

## MVE090 Matematisk statistik Z

### Skriftlig tentamen lördag den 2 juni 2018 kl 14.00 – 18.00

Lärare: Patrik Albin. Jour: Oskar Allerbo, telefon 031 7725325.

Hjälpmedel: Beta eller häftet *Tommy Norberg: Formler och tabeller till matematisk statistik på universitet och tekniska högskolor* eller fyra handskrivna A4-sidor (xerox-kopior, datautskrifter etc. är ej tillåtna) – endast ett av dessa tre hjälpmedel är alltså tillåtet och eleven väljer själv vilket alternativ den vill använda (innan tentan börjar).

Betygsgränser: 12, 18 resp. 24 poäng för betyg 3, 4 resp. 5.

Motiveringar: alla svar och lösningar skall motiveras såvida inget anges.

1. Beräkna sannolikheten för att få två par (dvs. två tärningar visar ett och samma nummer, två av de andra tärningarna samma av ett annat nummer och den femte tärningen ett tredje nummer) då man kastar fem tärningar på en gång (=Yatzy).

**(5 poäng)**

2. Låt  $(X, Y)$  vara en två-dimensionell kontinuerlig stokastisk variabel med frekvensfunktion  $f_{XY}(x, y) = 2$  för  $0 \leq x \leq y \leq 1$  och  $f_{XY}(x, y) = 0$  för övrigt. Är  $X$  och  $Y$  oberoende stokastiska variabler? **(5 poäng)**

3. Låt  $X$  och  $Y$  vara oberoende exponentialfördelade stokastiska variabler sådana att  $E[X] = 1$  och  $E[Y] = 2$ . Beräkna sannolikheten  $P[Y \geq X]$ . **(5 poäng)**

4. Redogör för momentmetoden för att skatta värdet av parametrar för en fördelning. **(5 poäng)**

5. Redogör för begreppet konfidensintervall dels teoretiskt genom att förklara begreppets definition och dels genom att ge ett exempel på ett konfidensintervall.

**(5 poäng)**

6. Utanför en fotbollsarena önskar en teknolog undersöka om det finns någon skillnad mellan andelen män i de båda lagens supporterskaror. Förklara hur en korrekt statistisk test av huruvida andelarna män bland supportrarna är lika eller olika för de båda lagen kan utföras. **(5 poäng)**

**Lycka till!**

## MVE090 Matematisk statistik Z

### Lösningar till tentamen den 2 juni 2018

1. Det finns  $\binom{6}{2} \cdot 4 = 60$  olika val av de tre siffror som skall förekomma bland de fem tärningarna. Man kan välja ut platserna att placera ut tärningarna på  $5 \cdot \binom{4}{2} = 30$  olika sätt. Varje sådan kombination har sannolikhet  $(\frac{1}{6})^5$  så den sökta sannolikheten är  $60 \cdot 30 \cdot (\frac{1}{6})^5 = \frac{25}{108}$ .

2. Nej, ty  $f_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{XY}(x, y) dy = \int_x^1 2 dy = 2(1-x)$  och  $f_Y(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{XY}(x, y) dx = \int_0^y 2 dx = 2y$  uppfyller ej  $f_{XY}(x, y) = f_X(x) f_Y(y)$ .

3.  $P[Y \geq X] = \int_{\{(x,y) \in \mathbb{R}^2: y \geq x\}} f_{XY}(x, y) dx dy = \int_{x=0}^{x=\infty} \int_{y=x}^{y=\infty} f_X(x) f_Y(y) dx dy = \int_{x=0}^{x=\infty} \int_{y=x}^{y=\infty} e^{-x} \frac{1}{2} e^{-y/2} dx dy = \dots = 2/3$ .

4. Se avsnitt 7.2 i boken av Milton och Arnold.

5. Se avsnitt 7.4 i boken av Milton och Arnold.

6. Se avsnitt 9.3 i boken av Milton och Arnold.