

Matematisk statistik för Z & NP

Tentamen 22 augusti 2001 em M

Tillåtna hjälpmedel är räknedosa utan information om kursen i minnena, Beta samt kursens formel- och tabellsamling.

För betyget 3 krävs 12 p, för 4:a 18 p och för 5:a 24 p av totalt 30 p.

Jour är Yonas Tekele, ankn 8295.

Obs att skrivningstiden är 5 timmar.

Uppgifter

1. För händelserna A och B gäller:

$$P(A^c \cap B^c) = 0.13, P(A \setminus B) = 0.21, P(B \setminus A) = 0.27$$

Beräkna $P(A)$, $P(B)$ och $P(A \cap B)$. Är A och B oberoende? (4 p)

2. Antag att

$$P(A) = 7/10, P(B|A) = 5/7, P(C|A \cap B) = 3/5$$

Beräkna $P(A \cap B \cap C)$. (3 p)

3. För händelserna A och B gäller:

$$P(A) = 0.8, P(B|A) = 0.7, P(B|A^c) = 0.3$$

Beräkna med 2 decimalers noggrannhet $P(A|B)$ och $P(A|B^c)$. (Ledning: Rita träd-diagram.) (4 p)

4. (a) Vad är $P(1 \leq X \leq 9)$ om $X \sim N(5, 2)$? (1 p)

(b) Låt $S \sim \text{Bin}(36, 0.5)$. Bestäm ett heltal a sådant att $P[|S - 18| \leq a] \approx 0.95$. (2 p)

5. Låt X_1, \dots, X_n vara ett stickprov på en stokastisk variabel X . Antag att $X \sim \text{Ber}(p)$, där $0 < p < 1$. Härled ML-skattningen (alltså "maximum likelihood"-skattningen) av p . (4 p)

6. Låt \bar{X} vara medelvärdet av stickprovet X_1, \dots, X_n på den stokastiska variabeln X med $E[X] = \mu$ och $\text{Var}[X] = \sigma^2$. Visa att \bar{X} är en väntevärdesriktig skattning av μ . (4 p)

7. Tiden det tar att tillverka en viss detalj varierar slumpmässigt. I en studie av storleken på dessa variationer erhöles

11.14, 12.85, 11.02, 11.76, 13.51, 11.90, 15.62

(enhet minuter). Punkt- och intervallskatta standardavvikelsen σ under förutsättningen att data kan anses bestå av oberoende observationer av en $N(\mu, \sigma)$ -fördelning. Konfidensgraden skall vara 0.95. (4 p)

(vänd)

8. Vid tillverkning av avancerade integrerade kretsar är felproportionen p_F ofta hög. Låt oss anta att den för en viss kretstyp är $p_F = 0.15$. För att bekräfta alternativt vederlägga en misstanke att p_F på senare tid har ökat, gjorde man ett försök i vilket man tillverkade 60 st kretsar oberoende av varandra. Det visade sig att hela 18 innehöll såpass allvarliga fel att de var tvungna att kasseras. Kan det anses vara statistiskt säkerställt på nivån 5% (eller på någon lägre nivå) att felproportionen verkligen har ökat? (4 p)

Lycka till!