Tentamen i Maskinelement
PPU210, CTH
Tisdag 2018-08-21 kl. 08.30 –12.30, M-salar

Lärare:	Magnus Evertsson
Förfrågningar:	Magnus Evertsson ankn 1368 alt 0709-218 708
Institution:	Industri och Materialvetenskap
Lösningar:	Anslås 2018-08-21 kl. 12.30 på institutionens anslagstavla.
Resultatlista:	(Prel.) anslås senast 2018-09-04 på institutionens anslagstavla.
Granskning:	Rättningen granskas 2018-09-05 kl 12-14 på institutionen.

Hjälpmedel
Tillåtna hjälpmedel är (vid tveksamhet fråga ansvarig lärare)
- **Allmänt:** SKF:s huvudkatalog
- **Läroböcker:** Lärobok i Maskinelement. OBS! enbart egna *mindre* anteckningar i boken accepteras. Litteratur i hållfasthetslära: t.ex. Strength of Materials, Hållfasthetslära KTH.
- **Formelsamlingar:** KTHs formelsamling eller liknande, Formelsamling ur Maskinelement – övningar (utskriven)
- **Tabellsamlingar:** Beta, TeFyMa och Stand. Math. Tab. eller liknande
- **Räknehjälpmedel:** Valfri räknedosa, dock ej dator.

Obs! Inga lösa blad med anteckningar eller lösta tal är tillåtna.

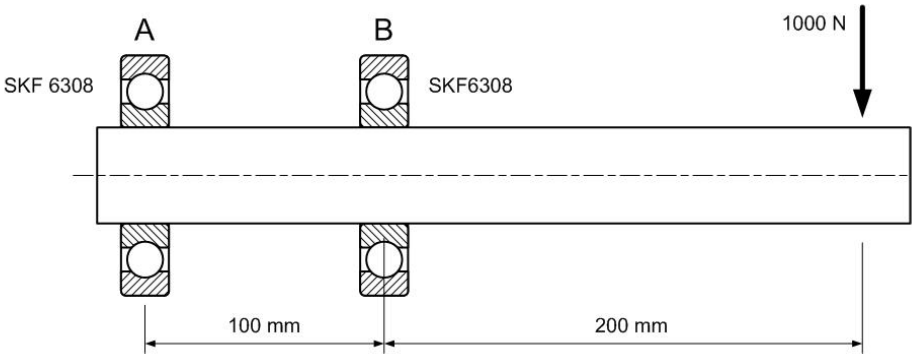
Lösningar
Lösningar skall vara tydliga och förses med text och figurer. Ekvationer skall motiveras. Slutligt svar skall skrivas ut tydligt. Även delvis behandlade uppgifter poängbedöms. Saknas några detaljer i lydelsen, så inför lämpliga beteckningar och anta vid behov siffervärden.
Använd ej rödpenna!

Bedömning
Fullständig lösning av ett problem ger 10 poäng. Gränsen för godkänt går vid högst 20 poäng.

Institutionens rättningsrutiner kräver att **varje** blad tydligt märks med **anonym kod**, och att endast en uppgift behandlas på varje blad. Bladen ska numreras i stigande nummerordning (löpande sidnummer) för **hela** tentan.

1. Rullningslager, livslängd lagerkomplex

En lagring består av en axel med två spårkullager monterade enligt figur.
Oljans viskositetsklass är ISO VG 10 (10mm^2/s) och driftsmiljön är ”normalt ren” ($\eta_c = 0.5$).
Axeln roterar med varvtalet 500 rpm.



a) Beräkna livslängden för lager A respektive lager B. (6p)
b) Beräkna livslängden för det sammanbyggda lagerkomplexet för överlevnadssannolikheten 0.9. (4p)

Lösning

a)
Reaktionskrafterna fås med friläggning samt kraft och momentjämvikt.

$$F_A = 1000N \frac{200mm}{100mm} = 2000N$$

$$F_B = 1000N \frac{300mm}{200mm} = 3000N$$

Livslängden ges av ekvation 5.14 på sidan 227 i ME

$$L_{10} = a_1 a_{skf} \left(\frac{C}{P}\right)^p \tag{1}$$

Faktorn a_{skf} fås för respektive lager genom diagram och tabeller i SKF katalog.
Viskositetsförhållandet ges av ekvationen på sidan 59 i SKF

$$\kappa = \frac{\upsilon}{\upsilon_1}$$

Viskositetsklass ISO VG10 ger,

$$\upsilon = 10\, mm^2/s$$

Minsta kinematiska viskositet ges av diagram 5 i SKF sidan 60,

$$\upsilon_1 \approx \begin{Bmatrix} d_m = 65mm \\ n = 500rpm \end{Bmatrix} \approx 30\, mm^2/s$$

Vilket ger viskositetsförhållandet,

$$\kappa = \frac{\upsilon}{\upsilon_1} = \frac{10}{30} \simeq 0.33$$

Ekvivalent dynamisk lagerlast enligt SKF sidan 299 ger,

$P_A = F_A = 2000N$

$P_B = F_B = 3000N$

Faktorn a_{skf} för explorer radialkullager ges av diagram 1 på sidan 54 i SKF,

$$a_{skf,A} = \left\{ \begin{array}{l} \eta_c \dfrac{P_u}{P_A} = 0.5\dfrac{1020N}{2000N} = 0.255 \\ \kappa = 0.33 \end{array} \right\} \approx 0.5$$

$$a_{skf,A} = \left\{ \begin{array}{l} \eta_c \dfrac{P_u}{P_B} = 0.5\dfrac{1020N}{3000N} = 0.17 \\ \kappa = 0.33 \end{array} \right\} \approx 0.4$$

SKF sidan 336 ger för lager *6308:

$C = 42300N$

ME ekv. 5.10 för kullager ger:

$p = 3$

Värden insatt i (1) ger livslängden för respektive lager enligt,

$$L_{10,A} = a_1 a_{skf,A} \left(\frac{C}{P_A} \right)^p = 1 \cdot 0.5 \left(\frac{42300N}{2000N} \right)^3 = 4730.4\, milj.varv$$

$$L_{10,\mathrm{B}} = a_1 a_{skf,\mathrm{B}} \left(\frac{C}{P_B} \right)^p = 1 \cdot 0.4 \left(\frac{42300N}{3000N} \right)^3 = 1121.3\, milj.varv$$

b)

Livslängden för lagerkomplexet vid sannolikhet 0.9 ges av ekvation 5.17 i ME,

$$\mathrm{L}_\mathrm{R}^{-\kappa} = \sum_{i=1}^{n} \left(\mathrm{L}_{10}^{-\kappa} \right)_i \qquad (2)$$

ME sidan 229 ger $\kappa = \dfrac{3}{2}$ (kullager)

(2) med värden insatta ger:

$$L_R = \left(\left(L_{10,A}{}^{-\kappa} \right) + \left(L_{10,\mathrm{B}}{}^{-\kappa} \right) \right)^{-\frac{1}{\kappa}} = \left(4730.4^{-3/2} + 1121.3^{-3/2} \right)^{-2/3} = 1042.5\, milj.varv$$

SVAR:

a) Lager A förväntas hålla 4730.4miljoner varv med sannolikheten 0.9

Lager B förväntas hålla 1121.3 miljoner varv med sannolikheten 0.9

b) Lagerkomplexet förväntas, enligt kombinationsteorin, hålla i 1042.5miljoner varv med sannolikheten 0.9

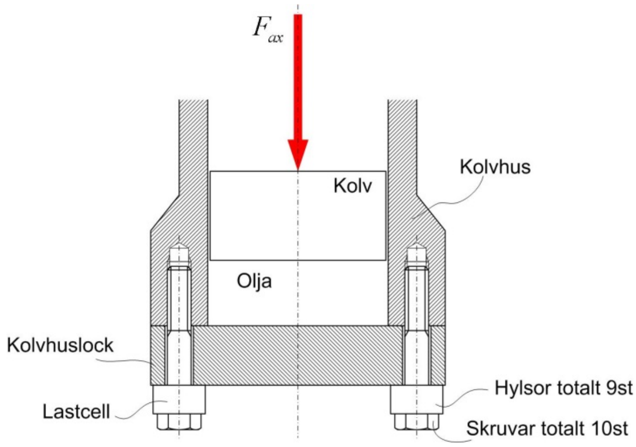
2. Skruvförband

För att mäta den axiella kraften i en arbetande krossmaskin har en av hylsorna i förbandet som håller kolvhuslocket bytts ut mot en lastcell. Skruvförbandet för kolvhuslocket består av 10st skruvar av dimensionen M24x100 8.8.

Skruvarna förspänns till 100kN. Vid krossning registreras en lastökning i lastcellen om 2.2kN.

a) Hur stor är den totala krosskraftens axialkomponent F_{ax} ? (8p)
b) Är den valda skruvkvaliteten tillräcklig ur utmattningssynpunkt? (2p)

Vid beräkningarna kan man anta att halva kolvhuslocket kan räknas som beräkningsmässigt underlag och halva som beräkningsmässig skruv. Lasten antas alltså angripa mitt i kolvhuslocket. Kolvhuset betraktas som stelt.
(Oljan under kolven har som uppgift att jämnt fördela kraften till kolvhuslocket)



Konstruktionsstyvheter:

c_{skruv} = styvheten för en skruv

$c_{hylsa} = 5c_{skruv}$

$c^{total}_{kolvhuslock} = 10c_{skruv}$ (per skruv)

Lösning

a)
Identifiera beräkningsmässiga styvheter för fallet då den yttre lasten anbringas.
Enligt lydelsen angriper lasten mitt i kolhuslocket men styvheten för hela locket är given, så vi får räkna om vad styvheten för halva locket blir:

$$\frac{1}{c^{total}_{kolvhuslock}} = \frac{1}{c^{halva}_{kolvhuslock}} + \frac{1}{c^{halva}_{kolvhuslock}} = \frac{2}{c^{halva}_{kolvhuslock}}$$

$$\Rightarrow c^{halv}_{kolvhuslock} = 2c^{total}_{kolvhuslock} = 20c_{skruv}$$

Kraften ökar i skruvar, halva kolvhuslocket, och hylsor - ingår i beräkningsmässig skruvstyvhet.

Skruv, halva kolvhuslocket och hylsa är seriekopplade vilket ger den beräkningsmässiga skruvstyvheten:

$$\frac{1}{c_s}=\frac{1}{c_{skruv}}+\frac{1}{c_{kolvhuslock}^{halva}}+\frac{1}{c_{hylsa}}=\frac{1}{c_{skruv}}+\frac{1}{20c_{skruv}}+\frac{1}{5c_{skruv}}=\frac{25}{20c_{skruv}}\rightarrow c_s=\frac{4}{5}c_{skruv}$$

Kraften minskar i kolvhuslocket - beräkningsmässigt underlagsstyvhet.

$$c_k=c_{kolvhuslock}^{halva}=20c_{skruv}$$

MM (2.21):

$$F_s=F_0+\frac{c_s}{c_s+c_k}F_n$$

I vårt fall är $F_n=\frac{1}{10}F_{ax}$ eftersom det ingår 10st skruvar i förbandet vilket ger:

$$F_s=F_0+\frac{c_s}{c_s+c_k}F_n=F_0+\frac{c_s}{c_s+c_k}\cdot\frac{F_{ax}}{10}$$

$$F_{ax}=10\left(F_s-F_0\right)\frac{c_s+c_k}{c_s}=$$

$$=10\left(F_s-F_0\right)\frac{\frac{4}{5}c_{skruv}+20c_{skruv}}{\frac{4}{5}c_{skruv}}=10\left(F_s-F_0\right)\frac{\frac{104}{5}}{\frac{4}{5}}=10\left(F_s-F_0\right)\frac{104}{4}=260\left(F_s-F_0\right)$$

Insättning av den registrerade lastökningen ger:

$$F_{ax}=260\left(F_s-F_0\right)=260\Delta F_s=260\cdot 2.2=572\,\text{kN}$$

b)
Att skruven skall hålla utmattningsmässigt innebär att maxspänningen ej får överskrida skruvens flytgräns samt att amplitudspänningen ej får överskrida ett angivet värde (beroende på kvalitet)

Skruvkvaliteten 8.8 betyder att flytgränsen är $800\cdot 0.8=640\,\text{MPa}$.
Enligt MM tabell 2.3 är tillåten amplitudspänning för denna kvalitet 50-60 MPa.

Maximal uppkommen spänning blir:

$$\sigma_{\max}=\frac{F_{s,\max}}{A_{skruv}}=\frac{4F_{s,\max}}{\pi d_{skruv}^2}=\frac{4\cdot 102200}{\pi 0.024^2}=226\cdot 10^6\,\text{MPa}$$

Amplitudspänningen blir:

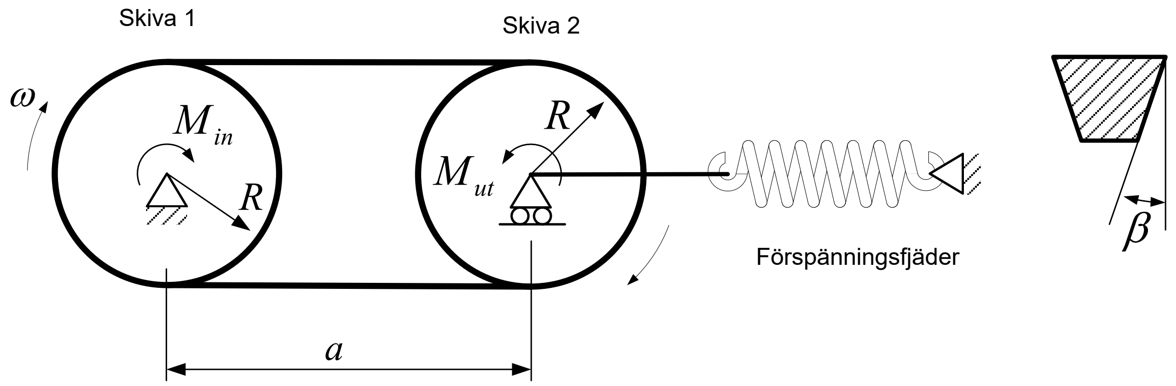
$$\sigma_{ampl}=\frac{\frac{1}{2}\left(F_{s,\max}-F_{s,\min}\right)}{A_{skruv}}=\frac{2\left(F_{s,\max}-F_{s,\min}\right)}{\pi d_{skruv}^2}=\frac{2\cdot 2200}{\pi 0.024^2}=2.43\cdot 10^6\,\text{MPa}$$

SVAR: a) Totala krosskraftens axialkomponent är 572 kN.
b) Skruvkvaliteten 8.8 är tillräcklig ur utmattningssynpunkt.
(Uppkommen spänning är 223.6+/-2.4 MPa)

3. Remväxel

I figuren visas en kilremstransmission. Effekten 160 kW skall överföras från motorn (skiva 1) till den drivna maskinen (skiva 2).
Förspänningen av remväxeln sköts av en fjäder som är vek jämfört med remmen. Man önskar att den efterfrågade effekten kan överföras med säkerheten 1.5 (maximal överförbar effekt skall vara 1.5 gånger den efterfrågade).
Maximal tillåten remkraft i en rem är 3.00kN(av hållfasthetsskäl).
Friktionstalet är 0.3.

a) Hur många remmar behövs? (6p)
b) Beräkna erforderlig kraft i förspänningsfjädern. (4p)



Data: $R = 150\,\text{mm}$, $\mu = 0.3\,\text{mm}$, $\omega = 1500\,\text{rpm}$, $\beta = 17°$

Lösning:

a) Bestäm antal remmar.
Vi vet från remteorin att överförd effekt är proportionell mot momentet som i sin tur beror av differensen mellan effektivkrafterna som beror av förspänningen. Effekten verka vara så hög att vi inte klarar oss med endast en rem utan att det slirar.

Säkerhet för överförd effekt (mot slirning) ger den effekt vi måste dimensionera för:

$$P_{\text{dim}} = \eta_s P_{erf} = nP_{rem} \tag{1}$$

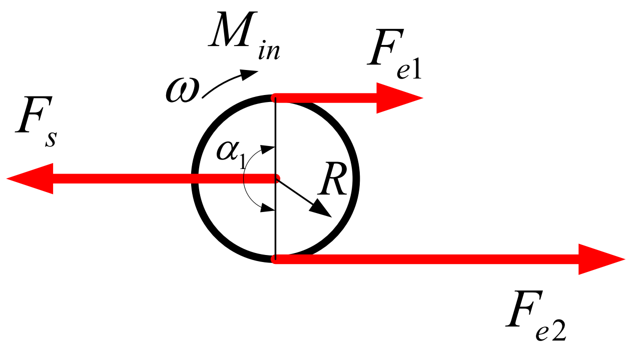
Antal remmar som krävs blir därmed:

$$n = \frac{\eta_s P_{erf}}{P_{rem}} \tag{2}$$

Den överförda effekten per rem är:

$$P_{rem} = \omega M_{rem} \tag{3}$$

Frilägg remväxeln:



Moment och kraftjämvikter:

$$M_{rem} = \left(F_{e2} - F_{e1}\right) R \tag{4}$$

$$F_s = n\left(F_{e1} + F_{e2}\right) \tag{5}$$

Eytelweins ekvation:

$$\frac{F_{e2}}{F_{e1}} = e^{\mu_s \alpha_1} \tag{6}$$

För kilrem gäller att den skenbara friktionen är:

$$\mu_s = \frac{\mu}{\sin\beta}$$

Största tillåten remkraft $F_{\max}$ ger:

$$F_{\max} = F_{e2} = e^{\mu_s \alpha_1} F_{e1} \Rightarrow F_{e1} = \frac{F_{\max}}{e^{\mu_s \alpha_1}} \tag{7}$$

Ekvation (3), (4) och (7) ger:

$$P_{rem} = \omega F_{\max}\left(1 - \frac{1}{e^{\mu_s \alpha_1}}\right) R =$$

$$= \frac{1500 \cdot 2\pi}{60} \cdot 3000 \cdot \left(1 - \frac{1}{e^{\frac{0.3}{\sin 17^\circ}\pi}}\right) \cdot 0.150 = 67.87\text{kW}$$

Antalet remmar enligt (2) blir då:

$$n = \frac{\eta_s P_{erf}}{P_{rem}} = \frac{1.5 \cdot 160}{67.87} = 3.5361$$

dvs det krävs 4st remmar för att uppfylla kravet.

b) Bestäm erforderlig förspänningskraft.
Erforderlig remspänningskraft blir:

$$F_s = nF_{\max}\left(\frac{1}{e^{\mu_s \alpha_1}} + 1\right) =$$

$$= 3.5361 \cdot 3000 \cdot \left(\frac{1}{e^{\frac{0.3}{\sin 17^\circ}\pi}} + 1\right) = 11.03\text{kN}$$

SVAR: a) Det krävs minst 4st remmar för att överföra den angivna effekten.
b) Förspänningskraften i fjädern skall vara 11.1 kN

4. Kuggväxel

En praktiserande Chalmerist har fått i uppgift att föreslå data till en rakkuggväxel med utväxling som ligger nära *i=3*. Utväxlingen får inte vara ett exakt heltal eftersom det mycket snabbt leder till ljudproblem på grund av slitage. Axelavståndet skall vara exakt 160mm. Ingreppsvinkeln α_0 skall vara 20°. Modulen skall vara standardiserad ($m_n = 2,3,4,5\dots$).

Beräkna/föreslå kuggtal och erforderlig profilförskjutning (z_1, z_2, x_1 och x_2).

Lösning: (ekvationsnumren gäller Svensk Standard SS 1864)

Det här problemet har naturligtvis många olika fungerande lösningar. Vi visar hur man kommer fram till en av dessa.

Taktiken för lösningen är följande: Vi använder referensaxelavståndet för att göra en grov "yxning" av kuggväxeln och sedan utnyttjar vi Fölmers ekvation för att finslipa denna, dvs beräkna erforderliga profilförskjutningar.

Referensaxelavståndet för en kuggväxel är:

$$a = \frac{m_n(z_1 + z_2)}{2\cos\beta} \tag{3.11}$$

I vårt fall är det fråga om en rakkuggväxel vilken har $\beta = 0$.

Axelavståndet är givet till 160mm vilket ger oss att:

$$m_n\left(z_1 + z_2\right) = 2a = 2\cdot 160 = 320\,\text{mm}$$

Vi provar/antar/gissar nu modul 4 och erhåller då:

$$4\left(z_1 + z_2\right) = 320 \to z_1 + z_2 = 80$$

Utväxlingen skall vara nära $i = 3$ vilket ger:

$$\frac{z_2}{z_1} = i \to z_2 = 3z_1$$

varvid

$$z_1 + 3z_1 = 80 \to z_1 = 20 \to z_2 = 60$$

Men nu fick ju inte utväxlingen vara exakt 3 (som är ett heltal och leder till ljudproblem). Vi minskar därför z_2 till 59 kuggar. Fölmers ekvation ger oss sedan möjligheten att beräkna profilförskjutningen så att vi erhåller rätt axelavstånd utan att något glapp förekommer.

Fölmer:

$$\text{inv}\,\alpha_{wt} = \text{inv}\,\alpha_t + \frac{2(x_1 + x_2)\tan\alpha_n}{z_1 + z_2} \tag{3.13}$$

Vi saknar dock ingreppsvinkeln α_{wt} men denna kan beräknas ur

$$a_w = \frac{a\cos\alpha_t}{\cos\alpha_{wt}} \tag{3.12}$$

Ekvationerna 3.12 och 3.13 ger nu sambandet mellan axelavstånd och profilförskjutning för de nya kugghjulen.

Här är $\alpha_t = \alpha_n = 20°$ (rakkugg), a_w det verkliga axelavståndet, 160 mm, och a referensaxelavståndet för kuggväxeln, $a = \dfrac{4(20+59)}{2} = 158$ mm.

$$(3.12) \Rightarrow \alpha_{wt} = \arccos\left(\frac{a\cos\alpha_t}{a_w}\right) = \arccos\left(\frac{158\cos 20°}{160}\right) = 21.88°$$

$$(3.13) \quad \begin{aligned} &\Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{\operatorname{inv}\alpha_{wt} - \operatorname{inv}\alpha_t}{2\tan\alpha_n}\left(z_1 + z_2\right) = \\ &= \frac{\operatorname{inv} 21.88° - \operatorname{inv} 20°}{2\tan 20°}\left(20 + 59\right) = \frac{0.01971396 - 0.01490396}{2\tan 20°} \cdot 79 = 0.52196 \end{aligned}$$

Vi väljer att lägga all profilförskjutning på det lilla hjulet eftersom det ger bästa (starkaste) kuggeometrin.

Figur 9.49 i MEB ger att båda kugghjulen klarar sig för underskärning och spetskugg.

SVAR: Vi föreslår kuggdata: $z_1 = 20$, $x_1 = 0.522$ och $z_2 = 59$, $x_2 = 0$

5. Glidlager

Ett blocklager skall dimensioneras för att bära lasten P med minsta möjliga relativa effektförlust. Blockets längd är begränsat till l_{max}.
Beräkna lagerstorheterna x_p, L, b, minsta filmtjocklek och effektförlusten.
Lagret anses avtätat i breddled.

Data: $\eta = 0{,}01$ Ns/m^2, $P = 18$ kN, $R_a = 5$ µm, $l_{max} = 80$ mm, $U = 25$ m/s

Lösning:

Dimensionerna på ett lager så att det kan bära lasten med minsta möjliga effektförlust. Beräkna lagerstorheterna och effektförlusten.

Relativa effektförlusten skall minimeras enligt figur 4.27 på sid. 271 diagram längst ner till höger.

Lagret avtätat i breddled ger $\nu = \infty \Rightarrow k = 1{,}5$

Maximal last, figur 4.27 på sid. 271 diagram längst upp till vänster ger $P_0 = 0{,}155$

$$P_0 = \frac{Ph^2_{min}}{b\eta UL^2} \text{ där P är last per breddenhet.} \qquad (1)$$

Minsta erhållna filmtjocklek, ME A ekv. 4.55 sid 273:

$$h_{min} > 5R_a \Rightarrow h_{min} = 5R_a = 25\mu m$$

(1) och (2) med värden insatta ger:

$$L^2 b = \frac{Ph^2_{min}}{\eta UP_0} = \frac{18000 \cdot \left(25 \cdot 10^{-6}\right)^2}{0{,}01 \cdot 25 \cdot 0{,}155} = 2{,}90 \cdot 10^{-4}\, m^3$$

Välj nu t.ex L = 0,07m < $l_{max} \Rightarrow\ b = 64{,}4 \cdot 10^{-3}\,m$

Pivotpunktens läge, figur 4.27 på sid. 271 diagrammet i mitten vänster ger $x_{0p} = 0{,}58$

$$x_p = x_{0p}L = 0{,}58 \cdot 0{,}07 = 0{,}0406m$$

Effektförlusten E, figur 4.27 på sid. 271 ger:

$$E = \mu P_{tot} U \qquad (3)$$

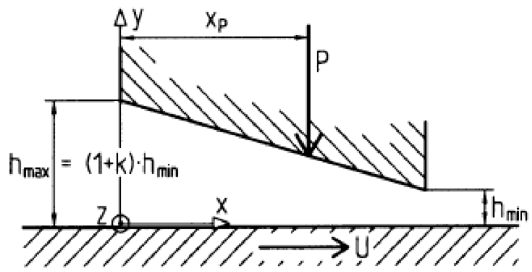
Figur 4.27 sid 271 diagram längst ner till höger ger:

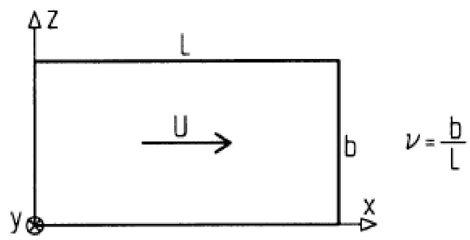
$$\frac{\mu L}{h_{min}} = 5 \Rightarrow \mu = \frac{5h_{min}}{L} = \frac{5 \cdot 25 \cdot 10^{-6}}{0{,}07} = 1{,}78 \cdot 10^{-3}$$

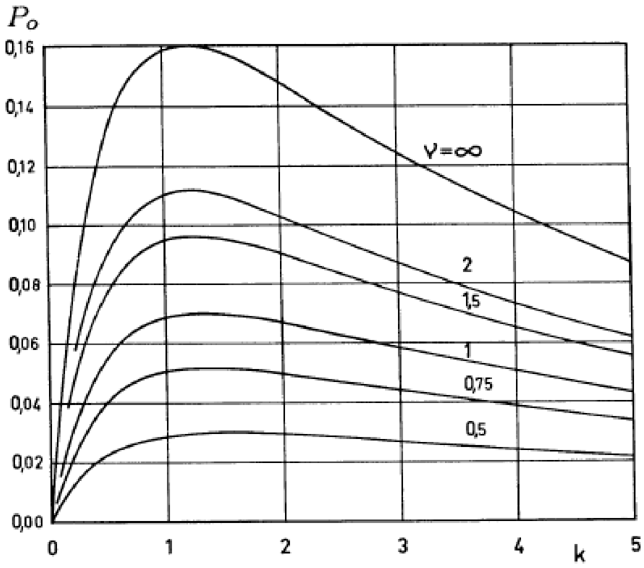
(3) med värden insatta ger:

$$E = 1{,}78 \cdot 10^{-3} \cdot 18000 \cdot 25 = 803W$$

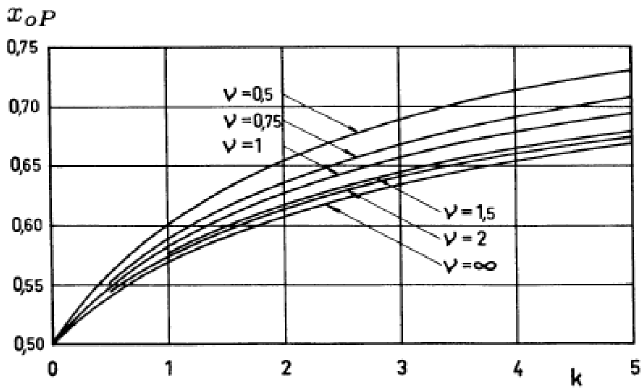
SVAR: x_p = 0,041 m
L = 0,07 m
b = 0,057 m
h_{min} = 25µm
E = 755 W



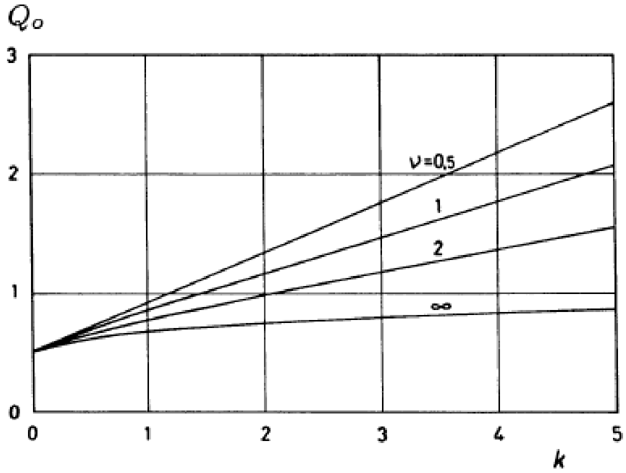




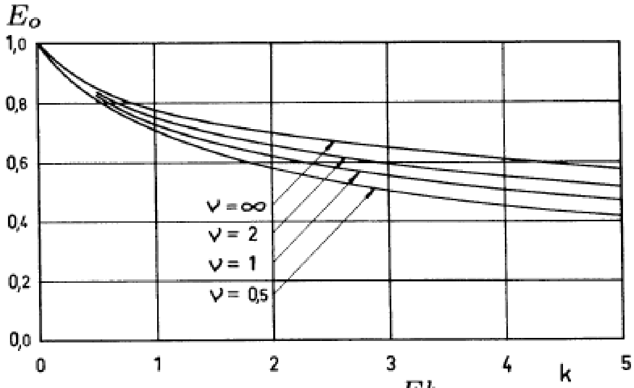
Last : $P_o = \dfrac{P h_{min}^2}{b \eta U L^2}$



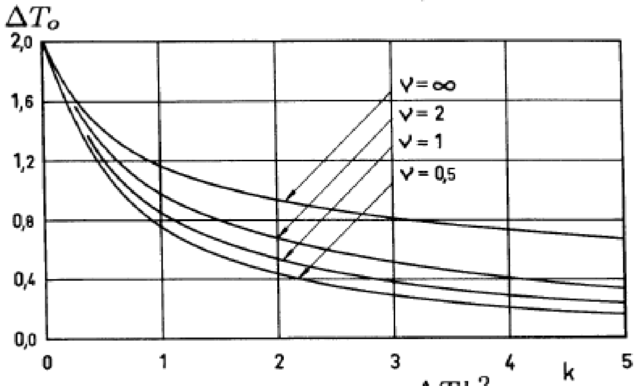
Lastens läge: $x_{oP} = \dfrac{x_P}{L}$



Oljeflöde: $Q_o = \dfrac{Q}{bUh_{min}}$

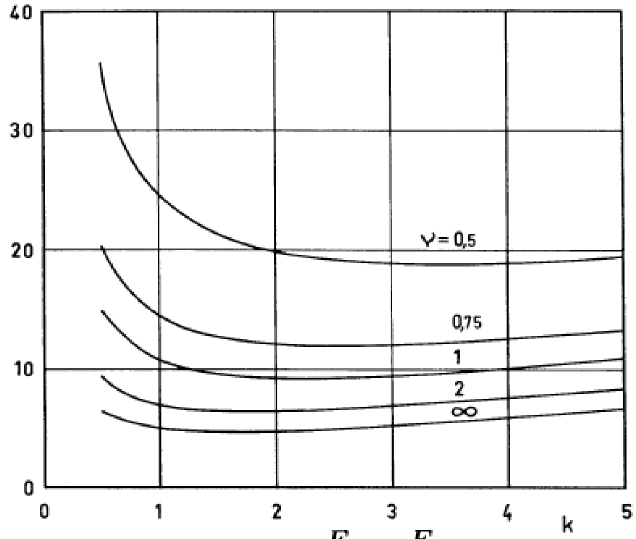


Effektförlust: $E_o = \dfrac{E h_{min}}{b \eta U^2 L}$



Temperaturhöjning: $\Delta T_o = \dfrac{\Delta T h_{min}^2}{\eta U L} \cdot c\rho$

$\dfrac{\mu L}{h_{min}} = \dfrac{fL}{Uh_{min}}$



Friktionstal: $\mu = \dfrac{F}{P} = \dfrac{E}{PU}$

Relativ effektförlust: $f = \dfrac{E}{P} = \dfrac{FU}{P}$

$\because f = \mu U$

Figur 5.27: *Lagerdata för ändligt breda blocklager vid stationär drift*