

TMV122/177 Inledande matematik Z/TD

Skriv tentamenskoden tydligt på samtliga inlämnade papper.

Fyll i omslaget ordentligt. Tentan rättas och bedöms anonymt.

Betygsgränser: 3: 20-29, 4: 30-39 och 5: 40-50.

Lösningar läggs ut på kursens webbsida. Resultat meddelas via Ladok senast tre veckor efter tentamenstillfället.

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. **Lösgör bladet och lämna in det som blad 1 tillsammans med övriga lösningar.** (14p)

Till följande uppgifter skall fullständiga lösningar inlämnas. **Endast svar ger inga poäng.**

2. Låt $A = (1, 2, 2)$, $B = (2, -3, -1)$, $C = (-1, 0, 2)$ och $\pi_1 : x + y = 1$, $\pi_2 : x - z = 1$, $\pi_3 : x + y - z = 0$.

(a) Bestäm det minsta avståndet från punkten A till skärningslinjen ℓ mellan planen π_1 och π_2 . (3p)

(b) Bestäm ekvationen för det plan π som är ortogonalt mot planet π_3 och innehåller punkterna B och C . (3p)

3. Rita grafen (inklusive eventuella asymptoter) till funktionen (6p)

$$f(x) = (x + 2)e^{-x}.$$

4. En triangel med ett hörn i origo och mostående sida parallell med x -axeln är inskriven i enhetscirkeln $x^2 + y^2 = 1$. Bestäm dess största möjliga area. (6p)

5. Bestäm antalet lösningar till ekvationen (6p)

$$e^{at} = t^2$$

för olika värden på konstanten $a \in \mathbb{R}$.

6. Låt f, g vara funktioner och $a, L, M \in \mathbb{R}$.

(a) Skriv ned den formella matematiska definitionen av $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$. (1p)

(b) Visa att om $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ och $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = M$ så är $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = L + M$. (5p)

7. Låt funktionerna f, g vara deriverbara i x och $f(x) \neq 0$.

(a) Visa att (4p)

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x).$$

(b) Visa att (2p)

$$\left(\frac{1}{f}\right)'(x) = -f'(x)\frac{1}{(f(x))^2}.$$

Lycka till!
Fredrik

Anonym kod	TMV122/177 Inledande matematik Z/TD 2019-08-28	Poäng
------------	---	-------

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Beräkna följande gränsvärden:

(3p)

(i) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin\left(\frac{1}{2x}\right)$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0} (1-x)^{1/x}$

Lösning:

Svar:

(b) Bestäm antalet lösningar till det linjära ekvationssystemet

(3p)

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 = 2 \\ x_1 + 3x_2 + ax_3 = 3a \end{cases}$$

för olika värden på $a \in \mathbb{R}$.

Lösning:

Svar:

Var god vänd!

(c) Bestäm vinkeln $\phi \in [0, \pi]$ mellan vektorerna $\vec{u} = (1, 1, 0)$ och $\vec{v} = (0, -1, -1)$. (2p)

Lösning:

Svar:

(d) Bestäm lutning till kurvan $e^y + x^3 = xy$ i punkten $(x, y) = (-1, 0)$. (2p)

Lösning:

Svar:

(e) Bestäm värdemängden för funktionen $f(x) = e^{\sin^2 x - \cos^2 x}$, $x \in \mathbb{R}$. (2p)

Lösning:

Svar:

(f) Visa att funktionen $f(x) = 2x + \sin(\sqrt{x})$ är inverterbar på intervallet $x \in [1, \infty)$ (inversen behöver inte bestämmas). (2p)

Lösning:

Svar: