MATEMATIK **Hjälpmedel: Inga, inte ens miniräknare**
Chalmers tekniska högskola Datum: 2022-06-01 kl. 14.00 - 18.00
Tentamen Telefonvakt: Hossein Raufi
Telefon: 031 - 772 82 96

MVE615/660 och MVE041 Flervariabelsanalys I1/Z1

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.
Betygsgränser: 3: 20-29 p, 4: 30-39, 5: 40-50.
Lösningar läggs ut på kursens webbsida första vardagen efter tentamensdagen. Resultat meddelas via Ladok ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

Till samtliga uppgifter skall fullständiga lösningar inlämnas. **Endast svar ger inga poäng**. Motivera och förklara så väl du kan.

1. Låt $f(x,y,z) = e^x + (y+z)x - y^3 + z$.

(a) Beräkna tangentplanet till nivåytan $f(x,y,z) = 2$ i punkten $(0,1,2)$. (3 p)

(b) Beräkna riktningsderivatan av f i punkten $(0,1,2)$ i den riktning där f avtar som snabbast. (3 p)

2. (a) Beräkna den itererade integralen $\displaystyle\int_0^4 \left(\int_{\sqrt{x}}^2 \frac{1}{y^3+1} dy \right) dx$. (3 p)

(b) Beräkna dubbelintegralen $\displaystyle\iint_D y \sin(3y - 2x) dA$ där D är fyrhörningen med hörnen (0,0), (3,2), (0,3) och (-3,1). (5 p)

3. Låt $f(x,y) = (x^2 - 2y)e^{y-2x}$.

(a) Beräkna alla kritiska punkter till f och avgör deras karaktär. (4 p)

(b) Bestäm största och minsta värdet av f på området (4 p)

$$D = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2;\ 0 \le y \le \frac{x^2}{2},\ 0 \le x \le 3 \right\}.$$

4. Beräkna linjeintegralen (5 p)

$$\oint_\gamma \frac{1}{x} \arctan\left(\frac{y}{x}\right) dx - \arctan\left(\frac{y}{x}\right) dy$$

där γ är randen till det begränsade område i första kvadranten som avgränsas av kurvorna $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 = 4$, $y = x$ och $y = \sqrt{3}x$ orienterat moturs.

Var god vänd!

5. Låt K vara den begränsade kropp som avgränsas av de tre ytorna $y^2 + z^2 = 1$, $x = 0$ och $x = 1$. Beräkna flödet av vektorfältet

$$\mathbb{F}(x, y, z) = \left(3xz^2 + \arctan(z^2), \ln(1 + x^2) + y, z^3 - e^{-y^2}\right)$$

ut ur ∂K. (6 p)

6. Låt S vara den del av ytan $z = 2 - x^2 - y^2$ som ligger innanför ytan $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.

(a) Beräkna arean av S. (6 p)

(b) Beräkna (5 p)

$$\iint_S (\nabla \times \mathbb{F}) \bullet \hat{\mathbb{N}}\, dS$$

där $\hat{\mathbb{N}}$ pekar mot origo och

$$\mathbb{F}(x, y, z) = \left(e^{x^2} - y, xz^2 + \sin(y), \cos(z^3)\right).$$

7. Visa att om $f(x, y)$ är en harmonisk funktion, så är även $g(x, y) = f(x^2 - y^2, 2xy)$ en harmonisk funktion. (6 p)

Lycka till!

/Hossein