

# MVE090 Matematisk statistik Z, 7.5 hp

Tentamen 12 jan 2012 fm

**Tillåtna hjälpmedel:** Valfri räknedosa utan lagrad information om kursen, Beta samt kursens formel- och tabellsamling.

**Examinator:** Tommy Norberg, ankn 3528 eller 0730 79 42 09.

**Telefonjour:** Tommy Norberg.

**Maximalt** antal tentamenspoäng är 30, av dessa krävs normalt 12 för godkänt betyg och 18 resp 24 för 4:a och 5:a. Lösningar till tentamensproblemen går att ladda ner från kurshemsidan.

**Svar och lösningar** till följande 8 uppgifter skall motiveras om ej annat sägs.

**Obs** att en bilaga med data bifogas tesen.

## Uppgifter

1. En tillverkare producerar enheter i boxar om två. Känt är att

- ca 95% av boxarna innehåller två felfria enheter,
- ca 4% av boxarna innehåller en defekt enhet, och
- i ca 1% av boxarna är båda enheterna defekta.

En box väljs slumpmässigt och i denna box väljs en enhet slumpmässigt. Givet att den valda enheten är defekt, hur stor är sannolikheten att den återstående enheten i boxen är felfri? (4 p)

2. Missöden sker enligt en Poissonprocess med intensitet  $\lambda \approx 1.2$  st/år.

- (a) Vilken fördelning har tiden till det första missödet och efter ungefär hur många månader kan man förvänta sig att det inträffar? (2 p)
- (b) Hur stor är sannolikheten att exakt två missöden inträffar under det första halvåret? (1 p)

3. Låt den stokastiska variabeln  $X$  ha sannolikhetsfördelningen

$$P(X = k) = p(1 - p)^{k-1} \quad \text{för } k = 1, 2, \dots$$

där  $0 < p < 1$ . Härled ett uttryck för  $X$ :s momentgenererande funktion  $m_X(t)$ , och använd detta till att ta fram lättanvända uttryck för  $\mu_X$  och  $\sigma_X^2$ . (4 p)

4. Låt  $Z_1, Z_2$  vara standard normalfördelade och oberoende. Definiera

$$\begin{aligned} X_1 &= 100 + 15Z_1 \\ X_2 &= 100 + 9Z_1 + 12Z_2 \end{aligned}$$

Vilken fördelning har paret  $X_1, X_2$ ? (4 p)

5. Man IQ-testade ett antal elever. Härvid erhöles:

$$108 \quad 128 \quad 66 \quad 113 \quad 105 \quad 80 \quad 93 \quad 105 \quad 154 \quad 142$$
$$(n = 10, \bar{x} = 109.4, s = 26.81)$$

Det är inte alls ovanligt att praktiskt sinnade mer eller mindre automatiskt beräknar konfidensintervall för medel-IQ, utgående ifrån antagandet att observationerna åtminstone approximativt följer samma normalfördelning (a) Gör så. Välj konfidensgraden 0.95. Det är viktigt att veta vad man då gör, så: (b) Vilken ytterligare förutsättning måste vara uppfylld? (c) Förklara vad parametern medel-IQ står för? (5 p)

6. För IQ-datan i uppgift 5, testa på nivån 1% nollhypotesen  $H_0 : \sigma = 15$  mot alternativet  $H_1 : \sigma > 15$ . Du kan utgå ifrån att observationerna åtminstone approximativt följer samma normalfördelning, samt att den ytterligare förutsättningen som efterfrågas i uppgift (b) ovan är uppfylld. (3 p)

7. Man ville ta reda på om en viss produktionsmetod ger lägre förväntad halt av ett icke önskat ämne än den gängse. Halten av detta ämne är svår att kontrollera, så man tillverkade därför batchar i par och mätte halten av det oönskade ämnet i båda batcharna i varje par. Datan från experimentet redovisas på bifogat datablad. Undersök om halten i batch 2 i medel är lägre än den i batch 1. (3 p)

8. Man jämförde två betongkvaliteter m.a.p hållfasthet. Av ekonomiska orsaker var man tvungen att hålla stickprovsstorlekarna nere. Med referenskvaliteten gjordes 4 blandningar och man erhöles följande hållfasthetsobservationer: 6.20, 6.79, 8.09, 6.52 ( $\bar{x}_R = 6.900$ ,  $s_R = 0.8292$ ). Men den nya kvaliteten gjordes 9 blandningar och man erhöles: 6.86, 6.86, 6.87, 5.93, 6.93, 6.13, 5.87, 6.54, 6.78 ( $\bar{x}_N = 6.530$ ,  $s_N = 0.4347$ ). Testa på nivån 10% om det är någon skillnad i medelhållfasthet för de två kvaliteterna. (4 p)

### Data till uppgift nr 7.

par nr	batch 1	batch 2	differens
1	119.9	105.3	14.6
2	74.6	64.1	10.5
3	123.6	116.1	7.5
4	77.2	70.8	6.4
5	54.9	57.7	-2.8
6	43.4	51.1	-7.7
7	113.7	106.3	7.4
8	84.8	82.7	2.1
9	60.3	57.3	3.1
10	107.0	98.1	8.8
11	87.4	89.3	-1.9
12	55.6	60.8	-5.1
13	69.3	80.2	-10.9
14	91.3	85.3	6.0
15	76.8	74.7	2.2
16	81.6	77.6	4.0
17	90.2	92.1	-1.9
18	54.9	59.2	-4.2
19	63.6	59.5	4.1
20	82.6	62.5	20.1
medel	80.64	77.54	3.11
standardavvikelse	22.574	18.996	7.565