

Tentameni Maskinelement PPU210 0105, CTH Tisdag 2017-04-11 kl. 14.00 –18.00, M-salar

Lärare: Magnus Evertsson

Förfrågningar: Magnus Evertsson ankn 1368 alt 0709-218 708

Institution: Produkt och produktionsutveckling

Lösningar: Anslås 2017-04-11 kl. 18.00 på institutionens anslagstavla.

Resultatlista: (Prel.) anslås senast 2017-04-24 på institutionens anslagstavla.

Granskning: Rättningen granskas 2017-04-25 kl 12.00-13.00 på institutionen.

Hjälpmedel

Tillåtna hjälpmedel är (vid tveksamhet fråga ansvarig lärare)

- **Allmänt:** SKF:s huvudkatalog
- **Läroböcker:** Lärobok i Maskinelement. OBS! enbart egna *mindre* anteckningar i boken accepteras. Litteratur i hållfasthetslära: t.ex. Strength of Materials, Hållfasthetslära KTH.
- **Formelsamlingar:** KTHs formelsamling eller liknande, Formelsamling ur Maskinelement – övningar (utskriven)
- **Tabellsamlingar:** Beta, TeFyMa och Stand. Math. Tab. eller liknande
- **Räknehjälpmedel:** Valfri räknedosa, dock ej dator.

Obs! Inga lösa blad med anteckningar eller lösta tal är tillåtna.

Lösningar

Lösningar skall vara tydliga och förses med text och figurer. Ekvationer skall motiveras. Slutligt svar skall skrivas ut tydligt. Även delvis behandlade uppgifter poängbedöms. Saknas några detaljer i lydelsen, så inför lämpliga beteckningar och anta vid behov siffervärden.

Använd ej rödpenna!

Bedömning

Fullständig lösning av ett problem ger 10 poäng. Gränsen för godkänt går vid högst 20 poäng.

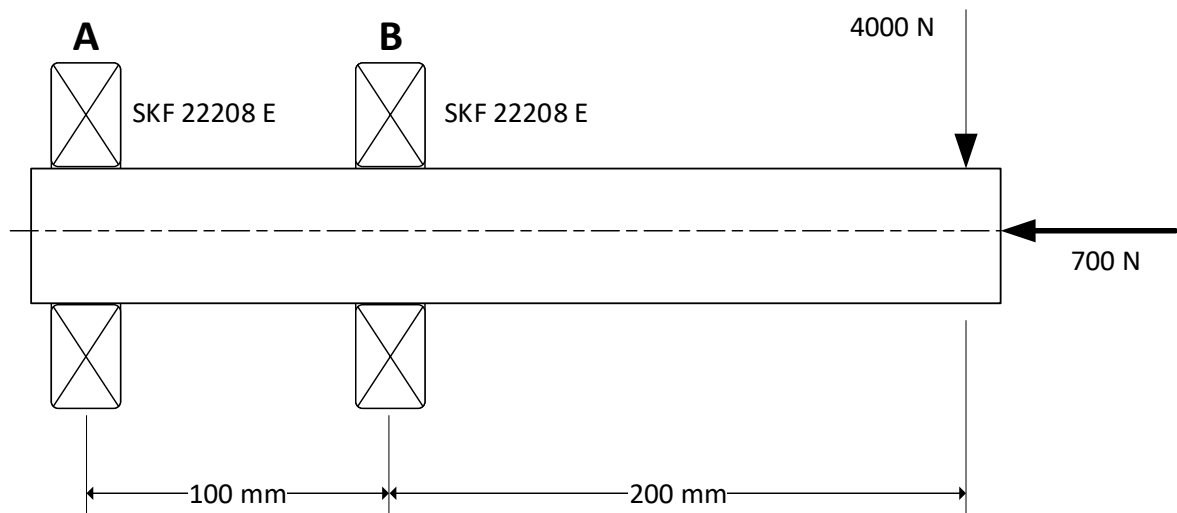
Institutionens rättningsrutiner kräver att **varje** blad tydligt märks med **anonym kod**, och att endast en uppgift behandlas på varje blad. Bladen ska numreras i stigande nummerordning (löpande sidnummer) för **hela** tentan.

1. Rullningslager

En lagring består av en axel med två sfäriska rullager monterade enligt figur. Lager A är styrlager.

Axeln roterar med varvtalet 500 rpm (varv/min). Oljan som smörjer de båda lagren har viskositet $\nu = 15 \text{ mm}^2/\text{s}$ och "något förorenad" föroreningsnivå.

- Beräkna livslängden (enligt SKFs teori) för lager A respektive lager B för överlevnadssannolikheten 90%. (5p)
- Beräkna livslängden för lagerkomplexet för överlevnadssannolikheten 90%. (3p)
- Man vill förbättra livslängden och vill undersöka hur livslängden för respektive lager ändras om man ändrar oljans viskositettill $\nu = 30 \text{ mm}^2/\text{s}$. (2p)



Lösning:

Lagerfakta för aktuellt lager, SKF 22208 E, från SKF-katalogen sid 904:

$$C = 96.5 \text{ kN}$$

$$P_u = 9.8 \text{ kN}$$

$$e = 0.28$$

$$Y_1 = 2.4$$

$$Y_2 = 3.6$$

$$F_{r_A} = 4000 \text{ N} \cdot \frac{200 \text{ mm}}{100 \text{ mm}} = 8000 \text{ N}$$

$$F_{a_A} = 700 \text{ N}$$

$$F_{r_B} = 4000 \text{ N} \cdot \frac{300 \text{ mm}}{100 \text{ mm}} = 12000 \text{ N}$$

$$F_{a_B} = 0 \text{ N}$$

Enligt SKF sid 896 ges lagrets ekvivalenta dynamiska lagerbelastning av

$$P = F_r + Y_1 \cdot F_a \quad \text{när } F_a/F_r \leq e$$

$$P = 0.67 \cdot F_r + Y_2 \cdot F_a \quad \text{när } F_a/F_r > e$$

$$P_A = 8000 + 700 \cdot 2.4 = 9680 \text{ N}$$

$$P_B = 12000 \text{ N}$$

Bestämning av a_{SKF} :

$$\eta_C \frac{P_U}{P_A} = 0.55 \frac{9800}{9680} = 0.5568$$

$$d_{m_A} = \frac{d_A + D_A}{2} = \frac{40 + 80}{2} = 60$$

$$\kappa_A = \frac{v}{v_1} = \frac{15}{30} = 0.5$$

$$a_{SKF_A} = 0.65$$

$$\eta_C \frac{P_U}{P_B} = 0.55 \frac{9800}{12000} = 0.4492$$

$$d_{m_B} = d_{m_A} = 60$$

$$\kappa_B = \kappa_A$$

$$a_{SKF_B} = 0.5$$

Bestämning av lagerlivslängd:

Nominal livslängd (SKF sid 65) ges av

$$p = 10/3, \text{ ty rullager}$$

$a_1 = 1$, ty 90% överlevnadssannolikhet

$$L_{10m_A} = a_1 \cdot a_{SKF_A} \cdot \left(\frac{C}{P_A}\right)^p = 1 \cdot 0.65 \cdot \left(\frac{96500}{9680}\right)^{\frac{10}{3}} \approx 1386 \text{ milj varv}$$

$$L_{10m_B} = a_1 \cdot a_{SKF_B} \cdot \left(\frac{C}{P_B}\right)^p = 1 \cdot 0.5 \cdot \left(\frac{96500}{12000}\right)^{\frac{10}{3}} \approx 520 \text{ milj varv}$$

b)

ME A ekv. 4.16 ger:

$$L_R^{-\kappa} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{C}{P}\right)_i^{-\kappa p}$$

ME A sidan 253 ger $\kappa = \frac{3}{2}$

(1) med värden insatta ger:

$$L_R = \sqrt[3/2]{(1386)^{-3/2} + (520)^{-3/2}} \approx 453.7 \text{ milj varv}$$

c)

Bestämning av nya a_{SKF} till följd av viskositetsändringen:

$$\kappa_A = \frac{v}{v_1} = \frac{30}{30} = 1$$

$$a_{SKF_A} = 2.5$$

$$a_{SKF_B} = 1.8$$

$$L_{10m_A} = a_1 \cdot a_{SKF_A} \cdot \left(\frac{C}{P_A}\right)^p = 1 \cdot 2.5 \cdot \left(\frac{96500}{9680}\right)^{\frac{10}{3}} \approx 5330 \text{ milj varv}$$

$$L_{10m_B} = a_1 \cdot a_{SKF_B} \cdot \left(\frac{C}{P_B}\right)^p = 1 \cdot 1.8 \cdot \left(\frac{96500}{12000}\right)^{\frac{10}{3}} \approx 1875 \text{ milj varv}$$

Livslängden för lager A förbättras med en faktor $\frac{5330}{1386} = 3.85$ och lager B med $\frac{1875}{520} = 3.6$

SVAR:

a) 1386 och 520 miljoner varv

b) 453.7 miljoner varv

c) 5330 och 1875 miljoner varv

2. Glidlager

Ett blocklager med följande data har konstruerats för att ge maximal lastförmåga. Efter ett tag har det visat sig att lagret trots allt inte är tillräckligt bra och man vill ytterligare öka lastförmågan genom att ändra lagrets dimensioner. Man vill dock inte ändra spaltenh_{min} eller oljeflödet Q. Man har att välja mellan att göra lagret dubbelt eller hälften så långt.

- Vilket alternativ skall man välja för att öka lastförmågan? Visa med hjälp av beräkningar. (7p)
- Hur mycket ökar lastförmågan vid detta alternativ? (3p)

Det ursprungliga lagret har följande data:

$$\begin{aligned}h_{\min} &= 1 \text{ mm} \\ \eta &= 0,03 \text{ Ns/m}^2 \\ \text{Bredd } b &= 0,05 \text{ m} \\ \text{Längd } l &= 0,05 \text{ m} \\ \text{Hastighet } U &= 70 \text{ m/s}\end{aligned}$$

Lösning:

För glidlagertal med ändlig bredd används diagram på sid 271 i ME A:

$$\nu = \frac{b}{l} = \frac{0,05}{0,05} = 1$$

Maximal bärförmåga för lager med $\nu = 1$ får med diagram högst upp till vänster:

$$k = 1,5 \text{ och } P_0 = 0,07$$

Vid nykonstruktion av lagret skulle oljeflödet vara konstant, se då diagram längst ner till vänster.

$Q_0 = \frac{Q}{bUh_{\min}}$, b, U, h_{min} är konstanta. För konstant flöde skall alltså Q₀ hållas konstant.

Halvering respektive fördubbling av längden på lagret ger $\nu_{0,5} = 2$ och $\nu_2 = 0,5$.

För konstant flöde kan då $k_{0,5} = 2$ och $k_2 = 1,1$.

Avläsning av lastförmågan P₀ för givna k.

$$P_{0;0,5} = 0,105 \text{ och } P_{0;2} = 0,03$$

Dimensionslös lastförmåga:

$$P_0 = \frac{Ph_{\min}^2}{b\eta UL^2}$$

För lastförmåga lös ut P

$$P = \frac{P_0 b \eta U L^2}{h_{\min}^2}$$

Uträkning av de två nya fallet samt det gamla:

$$P_1 = \frac{0,07 \cdot 0,05 \cdot 0,03 \cdot 70 \cdot 0,05^2}{0,001^2} = 18,375 N$$

$$P_{0,5} = \frac{0,105 \cdot 0,05 \cdot 0,03 \cdot 70 \cdot 0,025^2}{0,001^2} = 6,89 N$$

$$P_2 = \frac{0,03 \cdot 0,05 \cdot 0,03 \cdot 70 \cdot 0,1^2}{0,001^2} = 31,5 N$$

Alternativet med att dubbla längden är mest fördelaktigt.

Lastförmågan bli då $\frac{31,5}{18,375} = 1,7$ gånger högre.

- Svar:**
- a) Välj att dubblera längden.
 - b) Lastförmågan blir 1,7 gånger högre.

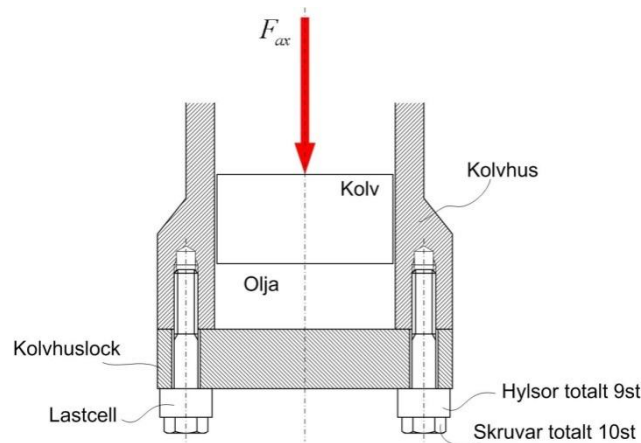
3. Skruvförband

För att mäta den axiella kraften i en arbetande krossmaskin har en av hylsorna i förbandet som håller kolhuslocket bytts ut mot en lastcell. Skruvförbandet för kolhuslocket består av 10st skruvar av dimensionen M24x100 8.8.

Skruvarna förspänns till 100kN. Vid krossning registreras en lastökning i lastcellen om 2.2kN.

- a) Hur stor är den totala krosskraftens axialkomponent F_{ax} ? (8p)
 b) Är den valda skruv kvaliteten tillräcklig ur utmattningssynpunkt? (2p)

Vid beräkningarna kan man anta att halva kolhuslocket kan räknas som beräkningsmässigt underlag och halva som beräkningsmässig skruv. Lasten antas alltså angripa mitt i kolhuslocket. Kolhuset betraktas som stelt.
 (Oljan under kolven har som uppgift att jämnt fördela kraften till kolhuslocket)



Konstruktionsstyheter:

$$c_{skruv}$$

$$c_{hylsa} = 5c_{skruv}$$

$$c_{kolhuslock}^{total} = 10c_{skruv} \text{ (per skruv)}$$

Lösning:

a)

Identifiera beräkningsmässiga styvheter för fallet då den yttre lasten anbringas.

Enligt lydelsen angriper lasten mitt i kolhuslocket men styvheten för hela locket är given, så vi får räkna om vad styvheten för halva locket blir:

$$\frac{1}{c_{kolhuslock}^{total}} = \frac{1}{c_{kolhuslock}^{halva}} + \frac{1}{c_{kolhuslock}^{halva}} = \frac{2}{c_{kolhuslock}^{halva}}$$

$$\Rightarrow c_{kolhuslock}^{halv} = 2c_{kolhuslock}^{total} = 20c_{skruv}$$

Kraften ökar i skruvar, halva kolhuslocket, och hylsor - ingår i beräkningsmässig skruvstyvheter.

Skruv, halva kolhuslocket och hylsa är seriekopplade vilket ger den beräkningsmässiga skruvstyvheten:

$$\frac{1}{c_s} = \frac{1}{c_{skruv}} + \frac{1}{c_{kolvhuslock}^{halva}} + \frac{1}{c_{hylsa}} = \frac{1}{c_{skruv}} + \frac{1}{20c_{skruv}} + \frac{1}{5c_{skruv}} = \frac{25}{20c_{skruv}} \rightarrow c_s = \frac{4}{5}c_{skruv}$$

Kraften minskar i kolvhuslocket - beräkningsmässigt underlagsstyvhet.

$$c_k = c_{kolvhuslock}^{halva} = 20c_{skruv}$$

MM (2.21):

$$F_s = F_0 + \frac{c_s}{c_s + c_k} F_n$$

I vårt fall är $F_n = \frac{1}{10} F_{ax}$ eftersom det ingår 10st skruvar i förbandet vilket ger:

$$F_s = F_0 + \frac{c_s}{c_s + c_k} F_n = F_0 + \frac{c_s}{c_s + c_k} \cdot \frac{F_{ax}}{10}$$

$$F_{ax} = 10(F_s - F_0) \frac{c_s + c_k}{c_s} =$$

$$= 10(F_s - F_0) \frac{\frac{4}{5}c_{skruv} + 20c_{skruv}}{\frac{4}{5}c_{skruv}} = 10(F_s - F_0) \frac{104}{4} = 10(F_s - F_0) \frac{104}{4} = 260(F_s - F_0)$$

Insättning av den registrerade lastökningen ger:

$$F_{ax} = 260(F_s - F_0) = 260\Delta F_s = 260 \cdot 2.2 = 572 \text{ kN}$$

b)

Att skruven skall hålla utmattningsmässigt innebär att maxspänningen ej får överskrida skruvens flytgräns samt att amplitudspänningen ej får överskrida ett angivet värde (beroende på kvalitet)

Skruv kvaliteten 8.8 betyder att flytgränsen är $800 \cdot 0.8 = 640 \text{ MPa}$.

Enligt MM tabell 2.3 är tillåten amplitudspänning för denna kvalitet 50-60 MPa.

Maximal uppkommen spänning blir:

$$\sigma_{\max} = \frac{F_{s,\max}}{A_{skruv}} = \frac{4F_{s,\max}}{\pi d_{skruv}^2} = \frac{4 \cdot 102200}{\pi 0.024^2} = 226 \cdot 10^6 \text{ MPa}$$

Amplitudspänningen blir:

$$\sigma_{\text{ampl}} = \frac{1}{2} \frac{(F_{s,\max} - F_{s,\min})}{A_{skruv}} = \frac{2(F_{s,\max} - F_{s,\min})}{\pi d_{skruv}^2} = \frac{2 \cdot 2200}{\pi 0.024^2} = 2.43 \cdot 10^6 \text{ MPa}$$

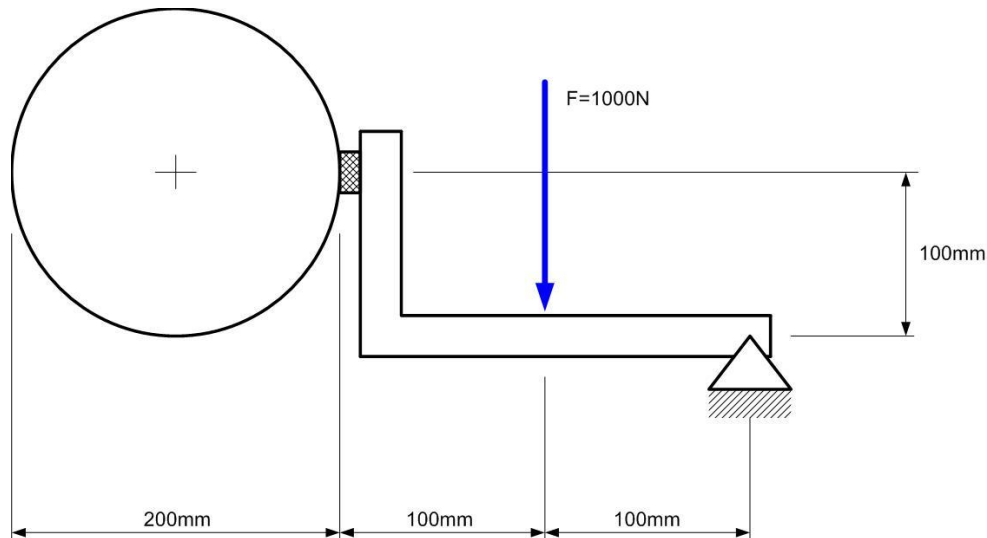
SVAR:

- Totala krosskraftens axialkomponent är 572 kN.
- Skruv kvaliteten 8.8 är tillräcklig ur utmattningsynpunkt. (Uppkommen spänning är 223.6+/-2.4 MPa)

4. Broms

En rotor bromsas med hjälp av ett litet bromsbelägg som ansätts med en kraft på en hävarm enligt figur. Friktionstalet mellan rotor och beläggmaterialet är 0.3 och rotorn har masströghetsmomentet 1.0 kgm^2 .

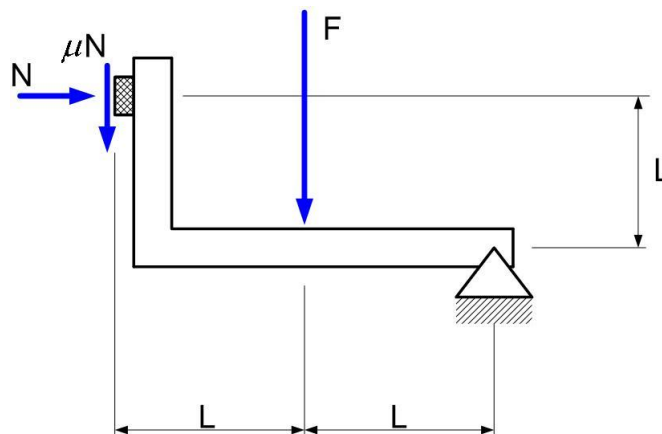
- Hur lång tid tar det att stanna rotorn från 1500 rpm? Rotorn roterar åt det håll som ger kortast bromstid. (6p)
- Vid vilket friktionstal blir bromsen självhämmande? (4p)



Lösning:

a)
Medurs rotation gör att friktionskraften hjälper till att ansätta bromsen (servoverkan).

Frilägg armen och teckna jämvikt:



Momentjämvikt kring upphängningspunkten:

$$NL - 2L\mu N - FL = 0 \Rightarrow N = \frac{F}{1 - 2\mu} = \frac{1000}{1 - 0.6} = 2500 \text{ N}$$

Bromsmomentet:

$$M = \mu NR = 0.3 \cdot 2500 \cdot 0.1 = 75 \text{ Nm}$$

ME del B ekvation (5.10):

$$I_b = \frac{I\omega_d}{M} = \frac{1 \cdot 1500\pi}{30 \cdot 75} = 2.09s$$

b)

Bromsen blir självhämmande nämnaren i uttrycket för normalkraften går mot noll, dvs då:

$$N = \frac{F}{1 - 2\mu} \rightarrow \infty$$

eller då $\mu \rightarrow 0.5$.

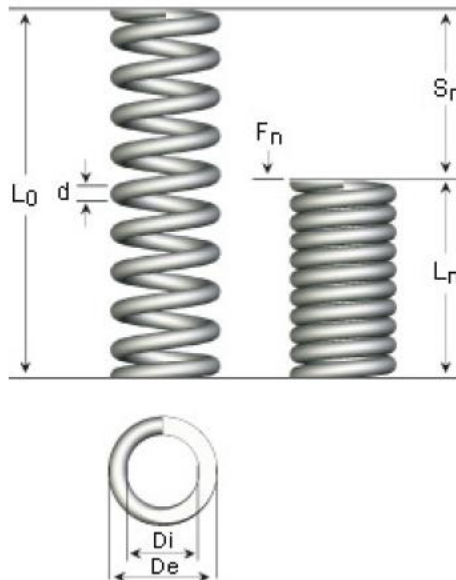
SVAR: a) Medurs rotation ger bromstiden 2.09s.
b) Bromsen blir självhämmande vid $\mu = 0.5$.

5. Skruvfjäder

En skruvfjäder skall dimensioneras. Vid 10 mm kompression av en skruvfjäder vill man erhålla kraften 383 N. Fjädern lindas av pianotråd (ståltråd, fjäderstål) med tråddiameter $d = 4$ mm och lindningsdiameter $D = 20$ mm.

Fjäderstålet har skjuvmodul 81 GPa och tillåten skjuvspänning är 851 MPa.

- Bestäm antal verksamma fjädervarv. (2p)
- Vad blir högsta tillåtna fjäderlast? (Effektivskjuvspänningar behöver ej beaktas) (2p)
- Vad är största tillåtna fjädringsdjup? (2p)
- Bestäm fri fjäderlängd så att fjädern ”bottnar” (kontakt mellan fjädervarven) vid högsta tillåtna fjäderlast. (4p)



OBS! Beteckningarna är specifika för SodemannIndustrifjedre A/S

Lösning:

a) Bestäm antal verksamma fjädervarv.

Föra att uppfylla kravet om infjädring skall fjäderkonstanten vara:

$$c = \frac{F}{\delta} = \frac{383}{10} = 38.3 \text{ N/mm}$$

Fjäderkonstant: $c = \frac{Gd^4}{8nD^3} = 38.3 \text{ N/mm}$ (1)

Antal verksamma fjädervarv blir därmed:

$$n = \frac{Gd^4}{8cD^3} = 8.45$$

b) Vad blir högsta tillåtna fjäderlast? (Effektivskjuvspänningar behöver ej beaktas)

Uppkommen skjuvspänning:

$$\tau = k \frac{8FD}{\pi d^3} = 1068 \text{ N} \quad (2)$$

Om materialet utnyttjas till maximal spänning blir kraften:

$$F = \frac{\tau \pi d^3}{8D} = \frac{851 \cdot 10^6 \cdot \pi \cdot 0.004^3}{8 \cdot 0.020} = 1068 \text{ N}$$

c) Vad är största tillåtna fjädringsdjup?

$$S_{n,\max} = \frac{F_{\max}}{c} = \frac{1068}{38.3 \cdot 10^3} = 0.02788 \text{ m}$$

d) Bestäm fri fjäderlängd så att fjädern ”bottnar” (kontakt mellan fjädervarven) vid högsta tillåtna fjäderlast.

All luft mellan varver trycks precis ihop så att varven får kontakt med varandra. Då kan ingen plasticering ske av materialet.

$$L_{0,\text{bottning}} = (n+1)d + S_{n,\max} = (8.45+1)0.004 + 0.02788 = 0.06568 \text{ m}$$

SVAR:

- a) 8.5 (8.45) varv
- b) 1068 N
- c) 27.88 mm
- d) 65.68 mm