MVE090 Matematisk statistik Z

Tentamen fredag den 27 augusti 2021 kl 8.30 – 12.30

Lärare: Patrik Albin 031 7723512 palbin@chalmers.se .

Alla hjälpmedel är tillåtna. (Se Canvas kursen "Omtentamen 2 Modul: 0106, MVE090" för förtydligande av regler.)

Motiveringar: alla svar och lösningar skall motiveras såvida inget att anges.

Betygsgränser: 12, 18 resp. 24 poäng för betyg 3, 4 resp. 5. **Lycka till!**

1. Man kastar n stycken n-sidiga likadana men oberoende av varandra tärningar där för varje tärning sannolikheten är $1/n$ för vart och ett av de möjliga utfallen $\{1, 2, \ldots, n\}$. Nämnda experiment utföres n gånger. Vad är sannolikheten att i inget av experimenten alla tärningar blir olika? **(5 poäng)**

2. Bestäm medianen för en exponentialfördelad stokastisk variabel med väntevärde 1. **(5 poäng)**

3. Ange en enkelintegral för sannolikheten $P[XY > 1]$ för X och Y oberoende exponentialfördelade stokastiska variabler med väntevärde 1. **(5 poäng)**

4. Låt $X_1, \ldots, X_n$ vara oberoende observationer av en diskret stokastisk variabel med möjliga värden $\{0, 1, \ldots, n\}$ och frekvensfunktion $f_X(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$ för $n = 0, 1, \ldots, n$. Bestäm en väntevärdesriktig skattning av parametern $p \in [0, 1]$. Vad är variansen för skattningen? **(5 poäng)**

5. Betrakta talpar $\{(x_i, Y_i)\}_{i=1}^n$ där x_i'na är deterministiska (=ej stokastiska) medan Y_i'na är stokastiska variabler. Hur kan man testa om det finns ett linjärt samband mellan x-värdena och Y-värdena? **(5 poäng)**

6. Vid ett fotbollsderby på Nya Ullevi önskar en teknolog testa om IFK-supportrar har större median midjemått än GAIS-supportrar. Förklara för teknologen hur testen kan utföras. **(5 poäng)**

MVE090 Matematisk statistik Z

Lösningar till tentamen den 27 augusti 2021

1. Sannolikheten att vid kast av n stycken n-sidiga tärningar alla tärningarna visar olika är $1 \cdot \frac{n-1}{n} \cdot \ldots \cdot \frac{1}{n} = n!/n^n$. Sannolikheten att detta inte händer en enda gång då man upprepar experimentet n gånger är därför $(1 - n!/n^n)^n$.

2. $1/2 = \int_M^\infty \mathrm{e}^{-x}\,dx = \mathrm{e}^{-M} \Rightarrow M = -\ln(1/2) = \ln(2)$.

3. $\int\int_{\{x,y\geq 0\,:\,xy>1\}} \mathrm{e}^{-x}\mathrm{e}^{-y}\,dxdy = \int_{x=0}^{x=\infty} (\int_{y=1/x}^{y=\infty} \mathrm{e}^{-y}\,dy)\,\mathrm{e}^{-x}\,dx = \int_0^\infty \mathrm{e}^{-x-1/x}\,dx$.

4. Eftersom $E[X_i] = np$ är $E[\bar{X}] = np$ så att $E[\bar{X}/n] = p$ är väntevärdesriktig. Variansen är $Var[\bar{X}/n] = Var[\bar{X}]/n^2 = Var[X_i]/n^3 = p(1-p)/n^2$.

5. Testa hypotesen $H_0 : \beta_1 = 0$ mot alternativet $H_1 : \beta_1 \neq 0$ med teststorheten T_{n-2} högst upp på sidan 395 i boken. Om $T_{n-2} \notin [-t_{\alpha/2}, t_{\alpha/2}]$ förkastas H_0 och H_1 accepteras medan i annat fall H_0 accepteras.

6. Detta är samma tal som övning 10.43 i boken som finns löst på kurshemsidan.