Tentamen i Maskinelement
PPU210, CTH
Tisdag 2018-04-05 kl. 14.00 –18.00, M-salar

Lärare: Magnus Evertsson

Förfrågningar: Magnus Evertsson ankn 1368 alt 0709-218 708

Institution: Industri och Materialvetenskap

Lösningar: Anslås 2018-04-05 kl. 18.00 på institutionens anslagstavla.

Resultatlista: (Prel.) anslås senast 2018-04-24 på institutionens anslagstavla.

Granskning: Rättningen granskas 2018-04-25 kl 12-14 på institutionen.

Hjälpmedel

Tillåtna hjälpmedel är (vid tveksamhet fråga ansvarig lärare)

- **Allmänt:** SKF:s huvudkatalog
- **Läroböcker:** Lärobok i Maskinelement. OBS! enbart egna *mindre* anteckningar i boken accepteras. Litteratur i hållfasthetslära: t.ex. Strength of Materials, Hållfasthetslära KTH.
- **Formelsamlingar:** KTHs formelsamling eller liknande, Formelsamling ur Maskinelement – övningar (utskriven)
- **Tabellsamlingar:** Beta, TeFyMa och Stand. Math. Tab. eller liknande
- **Räknehjälpmedel:** Valfri räknedosa, dock ej dator.

Obs! Inga lösa blad med anteckningar eller lösta tal är tillåtna.

Lösningar

Lösningar skall vara tydliga och förses med text och figurer. Ekvationer skall motiveras. Slutligt svar skall skrivas ut tydligt. Även delvis behandlade uppgifter poängbedöms. Saknas några detaljer i lydelsen, så inför lämpliga beteckningar och anta vid behov siffervärden.

Använd ej rödpenna!

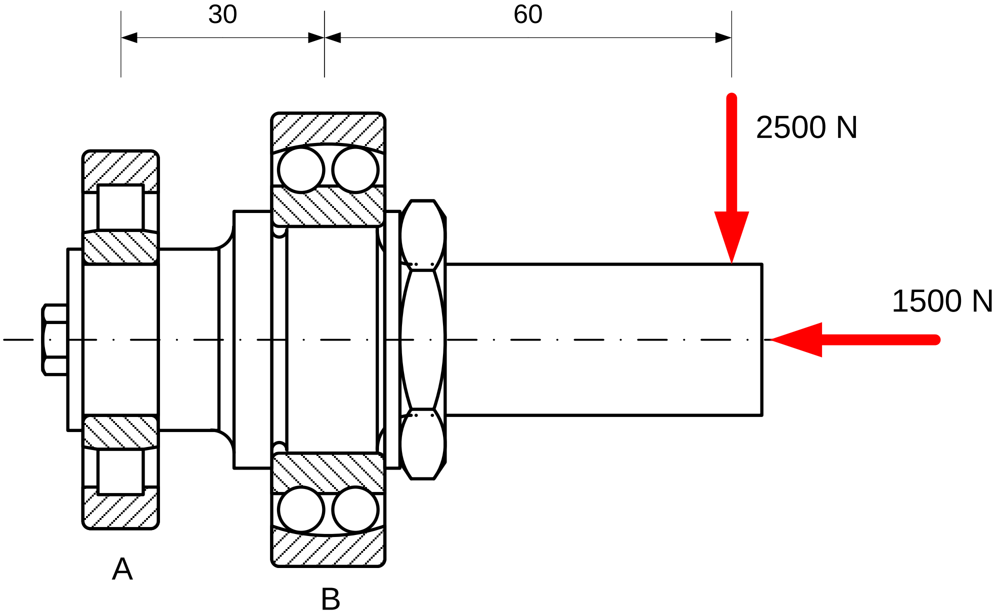
Bedömning

Fullständig lösning av ett problem ger 10 poäng. Gränsen för godkänt går vid högst 20 poäng.

Institutionens rättningsrutiner kräver att **varje** blad tydligt märks med **anonym kod**, och att endast en uppgift behandlas på varje blad. Bladen ska numreras i stigande nummerordning (löpande sidnummer) för **hela** tentan.

1. Rullningslager

Axeln i figuren nedan är lagrad i ett cylindriskt rullager med beteckningen NU204ECP och ett sfäriskt kullager med beteckningen 2306. Axeln roterar med 1000 rpm. Smörjmedlet har viskositetsklass ISO VG 10 och temperaturen är 40 °C. Normalt rena förhållanden antas råda.



Livslängderna för lagrena är sedan tidigare bestämda till 69 miljoner varv för lager A och 12 miljoner varv för lager B enligt SKF:s nya livslängdsteori med 90 % överlevnadssannolikhet.

a) Bestäm lagerkomplextes livslängd med 95 % överlevnadssannolikhet. (3p)
b) Lagerkomplexets livslängd behöver femfaldigas. Man önskar åstadkomma detta genom att byta ett av lagren. Hur lång livslängd krävs för detta lager (med 90%) för komplexets livslängs skall femfaldigas (95%)? Det andra lagret är oförändat. (2p)
c) Föreslå ett nytt lager för denna position, exempelvis ett cylindriskt rullager, så att detta kan åstadkomas utan att **innerdiametern** behöver ändras. (5p)

Lösning

a) Komplexets livslängd. Formel 62:

$$L_R^{\kappa} = \frac{\ln R_{tot}}{\ln(0,9)\sum\left(L_{10}^{-\kappa}\right)_i}, \quad \kappa = \frac{3}{2}$$

$$L_5 = \left(\frac{\ln 0,95}{\ln(0,9)\left(69^{-\frac{3}{2}} + 12^{-\frac{3}{2}}\right)}\right)^{\frac{2}{3}} = 7,087574 \text{ miljoner varv}$$

b) Önskad livlängd för komplexet är

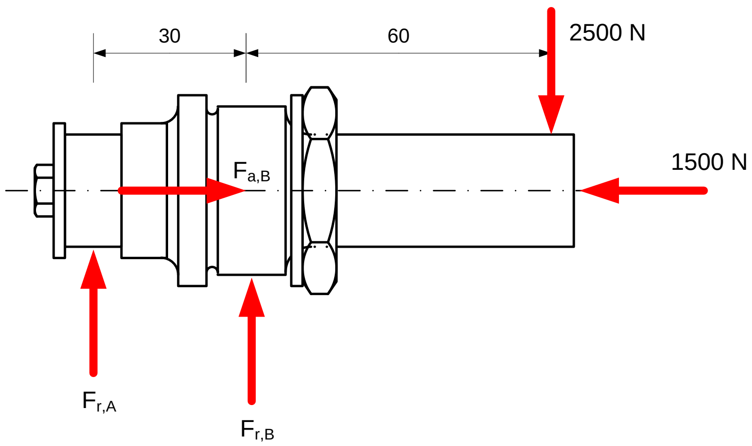
$$L_5^{ny} = 5 \cdot L_5 = 5 \cdot 7,087574 = 35,43787 \text{ miljoner varv}$$

Ny livslängd för ett av lagren. Vi väljer det lager med den kortaste livslängden (i detta är fall är det enda möjligheten då vi annars aldrig kunna få en större livslängd än 12 miljoner var vilket är mindre än 5 ggr 7.09 miljoner varv). Formel 62 utnyttjas igen:

$$L_{10}^{B} = \left(\frac{\ln R_{tot}}{\ln(0,9)\,L_5^{ny\,\kappa}} - L_{10}^{A\,-\kappa}\right)^{-\frac{1}{\kappa}} = \left(\frac{\ln 0.95}{\ln(0,9)\cdot 35,44^{\frac{3}{2}}} - 69^{-\frac{3}{2}}\right)^{-\frac{2}{3}} = 146,67 \text{ miljoner varv}$$

c)
Genom att byta det sväriska kullagret mot ett sväriskt rullager kan ökad livslängd erhållas med med bibehållen styrförmåga. Det cylindriska lagret kan inte bära någon axiell last. Det syns tydligt i figuren och även i SKF-katalogen. Man inser därmed att det sfäriska lagret är styrlager och bär hela axialkraften.

Frilägg axeln:



Statiska jämvikter:

$$\Sigma F = 0$$

$$\uparrow: F_{rA} + F_{rB} - F_r = 0$$

$$\rightarrow: F_{aB} = 1500N$$

$\Sigma M = 0$

$A: -F_{rB} \cdot 30 + F_r\left(30+60\right) = 0 \Rightarrow F_{rB} = 3F_r = 3 \cdot 2500N = 7500N$

$\Rightarrow F_{rA} = F_r - F_{rB} = F_r - 3F_r = -2F_r = -5000N$

Bestämning av livslängd för lager B:

Lager B är styrlager och tar upp all axiallast. Vi provar med *22206E på sidorna 716-717 i SKF 2008:

$e = 0,31$	$C = 64$ kN
$Y_1 = 2,2$	$P_u = 6,4$ kN
$Y_2 = 3,3$	$d = 30$ mm
$C_0 = 60\,\text{kN}$	$D = 62$ mm

För lagret gäller det att (SKF 2008, sid 709):

$$\left.\begin{array}{l} F_{rB} = 7500 \text{ N} \\ F_{aB} = 1500 \text{ N} \end{array}\right\} \frac{F_{aB}}{F_{rB}} = 0,2 < e = 0,31$$

$$\Rightarrow P_B = F_{rB} + Y_1 \cdot F_{aB} = 7500 + 2,2 \cdot 1500 = 10800 \text{ N}$$

Med faktorn $\eta_c = 0,55$ (rena förhållanden) fås

$$\eta_c \frac{P_u}{P} = 0,55 \cdot \frac{6400}{10800} = 0,3259$$

Medeldiametern av lagret

$$d_m = 0,5 \cdot \left(d + D\right) = 0,5 \cdot \left(30 + 62\right) = 46\,\text{mm}$$

ger sedan tillsammans med $n = 1000$ rpm att $\nu_1 = 17$ mm^2/s (SKF 2008, sid 60), vilket i sin tur ger att

$$\kappa = \frac{\nu}{\nu_1} = \frac{10}{17} = 0,588$$

På sid 55, SKF 2008, observera explorerskalan!, kan nu utläsas att $a_{SKF} = 0,52$, vilket ger att

$$L_{10m,B} = a_1 \cdot a_{SKF} \cdot \left(\frac{C}{P_B}\right)^p = 1 \cdot 0,52 \cdot \left(\frac{64000}{10800}\right)^{10/3} \approx 195.82\,\text{miljoner varv}$$

Vilket är mer än 146 miljoner varv. OK!

SVAR:

a) Lagerkomplexets livslängd med 95% sannolikhet var från början 7 miljoner varv.
b) För att femfaldiga detta krävs att lager Bs livslängd (90%) ökas till 147 miljoner varv.
c) Detta kan åstadkommas med lager *22206E på sidorna 716-717 i SKF 2008 som i sig får en livslängd på 195 miljoner varv (90%) i detta sammanhang.

2. Skruvförband

En överdel (gavel) till ett tryckkärl är fixerat vid tryckkärlet med 16 stycken M16-skruvar.

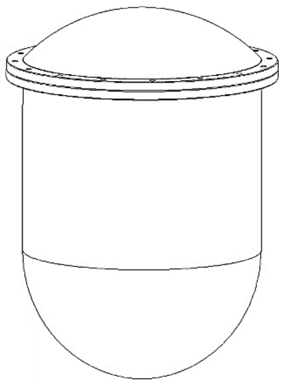
Tryckkärlets innerdiameter är 700 mm och skall klara ett inre övertryck på 50 bar.

a) Beräkna erforderlig förspänningskraft för skruvarna om den totala tätningskraften mellan flänsarna måste vara minst 300 kN. Styvheten för de klämda delarna är tre gånger större än skruvarnas. (3p)

b) Med vilket åtdragningsmoment måste skruvarna dras för att uppfylla kravet enligt a)? Friktionstalet i gängan och mellan skruvskalle och underlag är tyvärr inte kända men anses vara lika och ligga mellan 0.12 och 0.20. (3p)

c) Beräkna maximal tänkbar dragspänning i skruvarna då kärlet är maximalt trycksatt. (3p)

d) Bestäm erforderligt material för skruvarna om spänningen enligt c) anses vara rent statisk och sträckgränsen utnyttjas till 100 %.
Möjliga skruvkvaliteter är 5.6, 8.8, 10.9 och 12.9. (1p)



Notera: 1 bar=100000 Pa

Lösning

MEA s. 315: $d_1 = 0,013835\,[\text{m}]$

$d_2 = 0,014701\,[\text{m}]$

$P = 0,002\,[\text{m}]$

MEA s. 318: $d_w = 0,0225\,[\text{m}]$

MEA s. 320: $d_h = 0,0175\,[\text{m}]$ Medelstort hål antas.

a) Förspänningskraft:

Givet: Total tätningskraft $F_{k,tot} = 300\,\text{kN}$

$$c_k = 3c_s \quad \text{(i)}$$

Geometri:
$$F_k = \frac{F_{k,tot}}{16} \quad (1)$$

Geometri: Yttre last per skruv
$$F_n = \frac{p \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}}{16} \quad (2)$$

MEA s. 80:
$$F_k = F_0 - \frac{c_k}{c_s + c_k} F_n \quad (3)$$

1,2,3,i:
$$F_0 = \frac{F_{k,tot}}{16} + \frac{3c_s}{4c_s} \cdot \frac{p \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}}{16} = 108,9\,\text{kN} \quad (4)$$

b) Åtdragningsmoment:

MEA s. 73:
$$M_{åt} = F_0\left(0,16P + 0,58\mu \cdot d_2 + \mu_b \cdot r_m\right) \quad (5)$$

Geometri:
$$r_m = \frac{d_w + d_h}{4}$$
Mutterbasens medelradie.

Sökt är minsta åtdragningsmoment => Använd maximal friktion: $\mu = \mu_b = 0,20$

(4),(5) ger:
$$M_{åt} = F_0\left(0,16P + 0,58\mu_{\max} \cdot d_2 + \mu_{b,\max} \cdot r_m\right) = 439\,\text{Nm} \quad (6)$$

c) Maximal dragspänning:

Maximal dragspännning måste beräknas med åtdragningsmomentet från (6) men med lägsta tänkbara friktion. Förspänningskraften blir då högre än i (4):

$$F_{0,\max} = \frac{M_{åt}}{\left(0,16P + 0,58\mu_{\min} \cdot d_2 + \mu_{b,\min} \cdot r_m\right)} \quad (7)$$

MEA s. 80:
$$F_s = F_0 + \frac{c_s}{c_s + c_k} F_n \quad (8)$$

Spänningen i en skruv under drift:

$$\sigma_s = \frac{F_s}{A_s} \quad (9)$$

A_s är en skruvs spänningsupptagande tvärsnittsarea.

MEA s. 84: $A_s \approx \frac{\pi}{16} \cdot (d_1 + d_2)^2$ (10)

7,8,9,10,i: $\sigma_{s,\max} = \dfrac{F_{0,\max} + \dfrac{c_s}{c_s + c_k} F_n}{\dfrac{\pi}{16} \cdot (d_1 + d_2)^2} =$

$$= \dfrac{\dfrac{M_{åt}}{\left(0{,}16P + 0{,}58\mu_{\min} \cdot d_2 + \mu_{b,\min} \cdot r_m\right)} + \dfrac{1}{4}\dfrac{p \cdot \dfrac{\pi \cdot D^2}{4}}{16}}{\dfrac{\pi}{16} \cdot (d_1 + d_2)^2} =$$

$$= 693{,}8 \text{ MPa} \quad (11)$$

d) Erforderligt material:

σ_s måste vara mindre än flytgränsen

Material	Flytgräns (MPa)	
5.6	$500 \cdot 0{,}6 = 300$	Duger ej.
8.8	$800 \cdot 0{,}8 = 640$	Duger ej.
10.9	$1000 \cdot 0{,}9 = 900$	Duger.
12.9	$1200 \cdot 0{,}9 = 1080$	Duger.

Välj alltså material 10.9.

3. Broms

Skivbroms

En skivbroms för framhjulet på en motorcykel skall dimensioneras. Motorcykel med förare skall kunna inbromsas från 200km/h till stillastående på 10 sekunder. All bromsenergi antas tas upp i frambromsen som är en skivbroms bestående av två bromsskivor (en på varje sida om framhjulet). Varje bromsskiva har två brombelägg. Temperaturökningen i bromsskivorna efter en inbromsning får inte överstiga 300 °C.

Motorcykel bromsas med ett konstant bromsmoment under hela inbromsningen och ansättningskraften i bromsoken är 4000N. Rotationenergin i motorcykelns hjul försummas. Motorcykel inklusive förare väger 350kg. Frambromsen skall ensam klara av att bromsa motorcykeln (om bakbromsen av någon anledning inte fungerar). Bromsen antas vara insliten. Friktiontalet mellan brombelägg och skiva är 0.30. Antag att vi erhåller nödvändig friktion i kontakten mellan däck och vägbana.

a) Bestäm bromsskivornas ytterradie om innerdiameter är 200mm. (6p)
   Hjuldiametern är 600mm.'
b) Bestäm de båda bromsskivornas tjocklek. (4p)
   Värmekapacitiviteten är c=500Ws/kg°C. Densiteten på materialet i skivorna är 7500kg/m^3.

Lösning:

Givna data: $v_s = 200/3.6 = 55.5556\,\text{m/s}$ $\quad t_b = 10\,\text{s}$

$T_b^{max} = 300\,°\text{C}$ $\quad \mu = 0.30$

$R_{hjul} = 0.600/2 = 0.300\,\text{m}$ $\quad R_i = 0.100\,\text{m}$

$c = 500\,\text{Ws/kg°C}$ $\quad \rho = 7500\,\text{kg/m}^3$

$F_{ans} = 4000\,\text{N}$ $\quad m = 350\,\text{kg}$

a) Bestäm ytterradien R_o.

Vi bestämmer först det erforderliga bromsmomentet så att önskad bromsprestanda för motorcykeln uppnås. Retardationskraften ges av Newtons II:a lag:

$$F_b = ma = m\frac{dv}{dt} \qquad (1)$$

Det erforderliga bromsmomentet blir:

$$-M_b = F_b R \qquad (2)$$

Ekvation (1) och (2) ger:

$$-M_b = m\frac{dv}{dt}R_{hjul}$$

$$-\int_0^{t_b} M_b dt = \int_{v_s}^{0} mR_{hjul}\,dv$$

$$-\left[M_b t\right]_0^{t_b} = \left[mR_{hjul}v\right]_{v_s}^{0}$$

$$-M_b\left(t_b - 0\right) = mR\left(0 - v_s\right)$$

$$M_b = R_{hjul}m\frac{v_s}{t_b} \qquad (3)$$

För en insliten broms gäller enligt MEB (5.22):

$$M_W = \mu F_{ans}\frac{R_o + R_i}{2} \qquad (4)$$

Motorcykeln har två bromsskivor med vardera två belägg vilket ger:

$$M_b = 2\cdot 2\cdot M_W = 4M_W \qquad (5)$$

Ekvation (3), (4) och (5) ger:

$$R_{hjul}m\frac{v_s}{t_b} = 4\mu F_{ans}\frac{R_o + R_i}{2}$$

$$R_o = \frac{R_{hjul}mv_s}{2\mu F_{ans}t_b} - R_i \qquad (6)$$

Insättning av värden ger:

$$R_o = \frac{0.300\cdot 350\cdot 55.5556}{2\cdot 0.30\cdot 4000\cdot 10} - 0.100 = 0.1431\,\text{m}$$

b) Bestäm skivornas erforderliga tjocklek, H, så att maximal temperatur ej överskrids vid en inbromsning.

Vi antar att all rörelse energi omvandlas till värme som går in i de två bromsskivarna. Energibalans ger:

$$\frac{mv_s^2}{2} = 2cm_{skiva}T_b^{\max}$$

$$m_{skiva} = \rho H\pi\left(R_o^2 - R_i^2\right)$$

$$\frac{mv_s^2}{2} = 2c\rho H\pi\left(R_o^2 - R_i^2\right)T_b^{\max}$$

$$H = \frac{mv_s^2}{4c\rho\pi\left(R_o^2 - R_i^2\right)T_b^{\max}}$$

Insättning ger:

$$H = \frac{350 \cdot 55.5556^2}{4 \cdot 500 \cdot 7500 \cdot \pi\left(0.143^2 - 0.100^2\right) \cdot 300} = 0.0073\,\text{m}$$

SVAR: a) Bromsskivornas ytterradier skall vara 143mm.
b) Varje bromsskivas tjocklek skall vara minst 7.3mm.

4. Kuggväxel

En kuggväxel har följande data:

z_1=20, z_2=60, x_1=x_2=0, α_0=20 och modul 4

Man är egentligen nöjd med utväxlingen men av hållfasthetsskäl vill man undvika att samma kuggpar kommer i ingrepp hela tiden. Därför vill man ändra kuggfrekvensen dvs z_1/ z_2 genom att ändra kuggtalet med en (1) kugg på ett av hjulen. Axelavståndet är konstant och samma verktyg skall användas. Beräkna nya lämpliga data för kugghjulen.

Lösning:

(ekvationsnumren gäller Svensk Standard SS 1864)
För att ändra så lite som möjligt på utväxlingen bör antalet kugg ändras på det stora hjulet.
Om man ökar antalet kugg med bibehållet axelavstånd så får man en negativ profilförskjutning vilket inverkar negativt på kuggprofilen. man bör därför minska antalet kugg.

Alltså, välj 59 kugg för det stora hjulet.

Ursprungligt axelavstånd (ingen profilförskjutning, ekv. 3.11)

$$a = \frac{m_n(z_1 + z_2)}{2\cos\beta} = (\beta = 0) = \frac{4(20+60)}{2} = 160 \text{ mm}$$

Ekvationerna 3.12 och 3.13 ger nu sambandet mellan axelavstånd och profilförskjutning för de nya kugghjulen.

$$a_w = \frac{a\cos\alpha_t}{\cos\alpha_{wt}} \tag{3.12}$$

$$\operatorname{inv}\alpha_{wt} = \operatorname{inv}\alpha_t + \frac{2(x_1 + x_2)\tan\alpha_n}{z_1 + z_2} \tag{3.13}$$

Här är $\alpha_t = \alpha_n = 20°$ (rakkugg), a_w det verkliga axelavståndet, 160 mm, och a referensaxelavståndet för den nya kuggväxeln, $a_2 = \frac{4(20+59)}{2} = 158$ mm.

$$(3.12) \Rightarrow \alpha_{wt} = \arccos\left(\frac{a\cos\alpha_t}{a_w}\right) = \arccos\left(\frac{158\cos 20°}{160}\right) = 21.88°$$

$$(3.13) \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{\operatorname{inv}\alpha_{wt} - \operatorname{inv}\alpha_t}{2\tan\alpha_n}\left(z_1 + z_2\right) = \frac{\operatorname{inv}21.88° - \operatorname{inv}20°}{2\tan\alpha_n}\left(20+59\right) = 0{,}523 \text{ mm}$$

Välj att lägga all profilförskjutning på det lilla hjulet eftersom det ger bästa kuggeometrin.
Figur 9.49 i M.E. del B ger att båda kugghjulen klarar sig för underskärning och spetskugg.

SVAR: Nya kuggdata: z_1 = 20, x_1 = 0,523 och z_2 = 59

5. Skruvfjäder

En skruvfjäder skall användas som "stötdämpare" i en kontorsstol enl. figur. Fjädern skall medge att en person med massan *m* kan "falla" rakt ner från stolsitsen från höjden *h* utan att överbelasta ryggen. Fjädern skall därvid tryckas ihop minst sträckan Δ enligt figur till höger.

Fjädern skall inte fjädra av personens statiska egentyngd (när man sitter lugnt på stolen). Därvid är fjädern förspänd med kraften F_{fsp}.

Utrymmet för fjädern är begränsat till en längd av max. 250 mm och en maximal ytterdiameter av max. 70 mm.

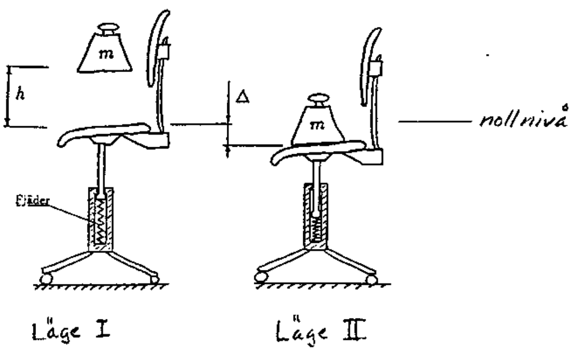
a) Bestäm den erforderliga fjäderkonstanten (4p)

b) Välj en lämplig fjäder ur bifogad katalog från fjäderleverantören.
Notera att fjäderkonstanten benämns med *R* i tabellerna!! (3p)

c) Kontrollera att fjäderns maximala deformation / maxkraft ej överskrids.
Vad blir Δ för den valda fjädern? (3p)

Data:
$m = 75\ kg$
$h = 100\ mm$
$\Delta = 40\ mm$
$F_{fsp} = 750\ N\ (ca\ 75\ kg\ )$

Ledning:
Antag att energin för systemet massa-fjäder är konstant för läge I och II.
Teckna energin för systemet i de två olika lägena.



TRYCKFJÄDRAR

Material: Pianotråd: DIN 17223 C-TRÅD MATERIALNR 1.1200
Arbetstemperatur mellan -30 °C och +120 °C

Rostfri: DIN 17224 AISI 302 MATERIALNR 1.4310
Arbetstemperatur mellan -200 °C och +280 °C

Lindningsriktning: Normalt höger

Utformning av ändar på std-fjädrar: Trådar upp till 0,8 mm är nedlagda, men ej planslipade (se s. 38, bild B)
Trådar från 1,0 mm är nedlagda och planslipade (se s. 38, bild C)

Toleranser: Samtliga dimensioner och krafter enligt DIN 2095 (grad 2) och DIN 2098

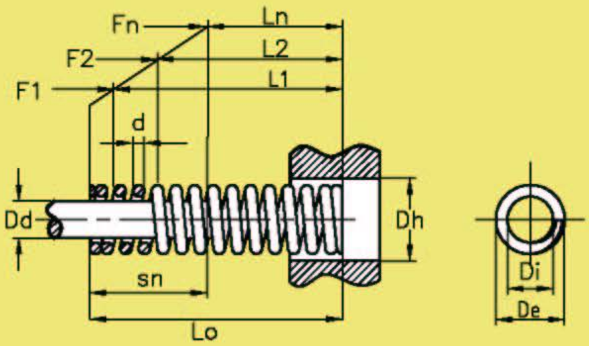
Terminologi:

d	=	Tråddiameter i mm
De	=	Utvändig diameter (D+d)
D	=	Medeldiameter i mm (De minus d)
Di	=	Invändig diameter i mm. (De minus 2xd)
n	=	Antal verksamma, fjädrande lindningar
nt	=	Varv totalt (n+2)
Lo	=	Valfri, obelastad längd i mm
L1	=	Belastad längd i mm vid F1
L2	=	Belastad längd i mm vid F2
Ln	=	Max. belastad längd i mm (min. längd / max. belastning)
F1	=	Delvis belastning i N (Newton) vid L1
F2	=	Ytterligare belastning i N (Newton) vid L2
Fn	=	Maximal belastning i N (Newton) vid Ln
sn	=	Maximalt fjädringsdjup (sammantryckning) i mm (Lo-Ln)
R	=	Fjäderkonstant i N/mm
Dd	=	Dorndiameter som fjädern kan arbeta över
Dh	=	Håldiameter som fjädern kan arbeta i
1 N	=	0,10197 Kp
1 Kp	=	9,80665 N

Beräkning av fjäderkraften vid en given längd är fjädringsdjupet s (i mm) x fjäderkonstanten R (N/mm).
Beräkning av arbetslängden på en planslipad fjäder är totalt antal varv (nt) x tråddiameter (d), där totalt antal varv är verksamma, fjädrande varv (n) + 2.
Beräkning av arbetslängden på en oslipad fjäder är totalt antal varv (nt) x tråddiameter (d), där totalt antal varv är verksamma, fjädrande varv (n) +3.

Fn för rostfritt fjäderstål är ca 0,88 x Fn för pianotråd.

Önskas tryckfjädrar med mycket hög fjäderkonstant / bärkraft, rekommenderas färgade verktygsfjädrar (se sidan 20).



4 SODEMANN INDUSTRIFJEDRE A/S - TLF: +45 86 72 00 99

TRYCKFJÄDRAR

Dimensioner								Pianotråd				Rostfri tråd			
d (tråd)	D (medeldia.)	Lo (Obelastad lgd)	Ln (max lgd belastad)	sn (max fjädringsväg)	Dd (max. axel)	Dh (min. hål)	n (fjädrande varv)	Fn (max. Kraft)	R (konstant N/mm)	Lager nummer	Pris-grupp	Fn (max. Kraft)	R (konstant N/mm)	Lager nummer	Pris-grupp
		159,0	35,0	124,0			3,5		4,19	14030	T		3,49	24030	W2
		267,0	50,0	217,0			5,5		2,39	14040	T		2,00	24040	W2
5,00	75,0	374,0	68,0	306,0	68,9	81,2	8,5	520,00	1,69	14050	V	433,00	1,42	24050	X
		528,0	95,0	433,0			12,5		1,20	14060	W		1,00	24060	X2
		785,0	135,0	650,0			18,5		0,80	14070	X		0,67	24070	Y
		50,0	35,0	15,0			3,5		154,26	14080	T		128,47	24080	W2
		75,0	49,0	26,0			5,5		89,00	14090	T		74,12	24090	W2
	32,0	110,0	69,0	41,0	24,6	39,5	8,5	2314,00	56,43	14100	T	1927,00	47,00	24100	W2
		155,0	97,0	58,0			12,5		39,89	14110	U		33,22	24110	W4
		225,0	137,0	88,0			18,5		26,29	14120	V		21,90	24120	X
		60,0	36,0	24,0			3,5		77,25	14130	T		64,33	24130	W2
		90,0	50,3	39,7			5,5		46,70	14140	T		38,89	24140	W2
	40,0	135,0	71,8	63,2	32,6	47,5	8,5	1854,00	29,33	14150	U	1544,00	24,43	24150	W4
		195,0	100,0	95,0			12,5		19,51	14160	V		16,25	24160	X
		280,0	143,0	137,0			18,5		13,53	14170	V		11,27	24170	Y
		80,0	38,0	42,0			3,5		35,26	14180	T		29,36	24180	W2
		115,0	53,0	62,0			5,5		23,88	14190	T		19,89	24190	W2
	50,0	175,0	75,0	100,0	42,0	58,0	8,5	1481,00	14,81	14200	U	1233,00	12,33	24200	W4
		250,0	105,0	145,0			12,5		10,21	14210	V		8,50	24210	X
6,30		365,0	150,0	215,0			18,5		6,88	14220	V		5,73	24220	X
		105,0	40,0	65,0			3,5		18,11	14230	T		15,08	24230	W2
		155,0	56,0	99,0			5,5		11,89	14240	T		9,90	24240	W2
	63,0	235,0	80,5	154,5	55,0	71,5	8,5	1177,00	7,64	14250	U	980,00	6,34	24250	W4
		340,0	113,0	227,0			12,5		5,19	14260	V		4,32	24260	X
		500,0	161,0	339,0			18,5		3,47	14270	X		2,89	24270	Y
		145,0	42,0	103,0			3,5		9,04	14280	T		7,53	24280	W2
		220,0	59,5	160,5			5,5		5,80	14290	V		4,83	24290	X
	80,0	335,0	85,5	249,5	71,0	89,0	8,5	932,00	3,74	14300	W	776,00	3,11	24300	X2
		490,0	120,0	370,0			12,5		2,52	14310	X		2,10	24310	Y
		720,0	172,0	548,0			18,5		1,70	14320	Y		1,42	24320	Y2
		187,0	43,0	144,0			3,5		5,10	14330	T		4,25	24330	W2
		276,0	60,0	216,0			5,5		3,40	14340	V		2,83	24340	X
	95,0	420,0	86,0	334,0	87,6	102,5	8,5	735,00	2,20	14350	W	612,00	1,83	24350	X2
		610,0	120,0	490,0			12,5		1,50	14360	X		1,25	24360	Y
		840,0	172,0	668,0			18,5		1,10	14370	Y		0,92	24370	Y2
		65,0	44,0	21,0			3,5		168,09	14380	T		140,00	24380	W2
		90,0	61,2	28,8			5,5		122,56	14390	T		102,08	24390	W2
	40,0	135,0	87,0	48,0	31,2	49,0	8,5	3530,00	73,54	14400	T	2940,00	61,25	24400	W2
		190,0	122,0	68,0			12,5		51,91	14410	V		43,24	24410	X
		275,0	174,0	101,0			18,5		34,95	14420	W		29,11	24420	X2
		75,0	45,0	30,0			3,5		94,13	14430	T		78,40	24430	W2
		110,0	63,2	46,8			5,5		66,34	14440	T		50,25	24440	W2
	50,0	160,0	90,0	70,0	40,5	60,0	8,5	2824,00	40,34	14450	T	2352,00	33,60	24450	W2
		230,0	127,0	103,0			12,5		27,42	14460	W		22,83	24460	X2
		335,0	181,0	154,0			18,5		18,34	14470	W		15,27	24470	X2
		95,0	47,0	48,0			3,5		46,58	14480	T		38,79	24480	W2
		140,0	66,0	74,0			5,5		30,22	14490	T		26,16	24490	W2
	63,0	205,0	93,5	111,5	53,0	73,0	8,5	2236,00	20,00	14500	W	1862,00	16,70	24500	X2
		300,0	131,0	169,0			12,5		13,23	14510	W		11,02	24510	X2
8,00		435,0	187,0	248,0			18,5		9,02	14520	X		7,51	24520	Y
		125,0	49,0	76,0			3,5		23,22	14530	T		19,34	24530	W2
		180,0	69,0	111,0			5,5		15,90	14540	W		13,24	24540	X2
	80,0	285,0	99,0	186,0	69,0	91,0	8,5	1765,00	9,49	14550	W	1470,00	7,90	24550	X2
		410,0	139,0	271,0			12,5		6,51	14560	X		5,42	24560	Y
		600,0	199,0	401,0			18,5		4,40	14570	X		3,67	24570	Y
		170,0	52,0	118,0			3,5		11,97	14580	W		9,97	24580	X2
		260,0	73,0	187,0			5,5		7,55	14590	W		6,29	24590	X2
	100,0	390,0	104,0	286,0	89,0	111,0	8,5	1412,00	4,94	14600	X	1176,00	4,11	24600	Y
		570,0	147,0	423,0			12,5		3,34	14610	Y		2,78	24610	Y2
		835,0	210,0	625,0			18,5		2,26	14620	Y		1,88	24620	Y2
		220,0	56,0	164,0			3,5		6,86	14630	X		5,71	24630	Y
		340,0	82,0	258,0			5,5		4,36	14640	X		3,63	24640	Y
	120,0	507,0	109,0	398,0	111,9	129,2	8,5	1125,00	2,83	14650	X	937,00	2,35	24650	Y
		740,0	155,0	585,0			12,5		1,92	14660	Y		1,60	24660	Y2
		1080,0	214,0	866,0			18,5		1,30	14670	X		1,08	24670	Y8

1 KG = 9,806 Newton 1 N = 0,101 KG

SODEMANN INDUSTRIFJEDRE A/S - TLF: +45 86 72 00 99

11

Dimensioner								Pianotråd				Rostfri tråd			
d (tråd)	D (medeldia.)	Lo (Obelastad lgd)	Ln (max lgd belastad)	sn (max fjädringsväg)	Dd (max. axel)	Dh (min. hål)	n (fjädrande varv)	Fn (max. Kraft)	R (konstant N/mm)	Lager nummer	Pris-grupp	Fn (max. Kraft)	R (konstant N/mm)	Lager nummer	Pris-grupp
		75,0	55,0	20,0			3,5		259,90	14680	V		216,50	24680	X
		110,0	76,0	34,0			5,5		152,88	14690	V		127,36	24690	X
	50,0	165,0	109,0	56,0	38,0	62,0	8,5	5198,00	92,82	14700	W	4330,00	77,32	24700	X2
		230,0	152,0	78,0			12,5		66,64	14710	W		55,51	24710	X2
		335,0	217,0	118,0			18,5		44,05	14720	W		36,69	24720	X2
		96,0	56,3	39,7			3,5		103,75	14730	V		86,10	24730	X
		135,0	79,0	56,0			5,5		73,55	14740	V		61,04	24740	X
	63,0	200,0	112,0	88,0	51,0	75,0	8,5	4119,00	46,80	14750	W	3418,00	38,84	24750	X2
		285,0	157,0	128,0			12,5		32,18	14760	W		26,70	24760	X2
		410,0	225,0	185,0			18,5		22,26	14770	X		18,48	24770	Y
		115,0	59,0	56,0			3,5		57,96	14780	W		48,27	24780	X2
		175,0	83,0	92,0			5,5		35,28	14790	W		29,38	24790	X2
10,00	80,0	255,0	119,0	136,0	67,5	93,0	8,5	3246,00	23,87	14800	W	2703,00	19,88	24800	X2
		370,0	167,0	203,0			12,5		15,99	14810	X		13,32	24810	Y
		540,0	238,0	302,0			18,5		10,75	14820	Y		8,95	24820	Y4
		150,0	63,0	87,0			3,5		29,87	14830	X		24,89	24830	X
		230,0	89,0	141,0			5,5		18,43	14840	X		15,95	24840	Y
	100,0	345,0	128,0	217,0	87,0	114,0	8,5	2599,00	11,98	14850	Y	2165,00	9,98	24850	Y2
		500,0	180,0	320,0			12,5		8,12	14860	Y		6,77	24860	Y4
		730,0	258,0	472,0			18,5		5,51	14870	Y		4,59	24870	Y6
		205,0	67,0	138,0			3,5		15,07	14880	X		12,54	24880	Y
		315,0	95,0	220,0			5,5		9,45	14890	X		7,87	24890	Y
	125,0	475,0	137,0	338,0	111,0	140,0	8,5	2079,00	6,15	14900	Y	1731,00	5,12	24900	Y2
		690,0	193,0	497,0			12,5		4,18	14910	Y		3,48	24910	Y6
		1015,0	277,0	738,0			18,5		2,82	14920	2X		2,35	24920	Y8

Lösning

Inför läge I och II samt nollnivå enligt figur ovan. Antag att energin för systemet massa-fjäder är konstant för läge I och II.

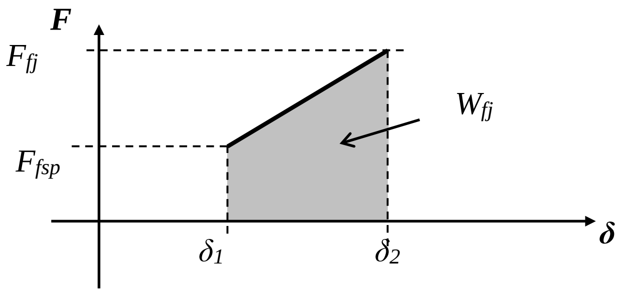
Teckna energin för systemet:

Läge I: $W^{I} = W_{fsp} + mgh$ (1)

Läge II: $W^{II} = W_{fsp} - mg\Delta + W_{fj}$ (2)

Enligt antagande är $W^{I} = W^{II}$ (3)

Teckna fjäderenergin W_{fj} i läge II



$$W_{fj} = \frac{1}{2}\left(F_{fsp} + F_{fj}\right)\Delta \quad (4)$$

För att kunna dimensionera fjädern måste vi beräkna fjäderkonstanten *k*.

$$k = \frac{F_{fj} - F_{sp}}{\Delta} \quad (5)$$

Vi måste alltså bestämma F_{fj}

Ekv. (1), (2), (3), (4) ger:

$$mgh = -mg\Delta + \frac{1}{2}\left(F_{fsp} + F_{fj}\right)\Delta$$

$$F_{fj} = 2mg\frac{h+\Delta}{\Delta} - F_{fsp}$$

$F_{fj} = 4400.25\ N$

$\Rightarrow k = 91250\ N/m$

Alternativt (bättre?):

$$mg\left(h+\Delta\right)=W_{fj}$$

$$mg\left(h+\Delta\right)=\int_{\delta_1}^{\delta_2}c\delta d\delta=\left[\frac{c\delta^2}{2}\right]_{\delta_1}^{\delta_2}=\frac{c}{2}\left(\delta_2{}^2-\delta_1{}^2\right)=\frac{c}{2}\left(\left(\delta_1+\Delta\right)^2-\delta_1{}^2\right)...$$

$$...=\frac{c}{2}\left(\delta_1^2+2\delta_1\Delta+\Delta^2-\delta_1{}^2\right)=\frac{c}{2}\left(2\delta_1\Delta+\Delta^2\right)=\left(c\delta_1+\frac{c\Delta}{2}\right)\Delta=...$$

$$...=F_{fsp}\Delta+\frac{c\Delta^2}{2}$$

$$mg\left(h+\Delta\right)=F_{fsp}\Delta+\frac{c\Delta^2}{2}$$

$$c=\frac{2\left(mg\left(h+\Delta\right)-F_{fsp}\Delta\right)}{\Delta^2}$$

Fjäderdimensionering

Känt:

F_{fsp} =750 N
F_{fj} = 4400.25 N
$\Delta \geq 40$ mm

$$k=\frac{F_{fj}-F_{sp}}{\Delta}=\frac{4400.25-750}{0.040}=91256.25$$

k = 91250 N/m

$D_{inb} \leq 50$ mm
$L \leq 200$ mm (vi provar med max 200mm)

Vi väljer en fjäder med d=10 mm, D=50 mm, L_0=165 mm.

Rostfritt utförande:
Denna fjäder har k=77.32 N/mm vilket är lägre än den uträknade.

Pianotråd (fjäderstål) utförande:
Denna fjäder har k=92.82 N/mm vilket är lägre än den uträknade.

Kontroll

Lös ekv.
$mgh+mg\Delta=F_1\Delta+(k\Delta^2)/2$
Detta ger *Δ=43.6 mm*

Dessutom: initial deformation: F_1/k=9.7 mm, totalt 53.3 mm. Fjädern tål 56 mm!