

TMV122/177 Inledande Matematik Z/TD

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.

Betygsgränser: 3: 20-29 p, 4: 30-39, 5: 40-50.

Resultat meddelas via Ladok ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

1. Denna uppgift omfattar 14 p och finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. **Lösgör bladet och lämna in det som blad 1 tillsammans med övriga lösningar.**

Till följande uppgifter skall fullständiga lösningar inlämnas. **Endast svar ger inga poäng.** Motivera och förklara så väl du kan.

2. Betrakta punkterna $A = (1, 2, 3)$, $B = (-1, 3, 4)$, $C = (3, 5, -1)$, $D = (1, -1, 0)$ och $E = (-3, -2, -1)$ i rummet.
 - (a) Bestäm en ekvation till det plan som innehåller punkterna A , B och C . (3 p)
 - (b) Bestäm en ekvation till den linje som går genom punkterna D och E , och beräkna skärningspunkten mellan linjen och planet. (3 p)
3. (a) Skriv ned definitionen av den naturliga logaritmen $\ln x$. (1 p)
(b) Visa att (5 p)

$$\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}.$$

4. Rita grafen till funktionen (6 p)

$$g(x) = xe^{-x^2}.$$

5. Bestäm definitions- och värdemängden för funktionen (6 p)

$$f(x) = \frac{\ln x}{x^2}.$$

6. (a) Skriv ned definitionen av att en funktion f är deriverbar i en punkt $a \in D_f$. (1 p)
(b) Antag att funktionen f är kontinuerlig på intervallet $[1, 2]$, deriverbar på intervallet $(1, 2)$ och $f'(x) = 0$ för alla $x \in (1, 2)$. Visa att f är konstant på $[1, 2]$. (5 p)

7. En cylindrisk konservburk med volym 100 cm^3 ska tillverkas. Vilka dimensioner ska burken ha för att minimera mängden material som krävs för att tillverka burken? (6 p)

Lycka till!

Martin H

Anonym kod	TMV122/177 Inledande Matematik Z/TD 2018-08-29	Poäng
------------	---	-------

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Beräkna gränsvärdena (3 p)

(i) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^7 - 7^7}{x - 7}$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{3}{x}$

Lösning:

Svar:

(b) Bestäm en ekvation för den linje som passerar genom origo och är tangent till kurvan $y = x^3 + 2$. (3 p)

Lösning:

Svar:

(c) Om $f'(1) = 1$ och $g'(1) = -1$, beräkna (2 p)

$$\left(\frac{d}{dx} (f(2 \cos^2 x) - g(2 \sin^2 x)) \right) \Big|_{x=\pi/4}.$$

Lösning:

Svar:

(d) Bestäm alla värden på konstanten $a \in \mathbb{R}$ sådana att ekvationssystemet (2 p)

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x + a^2y = a, \end{cases}$$

har oändligt många lösningar.

Lösning:

Svar:

(e) Bestäm värdemängden till funktionen (2 p)

$$f(x) = e^{\cos(\pi-x)+2 \cos x}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Lösning:

Svar:

(f) $h(x) = \ln(\sqrt{1+x^3})$ är inverterbar för $x > -1$. Bestäm $(h^{-1})'(\ln 3)$. (2 p)

Lösning:

Svar: