Tentamen i Maskinelement
PPU210, CTH
Måndag 2017-01-10 kl. 14.00 –18.00, M-salar

Lärare: Magnus Evertsson

Förfrågningar: Magnus Evertsson ankn 1368 alt 0709-218 708

Institution: Produkt och produktionsutveckling

Lösningar: Anslås 2017-01-10 kl. 18.00 på institutionens anslagstavla.

Resultatlista: (Prel.) anslås senast 2017-01-28 på institutionens anslagstavla.

Granskning: Rättningen granskas 2017-01-30 kl 12-14 på institutionen.

Hjälpmedel
Tillåtna hjälpmedel är (vid tveksamhet fråga ansvarig lärare)
- **Allmänt:** SKF:s huvudkatalog
- **Läroböcker:** Lärobok i Maskinelement. OBS! enbart egna *mindre* anteckningar i boken accepteras. Litteratur i hållfasthetslära: t.ex. Strength of Materials, Hållfasthetslära KTH.
- **Formelsamlingar:** KTHs formelsamling eller liknande, Formelsamling ur Maskinelement – övningar (utskriven)
- **Tabellsamlingar:** Beta, TeFyMa och Stand. Math. Tab. eller liknande
- **Räknehjälpmedel:** Valfri räknedosa, dock ej dator.

Obs! Inga lösa blad med anteckningar eller lösta tal är tillåtna.

Lösningar
Lösningar skall vara tydliga och förses med text och figurer. Ekvationer skall motiveras. Slutligt svar skall skrivas ut tydligt. Även delvis behandlade uppgifter poängbedöms. Saknas några detaljer i lydelsen, så inför lämpliga beteckningar och anta vid behov siffervärden.
Använd ej rödpenna!

Bedömning
Fullständig lösning av ett problem ger 10 poäng. Gränsen för godkänt går vid högst 20 poäng.

Institutionens rättningsrutiner kräver att **varje** blad tydligt märks med **anonym kod**, och att endast en uppgift behandlas på varje blad. Bladen ska numreras i stigande nummerordning (löpande sidnummer) för **hela** tentan.
2

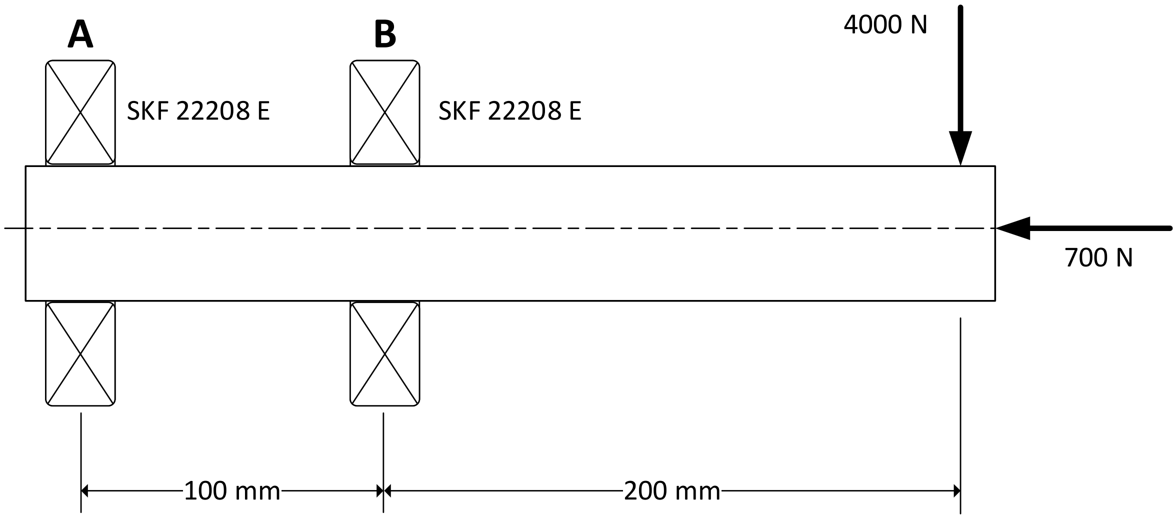
1. Rullningslager

En lagring består av en axel med två sfäriska rullager monterade enligt figur. Lager A är styrlager.

a) Beräkna den nominella livslängden för lager A respektive lager B för överlevnadssannolikheten 90%. (4p)

b) Beräkna den nominella livslängden för det sammanbyggda lagerkomplexet för överlevnadssannolikheten 90%. (4p)

c) Beräkna den nominella livslängden för det sammanbyggda lagerkomplexet för överlevnadssannolikheten 97%. (2p)



Lösning:

Lagerfakta för aktuellt lager, SKF 22208 E, från SKF-katalogen sid 904:

$$C = 96.5 \text{ kN}$$
$$P_u = 9.8\,\text{kN}$$
$$e = 0.28$$
$$Y_1 = 2.4$$
$$Y_2 = 3.6$$

$$\mathrm{F}_{\mathrm{r}_\mathrm{A}} = 4000\mathrm{N}\cdot\frac{200\mathrm{mm}}{100\mathrm{mm}} = 8000\mathrm{N}$$
$$\mathrm{F}_{\mathrm{a}_\mathrm{A}} = 700\mathrm{N}$$

$$\mathrm{F}_{\mathrm{r}_\mathrm{B}} = 4000\mathrm{N}\cdot\frac{300\mathrm{mm}}{100\mathrm{mm}} = 12000\mathrm{N}$$
$$\mathrm{F}_{\mathrm{a}_\mathrm{B}} = 0\mathrm{N}$$

Enligt SKF sid 896 ges lagrets ekvivalenta dynamiska lagerbelastning av

$$P = F_r + Y_1\cdot \mathrm{F}_a \quad \text{när } F_a/F_r \le e$$
$$P = 0.67\cdot F_r + Y_2\cdot F_a \quad \text{när } F_a/F_r > e$$

$$P_A = 2000 + 700\cdot 2.4 \ = 9680N$$
$$P_B = 12000N$$

Bestämning av lagerlivslängd:

Nominel livslängd (SKF sid 64) ges av
$p = 10/3$, ty rullager
$a_1 = 1$, ty 90% överlevnadssannolikhet

$$L_{10m_A} = a_1\cdot\left(\frac{C}{P}\right)^p = 1\cdot\left(\frac{96500}{9680}\right)^{\frac{10}{3}} \approx 2132.2 \text{ milj varv}$$

$$L_{10m_B} = 1\cdot\left(\frac{96500}{12000}\right)^{\frac{10}{3}} \approx 1041.9 \text{ milj varv}$$

b)

ME A ekv. 4.16 ger:

$$\mathrm{L}_\mathrm{R}^{-\kappa} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{P}}\right)_i^{-\kappa p}$$

ME A sidan 253 ger $\kappa = \dfrac{3}{2}$

(1) med värden insatta ger:

$$L_{10m} = \left((990.7)^{-3/2} + (520)^{-3/2}\right)^{-2/3} \approx 856.6 \text{ milj varv}$$

c)

Vi lägger till överlevnadssannolikheten och får då med värden insatta:

$$L_{3m} = \left(\frac{\ln 0.97}{\ln 0.9\left((990.7)^{-3/2} + (520)^{-3/2}\right)}\right)^{-2/3} \approx 374.5 \text{ milj varv}$$

SVAR:
a) 2132.2 och 1041.9 miljoner varv
b) 856.6 miljoner varv
c) 374.5 miljoner varv

2. Skruvförband

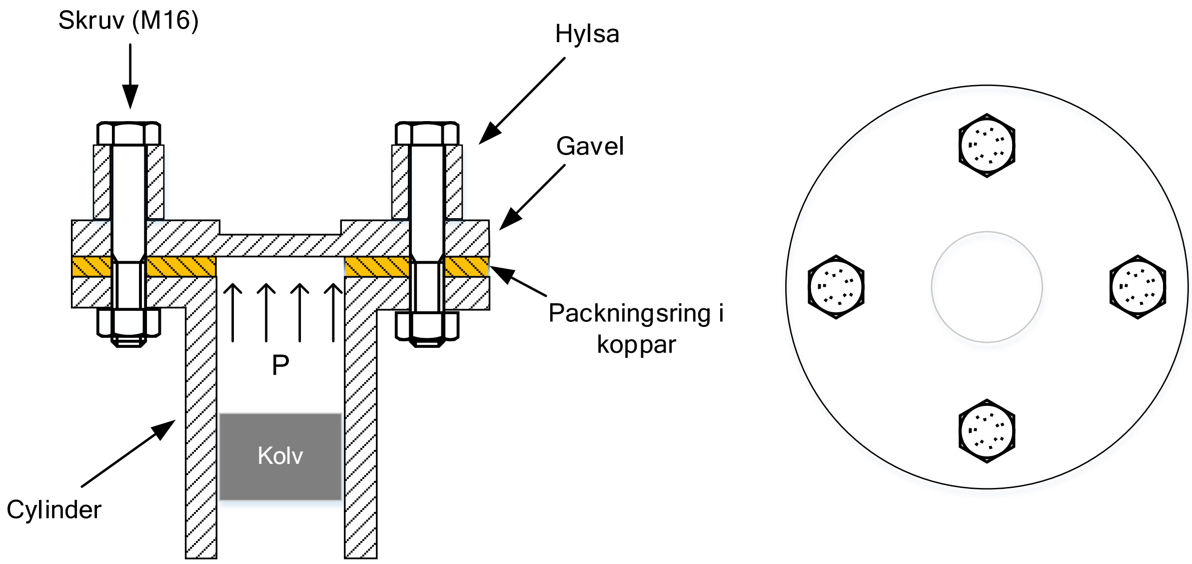
Figuren visar ett skruvförband till en cylindrisk hydraulackumulator. Gastrycket mellan 50bar till 250bar beroende av den interna kolvens position som i sin tur beror av oljetrycket under kolven. Gavlarna och cylindern är konstruerade i stål och kan betraktas som stela. (Observera att 1bar=100000Pa). För tätning av hydraulackumulatorn används en packning av mjukglödgad koppar.

a) Beräkna erforderligt åtdragningsmoment så att förbandet ej glappar. Räkna mot glapp vid maximal yttre last och friktionstalen för alla kontaktytor är μ = 0.15.
(5p)

b) Kontrollera att maximal spänning och amplitudspänningen i skruvarna ej överstiger spänningsvillkoret för skruvkvalitet 8.8.
(5p)

Indata

Skruv:	$M16$	$n_{skruv} = 4$	$L_{Skruv} = 60mm$	
Hylsa:	$D_y = 28mm$	$D_i = 17mm$	$L_{hylsa} = 25mm$	$E_{hylsa} = 210Gpa$
Packning:	$D_y = 180mm$	$D_i = 90mm$	$L_{packning} = 10mm$	$E_{koppar} = 117GPa$
Cylinder:	$D_i = 90mm$			



a)

Styvheter väljs att beräknas per skruv enligt MM 2.14,

$$C_{hylsa} = \frac{E_{hylsa} \cdot A_{hylsa}}{L_{hylsa}} = \frac{E_{hylsa} \cdot \dfrac{\pi\left(D_{h,y}^2 - D_{h,i}^2\right)}{4}}{L_{hylsa}} =$$

$$= \frac{210 \cdot 10^9 \cdot \pi\left(0.028^2 - 0.017^2\right)}{4 \cdot 0.025} = 3.265 \cdot 10^9 \left[N/m\right]$$

$$C_{skruv} = \frac{E_{skruv} \cdot A_{skruv}}{L_{skruv}} = \frac{E_{skruv} \cdot \dfrac{\pi D_{skruv}^2}{4}}{L_{skruv}} =$$

$$= \frac{210 \cdot 10^9 \cdot \pi \cdot 0.016^2}{4 \cdot 0{,}060} = 7.037 \cdot 10^8 \left[N/m\right]$$

Beräkning av packningens styvhet,

$$C_{packning} = \frac{E_{koppar} \cdot A_{packning}}{L_{packning}} = \frac{E_{koppar} \cdot \left(\dfrac{\pi\left(D_{p,y}^2 - D_{p,i}^2\right)}{4} - n_{skruv} \dfrac{\pi \cdot d_h^2}{4} \right)}{L_{packning}} =$$

$$= \frac{117 \cdot 10^9 \cdot \pi \left(\dfrac{0.18^2 - 0.09^2}{4} - 4 \cdot \dfrac{0.017^2}{4} \right)}{0.010} = 2.12 \cdot 10^{11} \left[N/m\right]$$

Vid trycksättning av systemet kommer belastningen **öka** i skruvar och hylsor. De räknas därmed som *beräkningsmässig skruv* i serie,

$$C_s = \left(\frac{1}{C_{hylsa}} + \frac{1}{C_{skruv}} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{3.265 \cdot 10^9} + \frac{1}{7.037 \cdot 10^8} \right)^{-1} = 5.789 \cdot 10^8 \left[N/m\right]$$

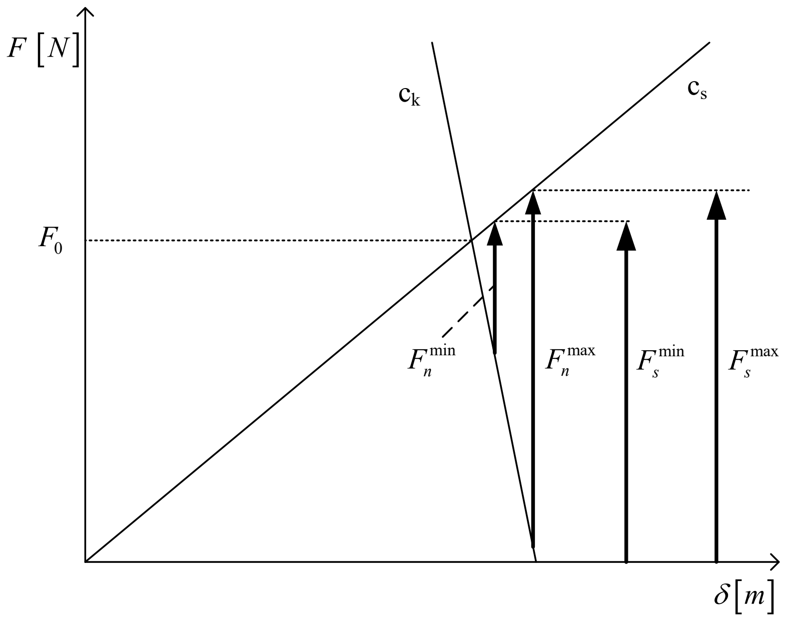
Vid tycksättning av systemet kommer belastningen **minska** i kopparpackningen. Den räknas därmed som *beräkningsmässigt underlag* samt delas på antalet skruv.

$$C_k = \frac{C_{packning}}{n_{skruv}} = \frac{2.02 \cdot 10^{11}}{4} = 5.3 \cdot 10^{10} \left[N/m\right]$$

Beräkning av yttre laster

$$F_n^{max} = \frac{p_{max} \cdot A_{cyl}}{n_{skruv}} = \frac{250 \cdot 10^5 \cdot \left(\dfrac{\pi D_{cyl,i}^2}{4} \right)}{4} = 39760.8 \left[N\right]$$

$$F_n^{min} = \frac{p_{min} \cdot A_{cyl}}{n_{skruv}} = \frac{50 \cdot 10^5 \cdot \left(\dfrac{\pi D_{cyl,i}^2}{4} \right)}{4} = 7952.2 \left[N\right]$$



Förspänning:
Kontaktkraften för det beräkningsmässiga underlaget beräknas enligt MM ekv 2.22:

$$F_k = F_0 - \frac{C_k}{C_s + C_k} F_N$$

Kontaktkraften är noll när förbandet precis börjar glappa: $F_k = 0$ vid maximal yttre last.

$$F_0 = \frac{C_k}{C_s + C_k} \cdot F_n^{max} = \frac{5.3 \cdot 10^{10}}{5.789 \cdot 10^8 + 5.3 \cdot 10^{10}} \cdot 39760.8 = 39331.3[N]$$

Beräkning av åtdragningsmoment
För att uppnå tillräcklig förspänning dras varje skruv med ett moment enligt ekvation 2.10 i MM.

$$M_{åt} = F_{ax}\left(0.16P + 0.58\mu d_2 + \mu_b r_m\right) = \left\{ där\ r_m = \frac{d_i + d_w}{2 \cdot 2} \right\} =$$

$$= 39331.3 \cdot \left(0.16 \cdot 0.002 + 0.58 \cdot 0.15 \cdot 0.014701 + 0.15\left(\frac{0.017 + 0.02250}{2 \cdot 2}\right)\right) = 121.08[Nm]$$

b)
Krafter i skruvarna:
Max kraft i skruvarna ges av MM ekv 2.21 vid maximal yttre last:

$$F_s^{max} = F_0 + \frac{C_s}{C_s + C_k} \cdot F_n^{\max} =$$

$$= 39331.3 + \frac{5.789 \cdot 10^8}{5.789 \cdot 10^8 + 5.3 \cdot 10^{10}} \cdot 39760.8 = 39760[N]$$

Minsta kraften ges vid minsta yttre last:

$$F_s^{min} = F_0 + \frac{C_s}{C_s + C_k} \cdot F_n^{min} =$$

$$= 39331.3 + \frac{5.789 \cdot 10^8}{5.789 \cdot 10^8 + 5.3 \cdot 10^{10}} \cdot 7952.2 = 39417.2[N]$$

Kraftamplituden fås nu som:

$$F_{s,amp} = \frac{F_s^{max} - F_s^{min}}{2} = \frac{39760 - 39417.2}{2} = 171.3[N]$$

Spänningar:
För att kunna beräkna spänningarna i skruvarna behöver vi spänningsarean, MM ekv. 2.24 ger spänningstvärnittet A_{sp}:

$$A_{sp} \approx \frac{\pi}{16}(d_1 + d_2)^2$$

Där d_1 och d_2 för M16 från MM sid. 62

$$A_{sp} \approx \frac{\pi}{16}(d_1 + d_2)^2 = \frac{\pi}{16}(13.835 + 14.701)^2 = 15.98 \cdot 10^{-5}\left[m^2\right]$$

Vi kan nu beräkna spänningarna i skruvarna enligt:

$$\sigma_{\max} = \frac{F_s^{max}}{A_{sp}} = \frac{39760}{15.98 \cdot 10^{-5}} = 248.8[MPa]$$

och

$$\sigma_{ampl} = \frac{F_{s,amp}}{A_{sp}} = \frac{171.3}{15.98 \cdot 10^{-5}} = 1.07[MPa]$$

SVAR:

a) Erfordligt åtdragningsmoment är 121 Nm

b) Det visar sig att skruvarna belastade med 248.8 MPa, hållfasthetsklass 8.8 har sträckgränsen 640 MPa.

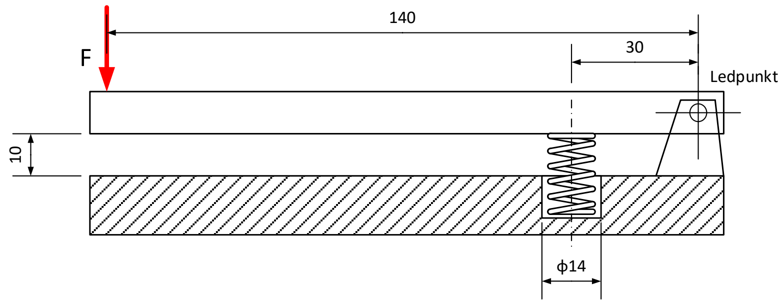
   På grund av den höga styvheten i kopparpackningen blir kraftamplituden låg i relation till en hög förspänning. Därmed blir spänningsamplituden låg, 1.07 MPa, i förhållande till tillåten spänningsamplitud på 50-60 MPa.

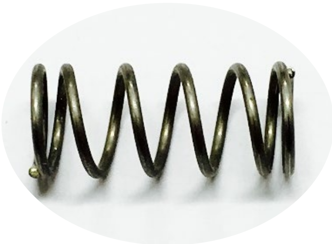
3. Skruvfjäder

En skruvfjäder till en häftapparat skall dimensioneras. Fjäderns uppgift är att hålla uppe den övre armen när häftapparaten inte används samt att återföra armen efter att häftning skett.

För att häftningen skall upplevas bra av användaren skall kraften F variera från 5.3N till 6.5N när armen trycks ned 10mm.

Fjäder tillverkas av tråd av fjäderstålskvalitet (dvs materialet är stål).
Maximal tillåten vridskjuvspänning är 735MPa.
Möjliga tråddiametrar är 0.90, 1.00, 1.10 eller 1.20 mm.
Fjädern skall passa i ett försänkt urtag som är maximalt 14mm i diameter.





a) Dimensionera fjädern så att den klarar de uppställda kraven. Redovisa tråddiameter, medeldiameter, fri fjäderlängd, antal lindningsvarv. (8p)
Tips: Utnyttja den maximalt tillåtna vridskjuvspänningen vid dimensioneringen.

b) Vad blir den maximalt uppkomna effektivskjuvspänningen i fjädern vid maximal nedfjädring av armen? (2p)

Lösning:

a)

Vi börjar med att bestämma fjäderns axialfjäderstyvhet utgående från de externa kraven. Vid 10mm nedfjädring av armen skall användarens kraft öka från 5.3N till 6.5N.
För fjäderstyvheten innebär detta:

$$\Delta F_f = \left(F_{max} - F_{min}\right)\frac{140}{30} = \left(6.5 - 5.3\right)\frac{140}{30} = 5.60N$$

$$\delta_f = \delta\frac{30}{140} = 0.010\frac{30}{140} = 0.0021428m = 2.14mm$$

$$c = \frac{\Delta F_f}{\delta_f} = \frac{\left(6.5-5.3\right)\frac{140}{30}}{0.010\frac{30}{140}} = 2613.333N/m$$

Dimensioneringen av skruvfjädern kan göras på ett flertal olika sätt. Vi visar här en framkomlig lösningsgång.

Axialstyvhet för skruvfjäder:

$$c = \frac{Gd^4}{8nD^3}$$

Vridskjuvspänning:

$$\tau_v = \frac{8FD}{\pi d^3}$$

Vi väljer att utnyttja den tillåtna vridskjuvspänningen och beräknar medeldiameter för varje möjlig tråddiameter. För tråddiameter 1.00mm blir det då:

$$D = \frac{\tau_v \pi d^3}{8F_{f,max}} = \frac{735\cdot 10^6 \cdot \pi \cdot 0.0010^3}{8\cdot 6.5\cdot\frac{140}{30}} = 0.0095154m = 9.5154mm$$

Antal lindningsvarv blir nu:

$$n = \frac{Gd^4}{c8D^3} = \frac{81\cdot 10^9 \cdot 0.0010^4}{2613.333\cdot 8\cdot 0.00906328^3} = 4.49696 \text{ varv}$$

Fri fjäderlängd blir:

$$l_0 = 1.25\left(n+1\right)d + \delta_{tot} = 1.25\left(n+1\right)d + \frac{F_{f,max}}{c} =$$

$$= 1.25\left(4.50+1\right)0.0010 + \frac{30.33}{2613.33} = 0.006875 + 0.0116058 = 0.018408m = 18.4mm$$

b)

Effektivskjuvspänningen blir:

$$\tau_{v,eff} = k\cdot\tau_v \approx \left(1+\frac{5d}{3D}\right)\tau_v = \left(1+\frac{5\cdot 0.0010}{3\cdot 0.00952}\right)\cdot 735 = 1.17507\cdot 735 = 864MPa$$

SVAR: a) $d = 1.00$ mm, $D = 9.52$ mm, $n = 4.5$ varv, $l_0 = 18.4$ mm

b) Effektivskjuvspänningen blir 864 MPa.

4. Kuggväxel

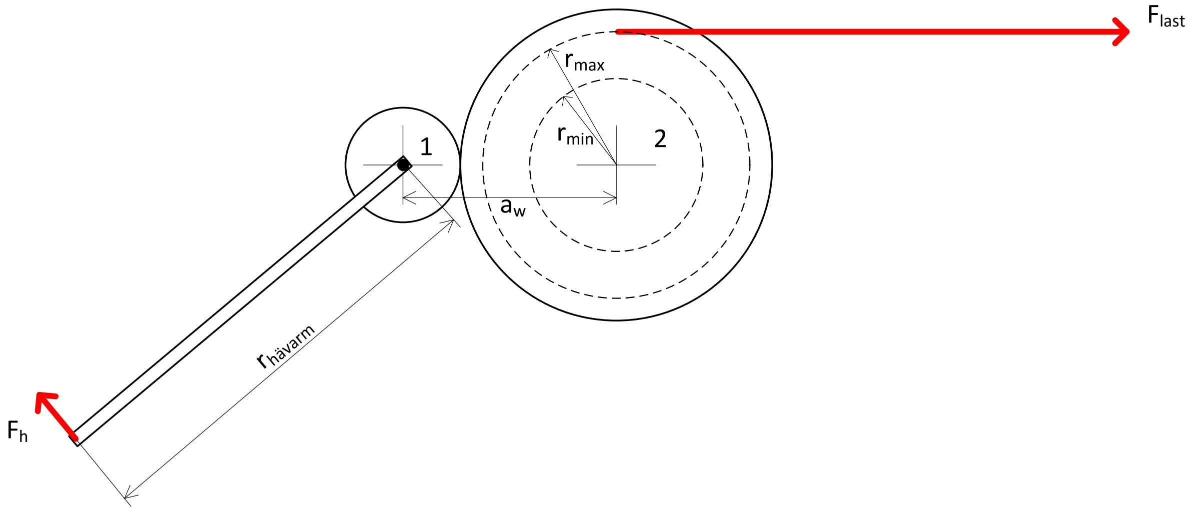
En kuggväxel i en handvinsch ska dimensioneras så att den klarar av att lyfta eller dra 6000N. Det är sedan tidigare utvecklat en fixtur med borrade hål för två axlar, där axelavståndet är fast till 125 mm (centrum till centrum). Det stora hjulet är fäst på en rulle varpå ett band av typen som används vid spännband rullas upp, under detta förloppet ökar alltså avståndet från centrum till där kraften F_{last} verkar.

Utifrån given data ska ni beräkna kravet på utväxlingen för att klara av lasten samt ta fram kuggdata för växeln.

a) Beräkna utväxlingen som krävs för att personen som vevar ska klara av lasten under invevning av hela bandet. (2p)

b) Bestäm kuggtal och profilförskjutning för kuggväxeln. (6p)

c) Kontrollera att kugghjulen inte är underskurna (2p)



Följande är givet:

- Max belastning för dragbandet, F_{last} är 6000N.
- Rullen som bandet rullas upp på har en diameter på 0.040m vid utrullat tillstånd och 0.100m när bandet är helt upprullat.
- Minst möjliga F_h är uppmätt till 250N
- Handvevens längd, $r_{hävarm}$ är 0.250m.
- Modulen, m= 3
- Givet axelavstånd a_w är 125.00mm
- Det stora kugghjulet får inte överstiga 70 kugg, $z_2 \leq 70$
- α_0 =20 grader.
- Referensprofil SMS296 kan antas.

Lösning:

Uppgift a)
Utifrån bilden ses att största moment på hjul två fås vid största radien på rullen, r_{max}. Vi känner momentet som handhavaren kan applicera med hand veven, och kan därför räkna ut vilken som är den minsta möjliga utväxling växeln måste ha:

$$i_{er} = \frac{M_2}{M_1} = \frac{F_{last} r_{\max}}{F_h r_h} = \frac{6000 \cdot 0.05}{250 \cdot 0.25} = 4.8 \quad (1.1)$$

$i_{växel}$ måste vara större än i_{er} för att alltid klara av lastkravet.

$$i_{er} \le i_{växel} \quad (1.2)$$

Uppgift b)
Välj ett lämpligt kuggpar som uppfyller att:

$$i_{växel} = \frac{z_2}{z_1} \ge i_{er} = 4.8 \quad (1.3)$$

Riktlinjer vid val av kuggdata: Z_2 ska vara mindre än eller lika med 70 enligt uppgiften, underskärning sker enligt diagram 11.49 i MM och måste beaktas i denna uppgift.

En möjlig kombination är $Z_2 = 69 \; och \; Z_1 = 13$.
Detta ger med modul $m = 3$ ett referensaxelavstånd på 123.00 mm och en utväxling på $i_{växel} = 5,30769$.
För att räkna ut profilförskjutningen behöver Fölmers ekvation och ekvationen för det monterade axelavståndet användas.

Först beräknas α_w med ekvation (1.4).

$$a_w = \frac{a \cos\alpha_0}{\cos\alpha_w} = 125\,[mm], \quad \alpha_w = \cos^{-1}\left(\frac{123.00 \cdot \cos 20°}{125.00}\right) = 22.3832...° \quad (1.4)$$

Fölmers ekvation kan sedan skrivas om enligt ekvation (1.5)

$$\begin{aligned} inv\,\alpha_w &= inv\,\alpha_0 + 2\frac{x_1 + x_2}{Z_1 + Z_2}\tan\alpha_0, \\ x_1 + x_2 &= \frac{(inv\,\alpha_w - inv\,\alpha_0)(Z_1 + Z_2)}{2\tan\alpha_0} = 0.705442 \end{aligned} \quad (1.5)$$

Profilförskjutningen måste fördelas på respektive kugghjul, då Z_1 är det minsta av dem är risken för underskärning störst där och därför enligt diagram 11.49 i MM så sätter vi lämpligen $x_1 = 0.5$ och resten på $x_2 = 0.20544$.

Uppgift c)
Underskärning undviks om

$$Z \ge \frac{2\left(\frac{e}{m} - x\right)}{\sin^2(\alpha_0)} = \frac{2\left(\frac{3}{3} - 0.5\right)}{\sin^2(20^\circ)} = 8.55 < 13 \quad (1.6)$$

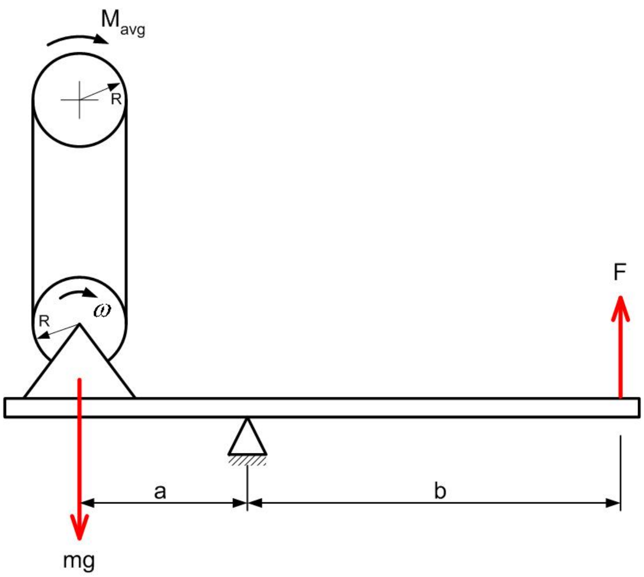
Det minsta hjulet klarar alltså kravet för underskärning.

5. Remväxel

En remväxeltransmission är konstruerad enligt figuren nedan. Remväxeln spänns av drivaggregatets egentyngd. Ytterligare remspänning kan åstadkommas med kraften F på manöverreglaget.

a) Beräkna det maximala avgivna drivmomentet M_{avg} då remväxeln endast spänns av drivaggregatets egentyngd (dvs $F = 0$). (6p)

b) Hur stor kraft krävs för att dubblera ($\times 2$) det avgivna momentet från remväxeln? (4p)



Lösning:

a) Beräkna det maximala avgivna drivmomentet M_{avg} då remväxeln endast spänns av drivaggregatets egentyngd (dvs $F = 0$).

Teckna momentjämvikt för drivaggregatet:

$\Sigma M = 0:$
$$Fb + F_{e1}(a+R) + F_{e2}(a-R) + mga = 0$$
$$(F_{e2} + F_{e1})a - (F_{e2} - F_{e1})R = mga + Fb \quad (1)$$

Teckna momentjämvikt över den övre remskivan:

$\Sigma M = 0:$ $$(F_{e2} - F_{e1})R = M_{avg} \quad (2)$$

Eytelweins ekvation MEB (8.15):
$$\frac{F_{e2}}{F_{e1}} = e^{\mu\alpha} \to F_{e2} = F_{e1}e^{\mu\alpha} \quad (3)$$

Ekv (3) och (1) ger:
$$\left(F_{e1}e^{\mu\alpha} + F_{e1}\right)a - \left(F_{e1}e^{\mu\alpha} - F_{e1}\right)R = mga + Fb$$
$$F_{e1} = \frac{mga + Fb}{\left(e^{\mu\alpha}+1\right)a - \left(e^{\mu\alpha}-1\right)R} \quad (4)$$

Ekv (2) och (3) ger:

$$M_{avg} = F_{e1}\left(e^{\mu\alpha} - 1\right)R \qquad (5)$$

Ekv (4) och (5) ger:

$$M_{avg} = \frac{\left(mga + Fb\right)\left(e^{\mu\alpha} - 1\right)R}{\left(e^{\mu\alpha} + 1\right)a - \left(e^{\mu\alpha} - 1\right)R}, \text{ med } F = 0 \qquad (6)$$

b) Hur stor kraft krävs för att dubblera ($\times 2$) det avgivna momentet från remväxeln?

I detta fall är momentet dubbelt så stort som tidigare:

$$M = 2M_{avg} \quad (7)$$

Kombinera ekv (6) och (7) och lös ut kraften *F*:

$$M = 2M_{avg}$$
$$\rightarrow \frac{\left(mga + Fb\right)\left(e^{\mu\alpha} - 1\right)R}{\left(e^{\mu\alpha} + 1\right)a - \left(e^{\mu\alpha} - 1\right)R} = 2\frac{mga\left(e^{\mu\alpha} - 1\right)R}{\left(e^{\mu\alpha} + 1\right)a - \left(e^{\mu\alpha} - 1\right)R}$$
$$\rightarrow \left(mga + Fb\right) = 2mga$$
$$\rightarrow F = \frac{mga}{b}$$

SVAR: a) $M_{avg} = \dfrac{mga\left(e^{\mu\alpha} - 1\right)R}{\left(e^{\mu\alpha} + 1\right)a - \left(e^{\mu\alpha} - 1\right)R}$

b) $F = \dfrac{mga}{b}$