i ett block som:

$$\mu = \frac{E}{PU} \Rightarrow E_{tot} = \mu P_{tot} U \Rightarrow 7.9 \cdot 10^{-3} \cdot 6130 \cdot 3.9898 = 193.21 \text{ W}$$

SVAR:

a) Den totala lastbärande förmågan är 6130 N.
b) Den totala effektförlusten är 193 W.

5. Skruvfjäder

Figuren visar en ventilfjäder i en förbränningsmotor. För att kunna öka varvtalet på motorn så vill man ha 25 % styvare ventilfjädrar (egenvinkelfrekvensen för ett massa-fjädersystem är som bekant $\omega = \sqrt{k/m}$ och man vill undvika resonans i systemet när varvtalet höjs).

Den ökade styvheten kan åstadkommas genom att sätta en till fjäder inuti den befintliga fjädern. För att inte påverka livslängden på motorn skall den nya fjädern ha lägre vridskjuvspänning än den befintliga (ingen hänsyn behöver tas till trådens krökning).

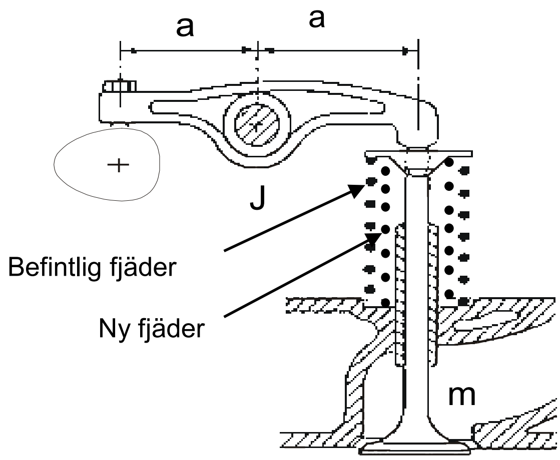
Kammen har en lyfthöjd på 10 mm och vid monteringen trycks fjädern ihop 10 mm (gäller även den nya fjädern). Den nya fjädern skall ha samma obelastade fria fjäderlängd som den befintliga,

a) Beräkna styvheten på den befintliga fjäderns samt den erforderliga styvheten på den nya extra fjädern. (3p)

b) Bestäm uppkomna skjuvspänningen i den befintliga fjädern. (2p)

c) Dimensionera den nya fjädern, dvs bestäm d, D, n och l_0. Fjäderkonstanten får efter avrundning av data avvika högst 10 % från den önskade. Kontrollera också att vridskjuvspänningen inte överskrids. (5p)

Data för den befintliga fjädern:
d=5 mm, D=40 mm, l_0=60 mm, n=4 varv, G=81 GPa



Lösning:

a)

De två fjädrarna blir parallellkopplade i konstruktionen, vilket innebär att $c_{tot} = c_{bef} + c_{ny}$.

Beräkna först önskad fjäderkonstant för den nya fjädern. Ekv. 1.104 i M.E. del A ger:

$$c_a = \frac{Gd^4}{8nD^3}$$

För den befintliga fjädern fås:

$$c_{bef} = \frac{81 \cdot 10^9 \cdot 0.005^4}{8 \cdot 4 \cdot 0.040^3} = 24.7 \text{ kN/m}$$

Den nya fjädern skall alltså ha fjäderkonstanten (25% av den befintliga):

$$c_{ny} = \frac{24{,}7 \cdot 10^3}{4} = 6200 \text{ N/m}$$

b)

Ekv. 1.95 i M.E. del A ger skjuvspänningen i den befintliga fjädern:

$$\tau_v = \frac{8FD}{\pi d^3}$$

Den maximala kraften i fjädern erhålls när fjädern är maximalt ihoptryckt:

$$F = c_{bef}\delta_{\max}$$

Vilket ger:

$$\tau_v = \frac{8FD}{\pi d^3} = \frac{8c_{bef}\delta_{\max}D}{\pi d^3} = (\delta_{\max} = 10 + 10 = 20 \text{ mm}) = \frac{8 \cdot 24.7 \cdot 10^3 \cdot 0.020 \cdot 0.040}{\pi \cdot 0.005^3} = 403 \text{ MPa}$$

c)

Den nya fjädern skall ha samma obelastade längd som den befintliga men *d*, *D* och *n* skall bestämmas. Villkoret att den nya fjädern skall rymmas i den befintliga ger villkoret:

$$d_{ny} + D_{ny} < D_{bef} - d_{bef} = 40 - 5 = 35 \text{ mm}$$

Antal fria varv kan väljas relativt fritt men bottning måste undvikas.

Välj t.ex. D_{ny} = 30 mm och n_{ny} = 5 och beräkna d_{ny} med hjälp av den önskade styvheten.

$$d_{ny} = \sqrt[4]{\frac{8c_{ny}n_{ny}D_{ny}^3}{G}} = \sqrt[4]{\frac{8 \cdot 6200 \cdot 5 \cdot 0{,}030^3}{81 \cdot 10^9}} = 0{,}00302 \text{ m}$$

Välj d_{ny} = 3 mm och kontrollera fjäderkonstanten:

$$c_{ny} = \frac{81 \cdot 10^9 \cdot 0.003^4}{8 \cdot 5 \cdot 0.030^3} = 6075 \text{ N/m, inom 10\%, OK}$$

Kontrollera skjuvspänningen:

$$\tau_v = \frac{8 \cdot 6075 \cdot 0{,}02 \cdot 0{,}03}{\pi \cdot 0{,}003^3} = 344 \text{ MPa} < 403 \text{ MPa, OK}$$

Kontrollera bottning, ekv 1.88 i M.E. del A ger:

$$l_0 > 1{,}25(n_{ny} + 1)d_{ny} + |\delta| = 1{,}25 \cdot (5 + 1) \cdot 3 + 20 = 42{,}5| < 60\text{, OK}$$

SVAR: a) Den befintliga fjädern har styvheten 24.7kN/m. Den nya fjädern 6200N/m.
b) Den uppkomna vridskjuvspänningen i den befintliga fjädern är 403 MPa.
c) Den nya fjädern skall ha: *d* = 3 mm, *D* = 30 mm och *n* = 5