

# MVE090 Matematisk statistik Z

## Tentamen lördag den 8 juni 2019 kl 14 – 18

Lärare: Patrik Albin. Jour: Anna Rehammar, telefon 031 7725325.

Hjälpmedel: Beta eller häftet *Tommy Norberg: Formler och tabeller till matematisk statistik på universitet och tekniska högskolor* eller fyra handskrivna A4-sidor (xerox-kopior, datautskrifter etc. är ej tillåtna) – endast ett av dessa tre hjälpmedel är alltså tillåtet och eleven väljer själv vilket alternativ den vill använda (innan tentan börjar).

Betygsgränser: 12, 18 resp. 24 poäng för betyg 3, 4 resp. 5.

Motiveringar: alla svar och lösningar skall motiveras såvida inget anges.

1. Beräkna sannolikheten att man får tretal [dvs. tre tärningar visar ett och samma nummer, och de två andra tärningarna varsitt (båda olika) annat nummer] då man kastar fem tärningar på en gång (=Yatzy). **(5 poäng)**

2. Ett tillförlitlighetssystem består av en seriekoppling av fyra komponenter som har oberoende stokastiska livslängder  $T_1, T_2, T_3$  och  $T_4$  som alla är exponentialfördelade med väntevärde 1. Mao. är systemets livslängd  $T = \min(T_1, T_2, T_3, T_4)$ . Beräkna fördelningsfunktionen  $F_T(t)$  för systemets livslängd  $T$ . [LEDNING: Det kan vara enklare börja med beräkna överlevnadsfunktionen  $R_T(t) = 1 - F_T(t)$ .] **(5 poäng)**

3. Låt  $X$  och  $Y$  vara två oberoende Poisson-fördelade stokastiska variabler med medelvärde 1. Beräkna  $E[XY]$ . **(5 poäng)**

4. Beräkna maximum-likelihood-skattningen av det okända värdet för parametern  $a > 0$  baserat på en enda observation  $x$  av en kontinuerlig stokastisk variabel med frekvensfunktion  $f_X(x) = a/(\pi \cdot (a^2 + x^2))$  för  $x \in \mathbb{R}$ . **(5 poäng)**

5. Ett mycket viktigt faktum i statistikteori är att man utgående från ett konfidensintervall för en parameter med okänt värde kan konstruera en signifikanstest (hypotestest) angående parameterns värde. Förklara hur detta går till. **(5 poäng)**

6. Utanför en fotbollsarena önskar en teknolog göra ett konfidensintervall för skillnaden mellan andelarna  $p_1$  och  $p_2$  av de båda lagens supportrar som är äldre än 25 år. Förklara hur en sådan undersökning bör gå till beträffande statistisk metodik. (Det praktiska problemet att bestämma åldrar lämnar vi till teknologen att lösa.) **(5 poäng)**

**Lycka till!**

## MVE090 Matematisk statistik Z

### Lösningar till tentamen den 8 juni 2019

1.  $\binom{5}{3} \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^5$ .

2.  $R_T(t) = P[T > t] = P[\min(T_1, T_2, T_3, T_4) > t] = P[T_1 > t, T_2 > t, T_3 > t, T_4 > t] = P[T_1 > t] \cdot P[T_2 > t] \cdot P[T_3 > t] \cdot P[T_4 > t] = (e^{-t})^4$  så att  $F_T(t) = 1 - e^{-4t}$ .

3. Eftersom  $X$  och  $Y$  är oberoende är  $E[XY] = E[X] E[Y] = 1 \cdot 1 = 1$ .

4.  $\frac{d}{da} \ln(f_X(x)) = 1/a - 2a/(a^2 + x^2) = 0$  då  $x^2 = a^2$  så att skattningen blir  $a = |x|$ .

5. Se avsnitt 8.4 i boken.

6. Se avsnitt 9.3 i boken.