MVE090 Matematisk statistik Z

Tentamen fredag den 30 augusti 2019 kl 8.30 – 12.30

Lärare: Patrik Albin. Jour: Henrik Imberg, telefon 031 7726457.

Hjälpmedel: Beta eller häftet *Tommy Norberg: Formler och tabeller till matematisk statistik på universitet och tekniska högskolor* eller fyra handskrivna A4-sidor (xerox-kopior, datautskrifter etc. är ej tillåtna) – endast ett av dessa tre hjälpmedel är alltså tillåtet och eleven väljer själv vilket alternativ den vill använda (innan tentan börjar).

Betygsgränser: 12, 18 resp. 24 poäng för betyg 3, 4 resp. 5.

Motiveringar: alla svar och lösningar skall motiveras såvida inget att anges.

1. Bestäm x_α så att $P[X > x_\alpha] = \alpha$ $(0 < \alpha < 1)$ för en kontinuerlig stokastisk variabel X med täthetsfunktion $f(x) = 2x$ för $0 \leq x \leq 1$ och $f(x) = 0$ för övrigt. **(5 poäng)**

2. Vad är sannolikheten att vid kast av sex stycken vanliga tärningar på en gång resultatet blir en etta, en tvåa, en trea, en fyra, en femma och en sexa. **(5 poäng)**

3. Bestäm $E[X|Y = y]$ för en tvådimensionell kontinuerlig stokastisk variabel (X, Y) med täthetsfunktion $f_{X,Y}(x, y) = \frac{1}{2}(x + y)\,\mathrm{e}^{-(x+y)}$ för $x, y \geq 0$ och $f_{X,Y}(x, y) = 0$ för övrigt. **(5 poäng)**

4. Beskriv tre olika sätt för hur man enligt kurslitteraturen (Milton och Arnold) grafiskt kan åskådliggöra ett stickprov $X_1, \ldots, X_n$ på en stokastisk variabel X. **(5 poäng)**

5. Utanför en fotbollsarena önskar en teknolog finna ett konfidensintervall inom vilket längden av fotbollssupportar ligger med 95% säkerhet genom att registrera längden x_i för ett antal testsupportrar $i = 1, \ldots, n$. Beskriv hur detta kan gå till. **(5 poäng)**

6. Utanför en fotbollsarena önskar en teknolog statistiskt testa huruvida variansen av längden av fotbollssupportar kan anses vara större än 0.01 m2 genom registrera längden x_i för ett antal testsupportrar $i = 1, \ldots, n$. Hur kan denna test utföras? **(5 poäng)**

Lycka till!

MVE090 Matematisk statistik Z

Lösningar till tentamen den 30 august 2019

1. $P[X > x_\alpha] = \int_{x_\alpha}^{\infty} f(x)\,dx = \int_{x_\alpha}^{1} 2x\,dx = 1 - x_\alpha^2 = \alpha$ som ger $x_\alpha = \sqrt{1-\alpha}$.

2. Sannolikheten för varje enskild ordnad sekvens med sex tärningar med en etta, en tvåa, en trea, en fyra, en femma och en sexa är $(1/6)^6$. Då det finns $\binom{6}{1}\binom{5}{1}\binom{4}{1}\binom{3}{1}\binom{2}{1} = 6!$ olika sådana ordnade sekvenser är den sökta sannolikheten $(1/6)^6(6!)$.

3. Eftersom $f_Y(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x,y)\,dx = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2}(x+y)\,\mathrm{e}^{-(x+y)}\,dx = \frac{1}{2}(1+y)\,\mathrm{e}^{-y}$ är $f_{X|y} = f_{X,Y}(x,y)/f_Y(y) = (x+y)\,\mathrm{e}^{-x}/(1+y)$ så att $E[X|Y=y] = \int_{-\infty}^{\infty} x\, f_{X|y}\,dx = \int_{-\infty}^{\infty} x\,(x+y)\,\mathrm{e}^{-x}\,dx/(1+y) = (2+y)/(1+y)$ (där de båda integralernas värde kan bestämmas utan egna räkningar mha. Tabell 4.1 i Milton och Arnold).

4. Se kapitel 6 i Milton och Arnold.

5. Det finns flera sätt – ett är att passa en normalfördelning till data enligt exempel 7.2.4 i boken av Milton och Arnold och sedan låta intevallet vara området mellan 2,5% och 97,5% percentilerna för den passade fördelningen – ett annat är att låta intevallet vara området mellan 2,5% och 97,5% percentilerna för den empiriska fördelningen (“relative cumulative frequency ogive”) för data.

6. Detta kan man göra enligt avsnitt 8.6 i boken av Milton och Arnold.