

Matematisk statistik för Z & NP

Tentamen 21 oktober 2000

Tillåtna hjälpmedel är räknedosa utan information om kursen i minnena, Beta samt kursens formel- och tabellsamling.

För betyget 3 krävs 12 p, för 4:a 18 p och för 5:a 24 p av totalt 30 p.

Jour är Jonas Tekele, ankn 8295.

Uppgifter

1. För de två oberoende händelserna A, B gäller att $P[A] = 1/7$ och $P[B] = 1/3$. Beräkna exakt $P[A \cup B]$, $P[A \setminus B]$ och $P[A | B]$. (3 p)
2. A procedure called cardiac flouroscopy is used to determine whether there is calcification of coronary arteries and thereby to diagnose coronary artery disease. From the test, it can be determined if 0, 1, 2 or 3 coronary arteries are calcified. Let T_0, T_1, T_2, T_3 denote these events. Let $D+$ or $D-$ denote the event that disease is present or absent, respectively. The following approximate probabilities are known from medical studies of the procedure:

i	$P[T_i D+]$	$P[T_i D-]$
0	0.42	0.96
1	0.24	0.02
2	0.20	0.02
3	0.15	0.00

Suppose a male between 50 and 59 suffers from nonanginal chest pain. For such a patient, it is known from medical studies that $P[D+] \approx .92$. Calculate $P[D+ | T_i]$ for $i = 0, 1$. Interpret your result. (4 p)

3. Antag att man utför n oberoende upprepningar av ett visst försök och observerar frekvensen f för en händelse A vars sannolikhet är p . Visa att $f \sim \text{Bin}(n, p)$. (4 p)
4. En apparat består utav två komponenter på ett sådant sätt att apparaten fungerar enligt dess specifikation om, och endast om, båda komponenterna fungerar felfritt. Låt de två komponenternas livstider T_1 och T_2 vara exponentialfördelade med väntevärden $E[T_1] = \beta_1$ och $E[T_2] = \beta_2$ tidsenheter. Låt T vara apparatens livstid. Visa att

$$E[T] = \frac{\beta_1 \beta_2}{\beta_1 + \beta_2}$$

(Ledning: Bestäm först T :s fördelning.) (4 p)

5. Här följer en datamängd, sorterad i storleksordning, bestående av $n = 9$ observationer av en heltalsvärd stokastisk variabel:

186, 218, 473, 515, 606, 751, 869, 877, 975

Bestäm medianen m samt första och tredje kvartilen (q_1 resp q_3). (3 p)

(vänd)

6. Låt \bar{X} vara medelvärdet av ett stickprov på en stokastisk variabel X med $E[X] = \mu$ och $\text{Var}[X] = \sigma^2$. Visa att \bar{X} är en väntevärdesriktig skattning av μ och beräkna $\text{Var}[\bar{X}]$. (4 p)
7. I 10 oberoende mätningar av en kunds utdatamängd i en processorinstallation erhöles i en normerad enhet

6.48 2.59 1.52 1.57 5.41 4.49 8.61 6.4 4.93 5.96

Man önskar påvisa att mätningarnas väntevärde μ är större än 4. Formulera detta som ett statistiskt testproblem och utför testet på nivån 5%. Var noga med att ange förutsättningarna för din analys. (3 p)

8. Vid mätningar av styrka (hållfasthet) erhöles för material 1:

$$n_1 = 17, \quad \bar{x}_1 = 10.64, \quad s_1^2 = 6.169$$

och för material 2:

$$n_2 = 15, \quad \bar{x}_2 = 8.34, \quad s_2^2 = 12.839$$

Punkt- och intervallskatta differensen i materialens väntevärden. Konfidensgraden ska vara 99%. Var noga med att ange förutsättningarna för din analys. Diskutera också vad som gäller om dina förutsättningar ej är uppfyllda? (5 p)

Lycka till!