MATEMATIK **Hjälpmedel: ordlistan från kurshemsidan, ej räknedosa**
Chalmers tekniska högskola Datum: 2020-01-08 kl. 14.00–18.00
Tentamen Telefonvakt: Morgan Görtz, 5325
Examinator: Fredrik Ohlsson, 5305

MVE585/TMV122/TMV177 Inledande matematik

Skriv tentamenskoden tydligt på samtliga inlämnade papper och fyll i omslaget ordentligt.
Tentan rättas och bedöms anonymt. Betygsgränser: 3: 20-29, 4: 30-39 och 5: 40-50.
Lösningar läggs ut på kursens webbsida. Resultat meddelas via Ladok senast tre veckor efter tentamenstillfället.

---

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. **Lösgör bladet och lämna in det som blad 1 tillsammans med övriga lösningar.** (14p)

Till följande uppgifter skall fullständiga lösningar inlämnas. **Endast svar ger inga poäng.**

2. Låt $A = (2, 1, -1)$, $B = (1, 0, 0)$, $C = (3, -1, 2)$ och $D = (0, 2, 2)$.

(a) Bestäm ekvationen för det plan π_1 som innehåller punkterna A, B och C. (2p)

(b) Bestäm det minsta avståndet mellan punkten D och planet π_1. (2p)

(c) Bestäm skärningslinjen mellan π_1 och planet $\pi_2 : 2x - y + z = 0$. (2p)

3. Rita grafen (inklusive eventuella asymptoter) till funktionen (6p)

$$f(x) = \frac{e^x}{x - 2}\,.$$

4. Bestäm definitionsmängd och värdemängd för funktionen (6p)

$$f(x) = \frac{1}{x + 1} + \ln(x + 3)\,.$$

5. Betrakta funktionen

$$f(x) = \tanh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}\,.$$

(a) Visa att $f(x)$ är inverterbar. (2p)

(b) Bestäm dess invers $f^{-1}(x)$. (4p)

6. (a) Låt f vara definierad på (a, b) och låt $c \in (a, b)$ vara ett minimum för f på (a, b), d.v.s. $f(x) \geq f(c)\,\forall x \in (a, b)$. Visa att om f är deriverbar i c gäller att $f'(c) = 0$. (3p)

(b) Den potentiella energin för en partikel ges av (3p)

$$V(x) = k_4x^4 + k_3x^3 + k_2x^2 + k_1x + k_0$$

där x är partikelns position i m och

$$k_4 = \frac{1}{4}\,J/m^4\ ,\ \ k_3 = \frac{1}{3}\,J/m^3\ ,\ \ k_2 = -2\,J/m^2\ ,\ \ k_1 = -4\,J/m\ ,\ \ k_0 = 10\,J\,.$$

Bestäm den position x som minimerar partikelns potentiella energi $V(x)$.
(Tips: Det kan vara användbart att $x = -1\,m$ är ett nollställe till $V'(x)$.)

7. (a) Formulera Rolles sats. (1p)

(b) Formulera och bevisa Medelvärdessatsen. (5p)

Lycka till!
Fredrik

Anonym kod	**MVE585/TMV122/TMV177 2020-01-08**	Poäng

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Beräkna följande gränsvärden: (3p)

(i) $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{4x^2+3x}-2x\right)$

(ii) $\lim_{x\to 0}\dfrac{\sin(\pi x)}{x^2-x}$

Lösning:

Svar: ....

(b) Bestäm ekvationen för tangenten till kurvan $x^2y+xy^3=2$ i punkten $(x,y)=(1,1)$. (3p)

Lösning:

Svar: ....

Var god vänd!

(c) Bestäm alla värden för konstanten $a \in \mathbb{R}$ sådana att ekvationssystemet (2p)

$$\begin{cases} x_1 & + & 2x_2 & = & 2 \\ x_1 & + & a(a-1)x_2 & = & a \end{cases}$$

har en entydig lösning.

Lösning:

Svar: ....

(d) Bestäm vinkeln $\phi \in [0, \pi]$ mellan vektorerna $\vec{u} = (1, 1, 2)$ och $\vec{v} = (0, 1, 1)$. (2p)

Lösning:

Svar: ....

(e) Bestäm $f'(\pi/3)$ om $f(x) = \ln(\sin(x)\cos(x))$. (2p)

Lösning:

Svar: ....

(f) Bestäm vektorprojektionen av $\vec{u} = (1, 1, 2)$ längs $\vec{v} = (0, 1, 1)$. (2p)

Lösning:

Svar: ....